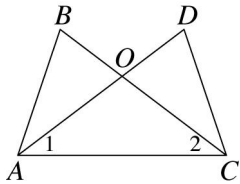


第三章：幾何與證明 第一節：證明與推理

一、選擇

1. () 如圖，已知 $\overline{AD} = \overline{BC}$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ，則下列推論何者錯誤？



- (A) $\overline{AB} = \overline{CD}$
 (B) $\overline{AO} = \overline{OC}$
 (C) $\angle B = \angle D = 45^\circ$
 (D) $\triangle BAC \cong \triangle DCA$

2. () 老師問：「在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，若 $\overline{AC} = \overline{DF}$ ， $\overline{BC} = \overline{EF}$ ，如果要證明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 應該要加上哪一個條件？」

甲生說：「 $\overline{AB} = \overline{DE}$ 。」

乙生說：「 $\angle C = \angle F$ 。」

丙生說：「 $\angle A = \angle D$ 。」

丁生說：「 $\angle B = \angle E = 90^\circ$ 。」

請問哪一位說的條件無法證明？

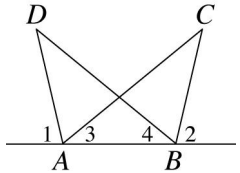
- (A) 甲生 (B) 乙生 (C) 丙生 (D) 丁生

3. () 若 a 為奇數，則下列敘述何者正確？

(A) $7a + 2$ 為奇數 (B) $a + 5$ 為奇數

(C) $2a - 3$ 為偶數 (D) a^2 為偶數

4. () 已知：如圖， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ 。



求證： $\overline{AC} = \overline{BD}$ 。

證明的過程有下列四個步驟：

(1) $\overline{AC} = \overline{BD}$

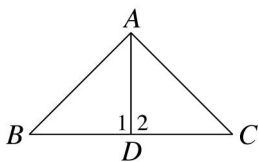
(2) $\because \angle 1 = \angle 2, \therefore \angle DAB = \angle CBA$

(3) $\triangle ABD \cong \triangle BAC$ (ASA 全等性質)

(4) $\because \angle 3 = \angle 4, \overline{AB} = \overline{AB}, \angle CBA = \angle DAB$

請問證明的順序應為下列何者？

- (A) (2) \rightarrow (4) \rightarrow (3) \rightarrow (1)
 (B) (4) \rightarrow (2) \rightarrow (3) \rightarrow (1)
 (C) (1) \rightarrow (3) \rightarrow (2) \rightarrow (4)
 (D) (3) \rightarrow (4) \rightarrow (1) \rightarrow (2)
5. () 已知：如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{BD} = \overline{CD}$ 。



求證： $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 。

證明：(1) $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{BD} = \overline{CD}$ ， $\overline{AD} = \overline{AD}$

(2) $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ (SSS 全等性質)

(3) (甲)

(4) 故 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

請問甲應填入下列何者，可得完整的證明？

(A) $\angle 1 = \angle 2$

(B) $\because \overline{AD} \perp \overline{BC}$ ， $\therefore \angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$

(C) $\because \angle B = \angle C$ ， $\therefore \angle 1 = \angle 2$

(D) $\because \angle 1 = \angle 2$ ，又 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ， $\therefore \angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$

6. () $\triangle ABC$ 中， \overline{AD} 垂直平分 \overline{BC} ，且交 \overline{BC} 於 D ，則下列哪些敘述是正確的？

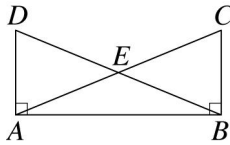
甲： $\triangle ABC$ 是正三角形 乙： \overline{AD} 平分 $\angle BAC$

丙： $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ 丁： $\angle B = \angle C$

(A) 全部正確 (B) 乙、丙、丁

(C) 甲、乙、丙 (D) 甲、丙、丁

7. () 如圖，已知 $\overline{BC} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{AD} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{AC} = \overline{BD}$ ，則下列推論何者錯誤？



(A) $\overline{DE} = \overline{CE}$

(B) $\overline{AD} = \overline{BC}$

(C) $\angle ABD = \angle BAC$

(D) $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ 是根據 SAS 全等性質

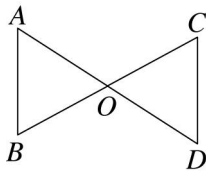
8. () 如圖， \overline{AD} 交 \overline{BC} 於 O 點，若 $\overline{OA} = \overline{OD}$ ， $\overline{OB} = \overline{OC}$ ，則下列敘述哪些是正確的：

甲： $\triangle AOB \cong \triangle DOC$

乙： $\angle B = \angle C$

丙： $\overline{AB} = \overline{CD}$

丁： $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$



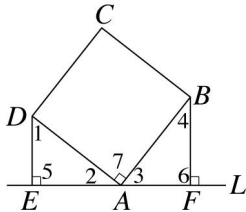
(A) 甲

(B) 乙、丙

(C) 甲、丙、丁

(D) 甲、乙、丙、丁

9. () 已知：如圖， $ABCD$ 是正方形， A 在 L 上， $\overline{DE} \perp L$ ， $\overline{BF} \perp L$ ，垂足分別為 E 、 F ($\overline{AE} \neq \overline{AF}$)。



求證： $\triangle ADE \cong \triangle BAF$ 。

證明：(1) $\because ABCD$ 是正方形， $\therefore \overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\angle 7 = 90^\circ$

(2) $\because \overline{DE} \perp L$ ， $\overline{BF} \perp L$ ， $\therefore \angle 5 = \angle 6 = 90^\circ$

(3) (甲)

(4) $\therefore \triangle ADE \cong \triangle BAF$ (AAS 全等性質)

從下列選項中，選出可填入(甲)中的正確證明過程：

(A) $\because \overline{DE} \perp L, \overline{BF} \perp L, \angle 7 = 90^\circ, \therefore \overline{DE} = \overline{BF}$

(B) $\because \overline{DE} \perp L, \overline{BF} \perp L, \angle 7 = 90^\circ, \therefore \angle 1 = \angle 4$

(C) $\because \angle 7 = 90^\circ, \angle 5 = \angle 6 = 90^\circ, \therefore \angle 2 = \angle 3$

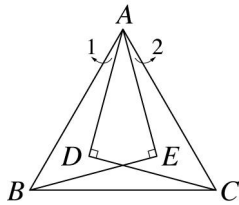
(D) $\because \angle 7 = \angle 5 = 90^\circ, \therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle 2 + \angle 3 \Rightarrow \angle 1 = \angle 3$

10. () 已知直角三角形的三邊長為 6、 a 、 b (a 、 b 為正整數)，且 b 為斜邊，則 $(a+b)$ 必為下列哪一個數的因數？

(A)36 (B)60 (C)72 (D)96

11. () 如圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{AD} \perp \overline{CD}$ ， $\overline{AE} \perp \overline{BE}$ ，若 $\angle 1 = \angle 2$ ，則欲證明 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ 時，可使用下列哪幾項條件來證明？

- (1) $\overline{AB} = \overline{AC}$ (2) $\overline{AD} = \overline{AE}$
 (3) $\angle ABE = \angle ACD$ (4) $\angle BAE = \angle CAD$
 (5) $\angle ABC = \angle ACB$ (6) $\angle 1 = \angle 2$
 (7) $\angle ADC = 90^\circ = \angle AEB$



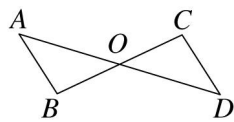
- (A)(1)(2)(3)(4)，是根據 *AAS* 性質
 (B)(1)(4)(6)(7)，是根據 *AAS* 性質
 (C)(1)(2)(5)(6)，是根據 *ASA* 性質
 (D)(1)(3)(5)(7)，是根據 *RHS* 性質

12. () 下列對於連續正整數的敘述，何者錯誤？

- (A) 連續正偶數 2、4、6、 \dots 中，第 n 項的數為 $2n$
 (B) 連續正偶數總和 $2+4+6+\dots$ 中，到第 n 項的總和為 n^2
 (C) 連續正奇數 1、3、5、 \dots 中，第 n 項的數為 $2n-1$
 (D) 連續正奇數總和 $1+3+5+\dots$ 中，到第 n 項的總和為 n^2

13. () 如圖， \overline{AD} 與 \overline{BC} 相交於 O 點，且 $\overline{OA} = \overline{OD}$ ， $\overline{OB} = \overline{OC}$ ，則下列哪些敘述是正確的？

- 甲： $\triangle AOB \cong \triangle DOC$ 乙： $\angle B = \angle C$ 丙： $\angle A = \angle C$
 丁： $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 戊： $\overline{AB} = \overline{CD}$

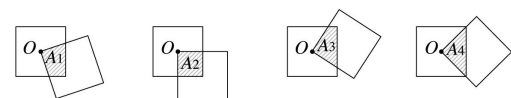


- (A) 甲、乙
 (B) 甲、乙、戊
 (C) 甲、乙、丙、戊
 (D) 甲、乙、丁、戊

14. () 下列敘述，何者錯誤？

- (A) 若 a 為奇數，則 $(a+1)^2 - a^2$ 必為奇數
 (B) 若 a 為偶數，則 $(a+1)^2$ 必為奇數
 (C) 若 a 為偶數，則 a^2 必為 4 的倍數
 (D) 若 a 為奇數，則 $3(a+1)^2$ 必為 24 的倍數

15. () 如圖，鋪色區域 A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4 為兩個相同的正方形之重疊部分，其中 O 為正方形兩對角線之交點，則下列敘述何者正確？

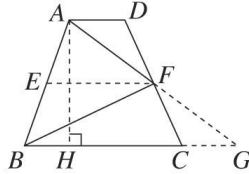


(A) $A_1 > A_2$ (B) $A_2 > A_3$ (C) $A_3 > A_1$ (D) $A_1 = A_4$

16. () 已知 a 、 b 兩整數的乘積為偶數， b 、 c 兩整數的和為奇數，如果 c 為奇數，則下列敘述何者正確？

- (A) a 為偶數， b 為奇數
 (B) a 可能是奇數或偶數
 (C) a 、 b 兩整數必定都是偶數
 (D) a 、 b 兩整數必定都是奇數

17. () 如圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 於 H 點， E 、 F 分別為 \overline{AB} 、 \overline{CD} 的中點，直線 \overline{AF} 與直線 \overline{BC} 交於 G ，請問可根據下列哪一種全等性質得到 $\triangle ADF \cong \triangle GCF$ ？



(A)SSS (B)SAS (C)AAS (D)ASS

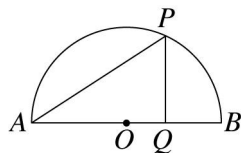
18. () 小明欲將 11^2 表示成連續奇數的和，則下列何者正確？

- (A) $11^2 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17$
 (B) $11^2 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19$
 (C) $11^2 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21$
 (D) $11^2 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23$

19. () 若 a 為正整數，則下列哪一個式子所表示的數一定為 8 的倍數？

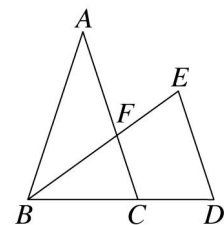
- (A) $(a+1)^2 - a^2$ (B) $(a+2)^2 - a^2$
 (C) $(a+3)^2 - a^2$ (D) $(a+4)^2 - a^2$

20. () 如圖，半圓 O 中， \overline{AB} 為直徑，且 \overline{PQ} 垂直 \overline{AB} ， Q 為垂足，若 $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{PA} = 8$ ，則 $\overline{PQ} = ?$



(A) $\frac{24}{5}$ (B) 5 (C) $\frac{26}{5}$ (D) $\frac{27}{5}$

21. () 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， \overline{BE} 平分 $\angle ABC$ ，並交 \overline{AC} 於 F ，且 $\overline{AF} = \overline{BF}$ 。若 $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$ ，則下列推論何者正確？



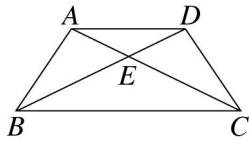
- (A) $\angle A = 18^\circ$
 (B) $\triangle BCF$ 為等腰三角形
 (C) $\triangle ABF$ 為正三角形
 (D) $\triangle ABC \cong \triangle BED$

22. () 如圖，等腰梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，且 $\overline{AB} = \overline{DC}$ ，甲生想證明 $\overline{AC} = \overline{DB}$ ，他的證明過程如下：

因為四邊形 $ABCD$ 為等腰梯形，所以 $\angle ABC = \angle DCB$ ，
 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 中，
 因為 $\angle ABC = \angle DCB$ ， $\overline{AB} = \overline{DC}$ ，

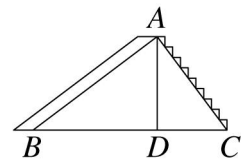
所以 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ ，故 $\overline{AC} = \overline{DB}$ 。

乙生看了證明後，表示在證明 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ 的過程中缺了一個條件，你認為應加上下列哪一個條件，才能使證明完整？



- (A) $\overline{BE} = \overline{CE}$
 (B) $\overline{BC} = \overline{BC}$
 (C) $\angle AEB = \angle DEC$
 (D) $\angle AED = \angle BEC$

23. () 欣欣樂園內有一座滑水道，爬梯 \overline{AC} 長 20 公尺，滑水道高 \overline{AD} 為 16 公尺，若 \overline{AB} 與 \overline{AC} 的夾角為 90° ，則滑水道底部到爬梯底部 \overline{BC} 的距離為多少公尺？

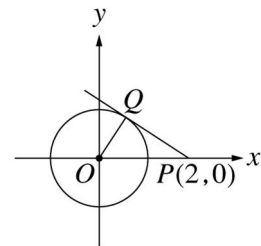


- (A) $\frac{64}{3}$ (B) $\frac{80}{3}$ (C) $\frac{90}{3}$ (D) $\frac{100}{3}$

24. () 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，則下列敘述何者錯誤？

- (A) $\angle B$ 可能為鈍角
 (B) $\angle B = \angle C$
 (C) $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$
 (D) $\angle A$ 可能為鈍角

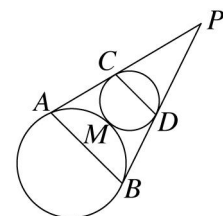
25. () 如圖，坐標平面上，圓 O 的圓心為原點 $(0, 0)$ ，其半徑等於 1，若由點 $P(2, 0)$ 對圓作切線，切點為 Q 點，則 Q 點坐標為何？



- (A) $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ (B) $(\frac{1}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4})$ (C) $(\frac{1}{6}, \frac{\sqrt{3}}{6})$ (D) $(\frac{1}{8}, \frac{\sqrt{3}}{8})$

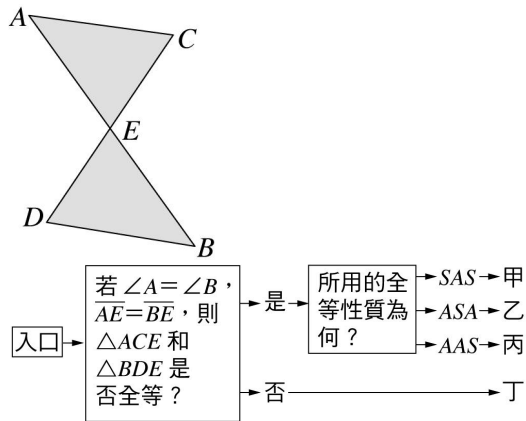
26. () 如圖，有大小兩圓外切於 M 點， P 為兩圓外一點，過 P 點做兩圓的公切線，公切線交大圓於 A 、 B 兩點，交小圓於 C 、 D 兩點，連接 \overline{AB} 及 \overline{CD} ，則下列敘述中，正確的有幾個？

- 甲： $\overline{AC} = \overline{BD}$
 乙： $\triangle PAB \sim \triangle PCD$
 丙： $\angle BAC = 90^\circ$
 丁：四邊形 $ABDC$ 是等腰梯形
 戊： \overline{AB} 的中垂線會通過大圓圓心，但不會通過小圓圓心

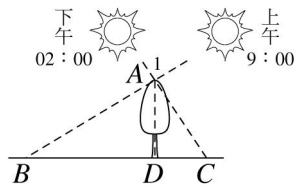


- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

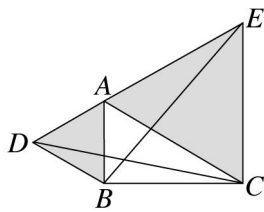
27. () 有一個數學遊戲如下圖所示：由左方入口進入，依框內指示，根據下圖兩個三角形判斷正確的路徑，則出口為何？



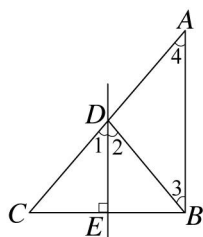
- (A)甲 (B)乙 (C)丙 (D)丁
28. () 如圖，上午 9 時，樹影 $\overline{BD} = 15$ 公尺，下午 2 時，樹影 $\overline{CD} = 6$ 公尺，若已知兩次光線的夾角 $\angle 1 = 90^\circ$ ，則樹高 \overline{AD} 約多少公尺？



- (A)7 (B)8 (C)9 (D)10
29. () 如圖，分別以 $\triangle ABC$ 的兩邊 \overline{AB} 、 \overline{AC} 為邊，向外作正三角形 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ ，求證： $\overline{BE} = \overline{CD}$ ，小安的證明過程如下：
- (1) $\because \triangle ABD$ 為正三角形
 $\therefore \overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\angle BAD = 60^\circ$
 同理： $\overline{AE} = \overline{AC}$ ， $\angle CAE = 60^\circ$
- (2) $\because \overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\overline{AE} = \overline{AC}$ ， $\angle CAE = \angle BAD$
 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADC$ (SAS 全等性質)，故 $\overline{BE} = \overline{CD}$
- 阿宏發現小安的證明過程中有一個地方錯誤，請問是下列何者？



- (A) $\because \overline{AB} = \overline{AD}$ (B) $\angle CAE = \angle BAD$
 (C) $\overline{AE} = \overline{AC}$ (D) 利用 SAS 全等性質證明全等
30. () 如圖， $\triangle ABC$ 為直角三角形， $\angle ABC = 90^\circ$ ，過 \overline{AC} 中點 D 作 $\overline{DE} \perp \overline{BC}$ ，且交 \overline{BC} 於 E 點，則下列敘述何者正確？



- 甲： $\because \triangle CDE \cong \triangle BDE$ ， $\therefore \angle 1 = \angle 2$
 乙： $\because \triangle CDB \cong \triangle ADB$ ， $\therefore \angle C = \angle 4$

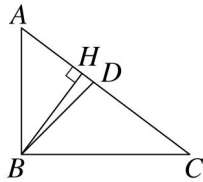
丙： $\because \triangle CED \sim \triangle CBA$ ， $\therefore \overline{DE} : \overline{AB} = 1 : 2$

丁： $\because \overline{DE} \parallel \overline{AB}$ ，又 $\overline{CD} = \overline{DA}$ ， $\therefore \overline{CE} = \overline{EB}$

- (A)甲、乙 (B)甲、乙、丙
(C)甲、丙、丁 (D)乙、丙

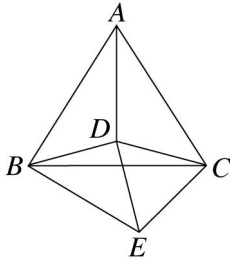
31. () 兩個直角三角形在下列何種條件下不一定全等？
(A)兩銳角對應相等 (B)一斜邊及一股等長
(C)兩股對應相等 (D)一斜邊及一銳角對應相等

32. () 如圖， $\triangle ABC$ 中，若 $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\overline{BH} \perp \overline{AC}$ ， \overline{BD} 平分 $\angle ABC$ 。已知 $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 4$ ，則 $\overline{DH} = ?$



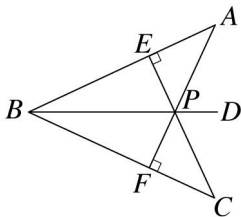
- (A) $\frac{12}{35}$ (B) $\frac{17}{35}$ (C) $\frac{21}{35}$ (D) $\frac{27}{35}$

33. () 如圖， $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 均為正三角形，且 $\angle BDC = 150^\circ$ ，則下列敘述何者錯誤？



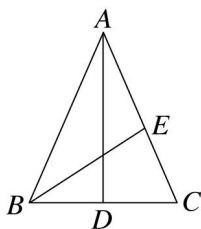
- (A) $\triangle ADC \cong \triangle BEC$ (B) $\overline{BD}^2 + \overline{DE}^2 = \overline{BE}^2$
(C) $\overline{BD}^2 + \overline{DC}^2 = \overline{AD}^2$ (D) $\triangle ADC \cong \triangle BDC$

34. () 如圖， \overline{BD} 平分 $\angle ABC$ ， P 為 \overline{BD} 上一點，連接直線 AP 交 \overline{BC} 於 F 點，連接直線 CP 交 \overline{AB} 於 E 點，且 $\overline{PE} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{PF} \perp \overline{BC}$ ，則下列敘述何者錯誤？



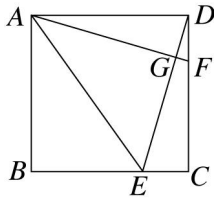
- (A) $\because \triangle BPE \cong \triangle BPF$ ， $\therefore \overline{PE} = \overline{PF}$
(B) $\because \overline{PE} \perp \overline{AB}$ ， $\therefore \overline{PE} = \overline{AE}$
(C) $\because \triangle APE \cong \triangle CPF$ ， $\therefore \overline{AP} = \overline{CP}$
(D) $\because \triangle BAP \cong \triangle BCP$ ， $\therefore \angle BAP = \angle BCP$

35. () 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，且 \overline{AD} 、 \overline{BE} 分別平分 $\angle BAC$ 、 $\angle ABC$ ，下列敘述何者不一定正確？



- (A) $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ (B) $\triangle ADC \cong \triangle ADB$
(C) $\overline{BD} = \overline{CD}$ (D) $\angle CBE = \angle CAD$

36. () 如圖，四邊形 $ABCD$ 為正方形，且 $\overline{DF} = \overline{EC}$ ，則下列敘述何者正確？



(A) $\triangle ADF \cong \triangle DCE$ (B) $\triangle ADF \cong \triangle ABE$

(C) $\overline{AE} = \overline{DE}$ (D) $\overline{AE} = \overline{AF}$

37. () 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，已知 $\overline{AB} = \overline{DE}$ ， $\overline{BC} = \overline{EF}$ ，若欲證明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，試判斷下列敘述何者錯誤？

(A) 欲使用 SSS 全等，應加條件 $\overline{AC} = \overline{DF}$ ，方能使兩個三角形全等

(B) 欲使用 SAS 全等，應加條件 $\angle C = \angle F$ ，方能使兩個三角形全等

(C) 欲使用 RHS 全等，應加條件 $\angle C = \angle F = 90^\circ$ ，方能使兩個三角形全等

(D) 欲使用 RHS 全等，應加條件 $\angle A = \angle D = 90^\circ$ ，方能使兩個三角形全等

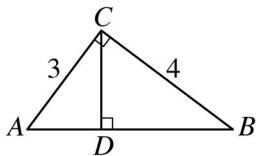
38. () 若直線 L 為 \overline{BC} 的中垂線，且 A 為 L 上一點，則 $\triangle ABC$ 必為何種三角形？

(A) 正三角形 (B) 等腰三角形

(C) 直角三角形 (D) 不等邊三角形

二、填充

1. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ 於 D ，若 $\overline{AC} = 3$ ， $\overline{BC} = 4$ ，則：

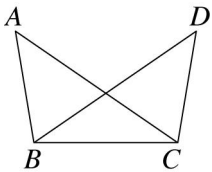


(1) $\overline{AD} \times \overline{BD}$ 的值为_____。

(2) $\overline{AD} =$ _____。

(3) $\triangle ABC$ 面積： $\triangle CBD$ 面積 = _____。

2. 已知：如圖， $\overline{AB} = \overline{CD}$ ， $\overline{AC} = \overline{DB}$ 。



求證： $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ 。

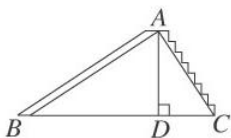
【證明】 $\because \overline{AB} =$ _____ (已知)

$\overline{AC} =$ _____ (已知)

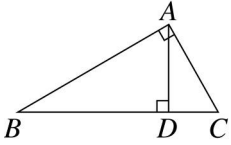
$\overline{BC} =$ _____ (共用邊)

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB$ (_____ 全等性質)

3. 如圖，泳池內有一座小型滑水道，其中 \overline{AB} 與 \overline{AC} 的夾角為 90° ，已知 \overline{AC} 長 1.5 公尺， \overline{AD} 為 1.2 公尺，則 \overline{BC} 為_____公尺。



4. 如圖，已知直角三角形 ABC 的面積為 $18\sqrt{3}$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ，且 $\overline{AC} = 6$ ，則 $\overline{AB} : \overline{BD} =$ _____： $\sqrt{3}$ 。



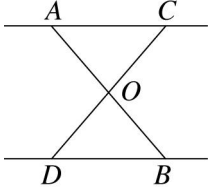
5. $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ，若 $\overline{AB} : \overline{AC} = 2 : 1$ ，且 $\overline{BC} = 15$ ，則：

(1) $\overline{CD} =$ _____。

(2) $\triangle ABC$ 面積 = _____。

6. 完成下列空格。

已知：如圖， \overline{AB} 與 \overline{CD} 交於 O 點，且 $\overline{AO} = \overline{BO}$ ， $\overline{CO} = \overline{DO}$ 。



求證： $\angle CAO = \angle DBO$ 。

【證明】 $\because \overline{AO} =$ _____ (已知)

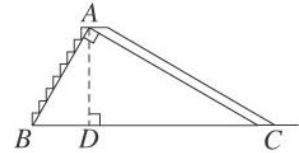
$\angle AOC =$ _____ (_____ 相等)

$\overline{CO} =$ _____ (已知)

$\therefore \triangle AOC \cong \triangle$ _____ (_____ 全等性質)

$\Rightarrow \angle CAO = \angle DBO$

7. 附圖是一個溜滑梯，已知 $\angle BAC=90^\circ$ ， $\overline{BD} = 4$ 公尺， A 點離地面 \overline{BC} 的高度 \overline{AD} 為 6 公尺，則 $\overline{CD} =$ _____ 公尺。



8. 若將連續正整數 1、2、3、 \dots ，依序每 5 個分成一組，如下所示，則：

第一組：1、6、11、 \dots 。

第二組：2、7、12、 \dots 。

第三組：3、8、13、 \dots 。

第四組：4、9、14、 \dots 。

第五組：5、10、15、 \dots 。

(1) 11111 分在第 _____ 組。

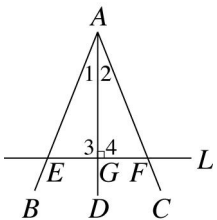
(2) 55555 分在第 _____ 組。

(3) 第三組的第 n 個數為 _____。(以 n 表示)

(4) 第四組的第 $(n+1)$ 個數為 _____。(以 n 表示)

9. 完成下列空格。

已知：如圖， \overline{AD} 為 $\angle BAC$ 的角平分線。



求證：若直線 $L \perp \overline{AD}$ 且交 \overline{AB} 、 \overline{AC} 於 E 、 F 兩點，則 $\overline{AE} = \overline{AF}$ 。

【證明】 \because _____ = _____ (\overline{AD} 為 $\angle BAC$ 的角平分線)

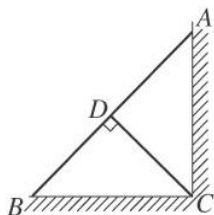
_____ = _____ (共用邊)

_____ = _____ ($\overline{AD} \perp L$)

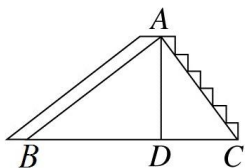
$\therefore \triangle AEG \cong \triangle \underline{\hspace{2cm}}$ (ASA 全等性質)

$\Rightarrow \overline{AE} = \overline{AF}$

10. 如圖，梯子 \overline{AB} 斜放在垂直於地面的牆上，爲了要讓梯子更穩定，多加了支架 \overline{CD} 支撐，已知 $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ ，且 $\overline{AB} = 16$ 公尺， $\overline{AC} = 12$ 公尺，則 $\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 公尺。



11. 直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 於 D ， $\overline{BC} = 2\overline{AB}$ ，則 $\triangle ABD$ 面積： $\triangle CAD$ 面積 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
12. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle BAC = 90^\circ$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 於 D ，若 $\overline{BD} = 3$ ， $\overline{CD} = 2$ ，則 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 + \overline{AD}^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
13. 美玲想在泳池內建造一座滑水道，樓梯 \overline{AC} 長 6 公尺，且 \overline{CD} 爲 4 公尺，若 \overline{AB} 與 \overline{AC} 的夾角爲 90° ， $\angle ADC$ 亦爲 90° ，則滑水道底部到樓梯底部 \overline{BC} 的距離爲 $\underline{\hspace{2cm}}$ 公尺。

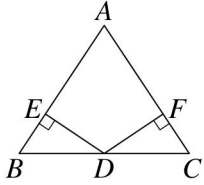


三、證明

- 已知： a 爲任意一個奇數， b 爲任意一個偶數，且 $a > b$ 。
求證： $(a+b)(a-b)$ 爲奇數。
- 已知： a 爲任意一個奇數， b 爲任意一個偶數。
求證： $a \times b$ 爲偶數。
- 已知： $a > b > 0$ 。
求證： $a^2 > b^2$ 。
- 已知：直角 $\triangle ABC$ 的三邊長爲 a 、 b 、 c (a 、 b 、 c 均爲正整數)，其中 c 爲斜邊。
求證： b^2 是 $(c+a)$ 的倍數。
- 已知： a 爲任意一個偶數， b 爲任意一個奇數。

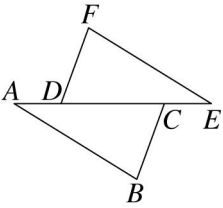
求證： $(a^2 + b^2)$ 為奇數。

6. 已知：如圖， D 為 \overline{BC} 的中點， $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{DF} \perp \overline{AC}$ ， $\overline{DE} = \overline{DF}$ 。



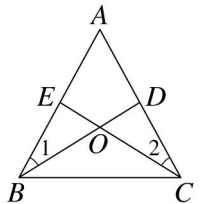
求證： $\triangle ABC$ 為等腰三角形。

7. 已知：如圖， $\overline{AD} = \overline{CE}$ ， $\overline{AB} \parallel \overline{EF}$ ， $\overline{AB} = \overline{EF}$ 。



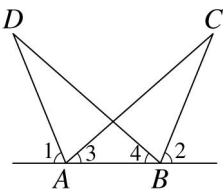
求證： $\overline{BC} \parallel \overline{DF}$ 。

8. 已知：如圖， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\angle 1 = \angle 2$ 。



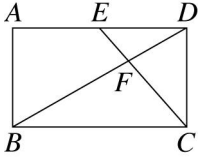
求證：(1) $\overline{OB} = \overline{OC}$ 。 (2) $\overline{OD} = \overline{OE}$ 。

9. 已知：如圖， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ 。



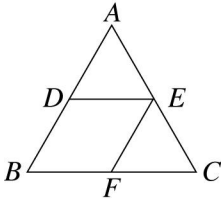
求證： $\overline{AC} = \overline{BD}$ 。

10. 已知：如圖， \overline{BD} 為長方形 $ABCD$ 的對角線， E 為 \overline{AD} 中點， \overline{CE} 交 \overline{BD} 於 F 點。



求證： $\overline{DF} = \frac{1}{3} \overline{BD}$ 。

11. 已知：如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$ 。

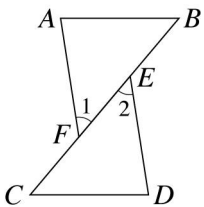


求證： $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{BF} : \overline{FC}$ 。

12. 已知： $a > b > c > 0$ 。

求證： $\frac{a}{b} > \frac{a+c}{b+c}$ 。

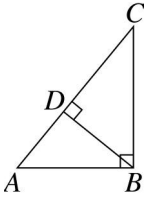
13. 已知：如圖， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle B = \angle C$ ， $\overline{BE} = \overline{CF}$ 。



求證： $\overline{AB} = \overline{CD}$ 。

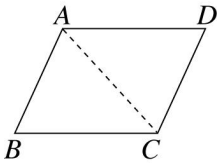
14. 已知：如圖，直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ 。

求證： $\overline{AB}^2 = \overline{AC} \times \overline{AD}$ 。



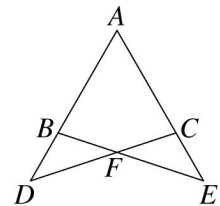
15. 已知：直角三角形三邊長為 a 、 b 、 $a+4$ (a 、 b 為正整數)，其中 $(a+4)$ 為斜邊長。
求證： b^2 為 8 的倍數。

16. 已知：如圖，四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形。



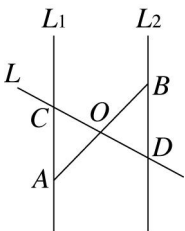
求證： $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ 。

17. 已知：如圖， A 、 B 、 D 三點共線， A 、 C 、 E 三點亦共線，而且 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{BD} = \overline{CE}$ 。



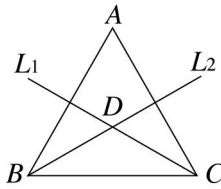
求證： $\overline{DF} = \overline{EF}$ 。

18. 已知：如圖， $L_1 // L_2$ ， O 為 \overline{AB} 的中點。



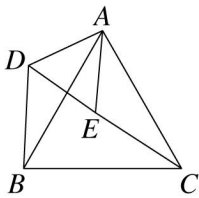
求證：若直線 L 過 O 點，且與 L_1 、 L_2 相交於 C 、 D 兩點，則 $\overline{CO} = \overline{DO}$ 。

19. 已知：如圖， L_1 、 L_2 分別為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 的中垂線且相交於 D 點。



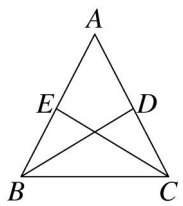
求證： $\overline{BD} = \overline{CD}$ 。

20. 已知：如圖， $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 皆為正三角形。



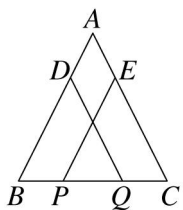
求證： $\overline{BD} = \overline{CE}$ 。

21. 已知：如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， \overline{BD} 平分 $\angle ABC$ ， \overline{CE} 平分 $\angle ACB$ 。



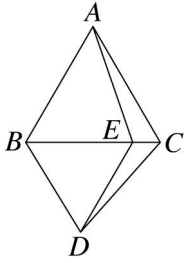
求證： $\overline{BD} = \overline{CE}$ 。

22. 已知：如圖， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{AD} = \overline{AE}$ ， $\overline{BP} = \overline{CQ}$ 。



求證： $\angle DQB = \angle EPC$ ， $\overline{DQ} = \overline{EP}$ 。

23. 已知：如圖， $\triangle ABC$ 和 $\triangle BDE$ 皆為正三角形。

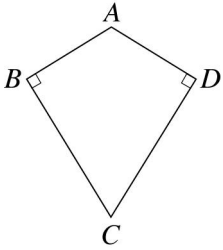


求證： $\overline{AE} = \overline{CD}$ 。

24. 已知： a 、 b 為連續的正偶數($a > b$)。

求證： $(a^2 - b^2)$ 為 4 的倍數。

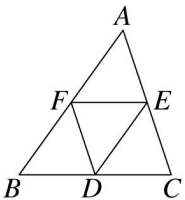
25. 已知：如圖， $\overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\angle B = \angle D = 90^\circ$ 。



求證： $\overline{BC} = \overline{DC}$ 。

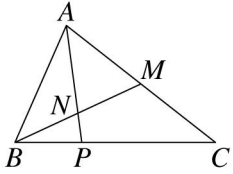
26. 已知：如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 、 F 分別為 \overline{BC} 、 \overline{AC} 、 \overline{AB} 的中點。

求證： $\triangle DEF$ 面積 = $\triangle AEF$ 面積 = $\triangle BDF$ 面積 = $\triangle CDE$ 面積。

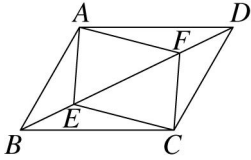


27. 已知：如圖， $\triangle ABC$ 中， M 為 \overline{AC} 的中點， N 為 \overline{BM} 的中點，直線 AN 交 \overline{BC} 於 P 點。

求證： $\overline{CP} = 2\overline{BP}$ 。

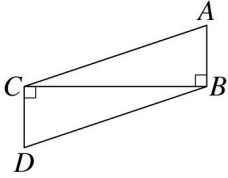


28. 已知：如圖，四邊形 $ABCD$ 是平行四邊形，且 $\overline{AE} \parallel \overline{CF}$ 。



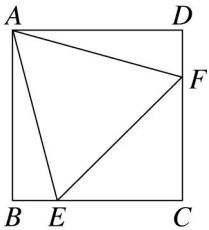
求證： $\overline{BE} = \overline{DF}$ ， $\overline{AE} = \overline{CF}$ 。

29. 已知：如圖， $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ ， $\overline{CD} \perp \overline{BC}$ ， $\overline{AC} = \overline{BD}$ 。



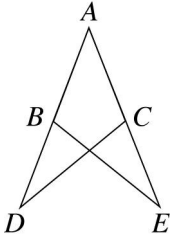
求證： $\overline{AB} = \overline{CD}$ 。

30. 已知：如圖，四邊形 $ABCD$ 為正方形， E 、 F 分別在 \overline{BC} 、 \overline{CD} 上， $\triangle AEF$ 為正三角形。



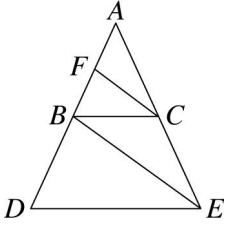
求證： $\overline{BE} = \overline{DF}$ 。

31. 已知：如圖， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{AD} = \overline{AE}$ 。



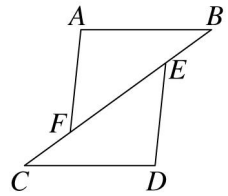
求證： $\angle D = \angle E$ 。

32. 已知：如圖， $\triangle ADE$ 中， $\overline{FC} \parallel \overline{BE}$ ， $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 。



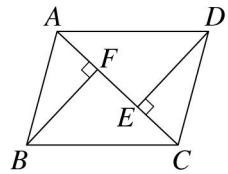
求證： $\overline{AF} : \overline{FB} = \overline{AB} : \overline{BD}$ 。

33. 已知：如圖， $\angle A = \angle D$ ， $\angle B = \angle C$ ， $\overline{BE} = \overline{CF}$ 。



求證： $\overline{AB} = \overline{CD}$ 。

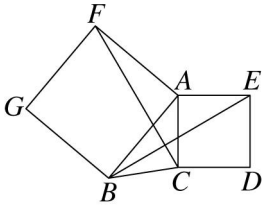
34. 已知：如圖，平行四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{DE} \perp \overline{AC}$ ， $\overline{BF} \perp \overline{AC}$ 。



求證： $\overline{BF} = \overline{DE}$ 。

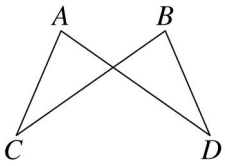
35. 已知：如圖，以 $\triangle ABC$ 的兩邊 \overline{AB} 、 \overline{AC} 為邊作正方形 $ABGF$ 、 $ACDE$ 。

求證： $\overline{BE} = \overline{CF}$ 。



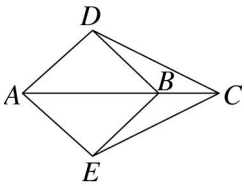
36. 若 a 為正整數，且 a 被 8 除後餘 4，則 a 是偶數，還是奇數？請說明你的理由。

37. 已知：如圖， $\overline{AC} = \overline{BD}$ ， $\overline{AD} = \overline{BC}$ 。



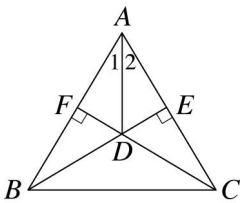
求證： $\angle A = \angle B$ 。

38. 已知：如圖， $\overline{AD} = \overline{AE}$ ， $\overline{BD} = \overline{BE}$ ， C 點在直線 AB 上。



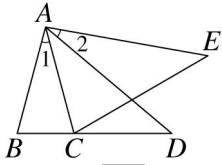
求證： $\overline{CD} = \overline{CE}$ 。

39. 已知：如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{BE} \perp \overline{AC}$ ， $\overline{CF} \perp \overline{AB}$ 。



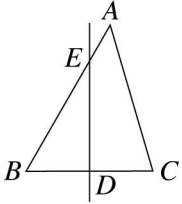
求證：(1) $\overline{AE} = \overline{AF}$ 。(2) $\angle 1 = \angle 2$ 。

40. 已知：如圖，已知 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{AD} = \overline{AE}$ ， $\angle 1 = \angle 2$ 。



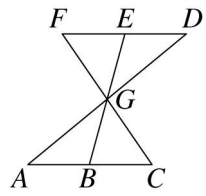
求證： $\overline{BD} = \overline{CE}$ 。

41. 已知：如圖， \overline{DE} 為 \overline{BC} 的中垂線。



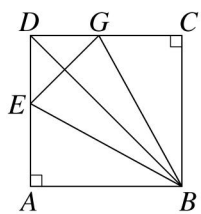
求證： $\triangle AEC$ 周長 = $\overline{AB} + \overline{AC}$ 。

42. 已知：如圖， $\overline{FG} = \overline{CG}$ ， $\overline{AG} = \overline{DG}$ 。



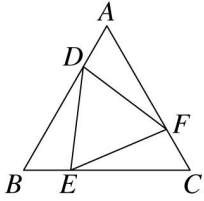
求證： $\overline{BG} = \overline{EG}$ 。

43. 已知：如圖，正方形 $ABCD$ 中， $\overline{BE} = \overline{BG}$ 。



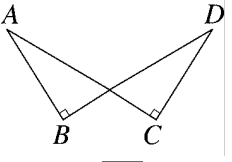
求證： \overline{BD} 垂直平分 \overline{EG} 。

44. 已知：如圖， $\triangle ABC$ 為正三角形，且 $\overline{AD} = \overline{BE} = \overline{CF}$ 。



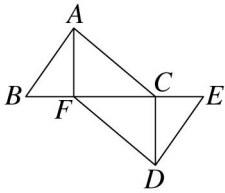
求證： $\triangle DEF$ 為正三角形。

45. 已知：如圖， $\overline{AC} = \overline{BD}$ ， $\angle B = \angle C = 90^\circ$ 。



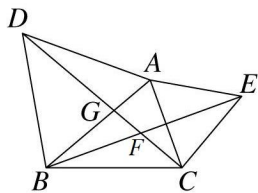
求證： $\overline{AB} = \overline{CD}$ 。

46. 已知：如圖， $\overline{AB} = \overline{DE}$ ， $\overline{BF} = \overline{CE}$ ， $\overline{AC} = \overline{DF}$ 。



求證：(1) $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ 。 (2) $\overline{AF} \parallel \overline{CD}$ 。

47. 如圖，以 $\triangle ABC$ 的兩邊 \overline{AB} 、 \overline{AC} 各向外側作正 $\triangle ABD$ 和正 $\triangle ACE$ ，試回答下列問題：

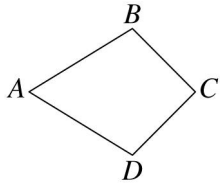


(1) 求證： $\overline{BE} = \overline{CD}$ 。 (2) $\angle DFB = ?$

48. 已知： a 、 b 為正整數，且 $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ 。

求證： $a > \sqrt{ab} > b$ 。

49. 已知：如圖，四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\angle B = \angle D$ 。



求證： $\overline{BC} = \overline{DC}$ 。

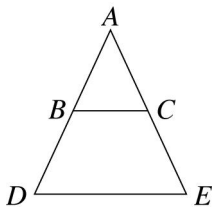
50. 已知： a 、 b 為正整數，且 $a > b$ 。

求證： $a > \frac{a+b}{2} > b$ 。

51. 已知： a 、 b 均為正數。

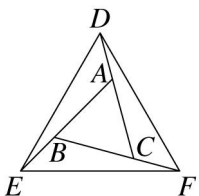
求證： $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ 。

52. 已知：如圖， $\triangle ADE$ 中， $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 。



求證： $\overline{AB} : \overline{BD} = \overline{AC} : \overline{CE}$ 。

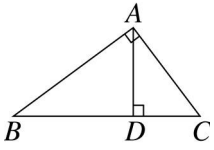
53. 已知：如圖， $\triangle ABC$ 是正三角形，且 $\overline{AD} = \overline{BE} = \overline{CF}$ 。



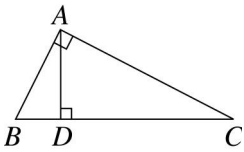
求證： $\triangle DEF$ 為正三角形。

四、計算

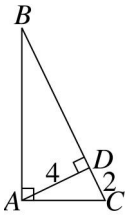
1. 如圖，直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ，若 $\overline{AB}=20$ ， $\overline{AC}=15$ ，則 $\overline{BD}=?$



2. 如圖，直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ，若 $\overline{BD}=(\sqrt{3}-1)$ 公分， $\overline{CD}=(1+\sqrt{3})$ 公分，則 $\overline{AD}=?$

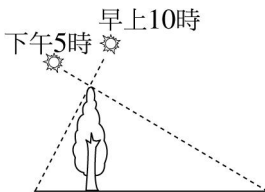


3. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=90^\circ$ ， \overline{AD} 為斜邊 \overline{BC} 上的高，若 $\overline{AD}=4$ ， $\overline{CD}=2$ ，試求：



- (1) $\overline{AC}=?$ (2) $\overline{BD}=?$

4. 如圖，早上 10 點豔萍測得某樹的影長 2 公尺，到了下午 5 時又測得該樹的影長為 8 公尺，若兩次日照的光線互相垂直，則樹的高度約為多少公尺？



5. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=4$ ， $\overline{BC}=3$ ，四邊形 $ACDE$ 是正方形，求 \overline{BD} 及 \overline{BE} 的長。

