

第四章：一元二次方程式 第二節：配方法與公式解

一、選擇

1. () 若 $2x^2 + 12x + 14 = a(x-b)^2 - c$ ，則 $b+c=?$
(A)1 (B)-1 (C)7 (D)-7

《答案》A

2. () 方程式 $(2x+1)^2 = 441$ ，求 x 的解為多少？
(A)10 或 11 (B)-10 或 -11
(C)10 或 -11 (D)-10 或 11

《答案》C

3. () 設 $x^2 + bx + 3 = 0$ 可推得 $(x-3)^2 = k$ ，則 $b+k=?$
(A)0 (B)-1 (C)-3 (D)-5

《答案》A

4. () 若 $x^2 + 6x + a^2 = (x+a)^2$ ，則 $a=?$
(A)3 (B)6 (C)9 (D)-3

《答案》A

5. () 將 $x^2 - 26x = 0$ 整理成 $(x+a)^2 = b$ 時，則 $a+b=?$
(A)13 (B)26 (C)156 (D)169

《答案》C

6. () 下列何者是完全平方式？
(A) $x^2 + 6x + 8$ (B) $x^2 + 12x + 16$
(C) $x^2 + 8x + 10$ (D) $x^2 + 4x + 4$

《答案》D

7. () 已知 m 為負數，且 1 是 x 的方程式 $3x^2 - m^2x + 1 = 0$ 的一根，求 $m=?$
(A) $-\frac{1}{2}$ (B)-2 (C)-1 (D)-3

《答案》B

8. () 若一元二次方程式 $x^2 - 2x - 321 = 0$ 的兩根為 a 和 b ，則 $ab=?$
(A)2 (B)-2 (C)321 (D)-321

《答案》D

9. () 下列哪一個一元二次方程式有重根？
(A) $9x^2 + 12x + 4 = 0$
(B) $8x^2 + 18x - 35 = 0$
(C) $-2x^2 + 5x - 3 = 0$
(D) $-6x^2 - 25x + 4 = 0$

《答案》A

10. () 將 $x^2 + 6x$ 配成完全平方式時，應加上下列哪一個選項？
(A)-3 (B)3 (C)6 (D)9

《答案》D

11. () 判斷方程式 $2x^2 - 14x + 49 = 0$ 的兩根為何關係？
(A)兩相異根 (B)相等根 (C)無解 (D)無法判斷

《答案》C

12. () 若 $x^2 - 81 = 0$ 的兩根為 p 與 q ，則 $p+q=?$
(A)9 (B)1 (C)-1 (D)0

《答案》D

13. () $x^2 - 24x + m$ 可配成完全平方式，求 m 為多少？
(A)12 (B)24 (C)36 (D)144

《答案》D

14. () 若方程式 $x^2 - 4x - 1596 = 0$ 的兩根分別為 a 和 b ，則 $a+b=?$
(A)2 (B)4 (C)6 (D)7

《答案》B

15. () 下列何者是完全平方式？
(A) x^2+4x+4 (B) $x^2+2x+16$
(C) $x^2+8x+25$ (D) x^2+3x+9

《答案》A

16. () 設 a 、 b 為方程式 $2+3x-x^2=0$ 的解，則 ab 的值為多少？
(A) 3 (B) -3 (C) 2 (D) -2

《答案》D

17. () 將 $2x^2-8x$ 配成完全平方式時，應加上下列哪一個數？
(A) 4 (B) -4 (C) 8 (D) -8

《答案》C

18. () 利用配方法將 $x^2-12x-15=0$ 化為 $(x+p)^2=q$ 的型式，則 $p+q=$ ？
(A) 15 (B) 27 (C) 45 (D) 57

《答案》C

19. () 下列甲、乙、丙三個一元二次方程式，兩個根均相等的有哪些？
甲： $x^2-9=0$
乙： $x^2-x+\frac{1}{4}=0$
丙： $4x^2-12x+9=0$
(A) 甲 (B) 乙、丙
(C) 甲、丙 (D) 甲、乙、丙

《答案》B

20. () $54-6(x-5)^2=0$ ，求 x 的解為多少？
(A) -4 或 14 (B) -3 或 3
(C) -9 或 9 (D) 8 或 2

《答案》D

21. () 利用配方法解方程式時，得到一根為 $x=\frac{-7+\sqrt{15}}{2}$ ，那麼另一根必為何？
(A) $x=\frac{-7-\sqrt{35}}{2}$ (B) $x=\frac{7+\sqrt{35}}{2}$
(C) $x=\frac{7-\sqrt{35}}{2}$ (D) $x=\frac{\sqrt{35}-7}{2}$

《答案》A

22. () 若 $x^2+4x+b^2=(x+b)^2$ ，則 $b=$ ？
(A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) -2

《答案》C

23. () $x^2+ax-48=0$ 的一根為 3，求另一根為何？
(A) 16 (B) -16 (C) 64 (D) -64

《答案》B

24. () 方程式 $9x^2=0$ 的解是多少？
(A) $x=0$ (B) $x=3$ (C) $x=\pm 3$ (D) $x=0$ 或 3

《答案》A

25. () 下面是小平以配方法解方程式 $3x^2+5x-1=0$ 的步驟，請問從哪個步驟開始發生錯誤？
(A) 步驟一： $x^2+\frac{5}{3}x=\frac{1}{3}$
(B) 步驟二： $x^2+\frac{5}{3}x+(\frac{5}{3})^2=\frac{1}{3}+(\frac{5}{3})^2$
(C) 步驟三： $(x+\frac{5}{3})^2=\frac{28}{9}$

(D)步驟四： $x = -\frac{5}{3} \pm \frac{\sqrt{28}}{3}$

《答案》B

26. () 利用配方法將方程式 $9x^2 - 12x + 1 = 0$ 化成 $(3x + a)^2 = b$ 的形式，則 $a + b$ 的值是多少？
(A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1

《答案》D

27. () 下列何者為方程式 $3(x^2 + 1) = 2x^2 - 6x + 9$ 的根？
(A) 7 (B) $-3 \pm \sqrt{15}$ (C) $3 \pm \sqrt{15}$ (D) 10

《答案》B

28. () 假設 a 、 b 為 $3x^2 - 4x - 150 = 0$ 的兩根，則 $a + b = ?$
(A) 4 (B) -4 (C) $\frac{4}{3}$ (D) $-\frac{4}{3}$

《答案》C

29. () 設 x 為正整數，且 $x^2 - 4x - 9996 = 0$ ，則 x 之值為何？
(A) 100 (B) 101 (C) 102 (D) 103

《答案》C

30. () 若 $px^2 - 40x + 25$ 可配成完全平方式，則 $p = ?$
(A) 2 (B) 4 (C) 8 (D) 16

《答案》D

31. () 若用配方法將 $y = 2x^2 - 4x + 1$ 寫成 $y = 2(x - h)^2 + k$ 的形式，求 $h + k = ?$
(A) 2 (B) 8 (C) -6 (D) 0

《答案》D

32. () 胖虎想把 $2x^2 - 6x + a$ 配成完全平方式，則 a 必須是多少才有辦法？
(A) $\frac{9}{4}$ (B) $\frac{9}{2}$ (C) 9 (D) 18

《答案》B

33. () 將 $4x^2 - ax + 16$ 化成 $(2x - b)^2$ 的形式，若 a 為負整數，則 $a + 2b = ?$
(A) -8 (B) -24 (C) 8 (D) 24

《答案》B

34. () 已知一元二次方程式 $ax^2 + 2x + b = 0$ 的兩根為 2 和 -3，求 $a - b$ 的值為何？
(A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 16

《答案》C

35. () 若 $3x^2 + 12x + 7 = 3(x + m)^2 + n$ ，則 $m + n = ?$
(A) -7 (B) -3 (C) 3 (D) 7

《答案》B

36. () 一元二次方程式 $x^2 + ax - b = 0$ 的兩根為 5 和 -1，則點 (a, b) 在直角坐標平面上的第幾象限？
(A) 第一象限 (B) 第二象限
(C) 第三象限 (D) 第四象限

《答案》B

37. () 下列哪一個方程式無解？
(A) $-4x^2 = 0$ (B) $x^2 - 3x + 2 = 0$
(C) $2x^2 + 5 = 0$ (D) $x^2 + 8x = -16$

《答案》C

38. () 一元二次方程式 $16x^2 - (a + 1)x + 25 = 0$ 有等根，求 a 之值？
(A) 15, -17 (B) -101, 99
(C) -41, 39 (D) 89, -91

《答案》C

39. () 小欣以配方法解 $2x^2 - ax + b = 0$ ，可得 $x - 1 = \frac{\pm\sqrt{2}}{2}$ ，求 $a = ?$

(A)1 (B)2 (C)4 (D)6

《答案》C

40. () 若 -4 與 3 是方程式 $x^2 + mx + n = 0$ 的兩根，則點 $(m, n) = ?$

(A) $(-4, 3)$ (B) $(-1, -12)$

(C) $(4, -3)$ (D) $(1, -12)$

《答案》D

41. () 方程式 $x^2 - 2x - 899 = 0$ 的兩根差的絕對值為何？

(A)2 (B)19 (C)50 (D)60

《答案》D

42. () $4x^2 - 24x + 3$ 加上 k ，可化成 $(mx + n)^2$ ，求 k 的值？

(A)33 (B)143 (C) -33 (D) -143

《答案》A

43. () 設 $x^2 - mx + 8$ 可以化為 $(x - 3)^2 - n$ 的形式，則下列何者正確？

(A) $m = 6, n = 1$ (B) $m = -6, n = -1$

(C) $m = 1, n = 6$ (D) $m = -1, n = -6$

《答案》A

44. () a 為下列何值時，方程式 $x^2 - ax + 3 = 0$ 有相異的兩根？

(A)1 (B)2 (C)3 (D)4

《答案》D

45. () 若方程式 $x^2 + 12x + p = (x + q)^2$ ，則 $\frac{p}{q} = ?$

(A)12 (B)6 (C)1 (D)0

《答案》B

46. () $x^2 - \frac{1}{3}x + m = (x - n)^2$ ，則 $m + n = ?$

(A) $\frac{2}{9}$ (B) $\frac{4}{9}$ (C) $\frac{5}{36}$ (D) $\frac{7}{36}$

《答案》D

47. () 將 $x^2 + 5x + 3 = 0$ 配方，可得下列哪一個式子？

(A) $(x + 5)^2 = 22$ (B) $(x + 5)^2 = -28$

(C) $(x + \frac{5}{2})^2 = \frac{13}{4}$ (D) $(x + \frac{5}{2})^2 = -\frac{37}{4}$

《答案》C

48. () 解 $x(x - 6) = 891$ ，得 x 值為何？

(A)36 或 23 (B)33 或 -29

(C)33 或 -27 (D)31 或 -29

《答案》C

49. () 利用配方法解方程式 $x^2 + 6x - 8091 = 0$ 之兩根，則兩根相差多少？

(A)6 (B)9 (C)180 (D)190

《答案》C

50. () 將一元二次方程式 $2x^2 + 4x - 7 = 0$ 化成 $(x + p)^2 = q$ 的形式時，則 $p - q = ?$

(A) $-\frac{7}{2}$ (B) -2 (C) $\frac{7}{2}$ (D)2

《答案》A

51. () 若 $25x^2 + ax + 9 = (5x + b)^2$ ，且 $b > 0$ ，則 $a - b = ?$

(A)27 (B) -27 (C) -12 (D)12

《答案》A

52. () 若 $x^2 - 5x + a$ 與 $9x^2 + bx + 4$ 均為完全平方式，則 $4a + 2b = ?$

(A)1 (B)49 (C)1 或 49 (D)124

《答案》C

53. () 二次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ 的兩根比二次方程式 $x^2 + x - 6 = 0$ 的兩根都大 3，則 $a = ?$ $b = ?$

(A)-5, 0 (B)0, -5

(C)1, -6 (D)-6, 1

《答案》A

54. () 若 $x^2 + 2mx + m + 6$ 可配方為 x 的完全平方式，求 m 所有可能的值為多少？

(A) $m = -2$ (B) $m = -3$ 或 -2

(C) $m = -3$ (D) $m = 3$ 或 -2

《答案》D

55. () 靜香想把 $3x^2 + bx + 12$ 配成完全平方式，則 b 必須是多少才行？

(A)0 (B)-12 (C)12 (D) ± 12

《答案》D

56. () 已知 m 、 n 為方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的兩根，且 $b > 0$ ， $m + n = -\frac{1}{2}$ ， $mn = -\frac{9}{2}$ ，則下列敘述何者正確？

(A) $a = -2$ (B) $b = 1$

(C) $c = 9$ (D) $a + b + c = 12$

《答案》B

57. () 小新以配方法解 $2x^2 - 18x + a = 0$ ，可得 $x - \frac{9}{2} = \pm \frac{\sqrt{53}}{2}$ ，求 $a = ?$

(A)-14 (B)-7 (C)14 (D)7

《答案》C

58. () 若一元二次方程式 $4x^2 - 7x + c = 0$ 有解，則 c 不可能 為下列何數？

(A) $\frac{49}{16}$ (B) $-\frac{49}{16}$ (C)5 (D)-5

《答案》C

59. () 一元二次方程式 $x^2 - 4x - 3 = 0$ ，其負根為 a ，則 a 的範圍應該是下列哪一個選項？

(A) $-4 < a < -3$ (B) $-3 < a < -2$

(C) $-2 < a < -1$ (D) $-1 < a < 0$

《答案》D

二、填充

1. 解一元二次方程式 $4x^2 = 16$ ，可得 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》 ± 2

2. 已知 $x^2 + px + q = 0$ 的兩根分別為 -4 和 7 ，則 $p = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $q = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》 -3 ， -28

3. 若 $x^2 + 4x + A^2 = (x + A)^2$ ，則 $A = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》2

4. a 為正數，一元二次方程式 $(x + a)^2 = 9a^2$ ，若有一根是 3 ，則另一根是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》 -6

5. 若 $(2x + 5)^2 = 1$ ，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》 -2 或 -3

6. 若 0 是 $10x^2 + 50x - k = 0$ 的一個根，則另一個根為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》 -5

7. 在空格中填入適當的數，使此式配成完全平方式： $x^2 + 2x + 1 = (x + \square)^2$ 。

《答案》1

8. 解方程式 $x^2 + 6x + 3 = 0$ ，可得 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》 $-3+\sqrt{6}$ 或 $-3-\sqrt{6}$

9. 如果 $x^2 - \frac{3}{2}x + \square = (x+k)^2$ ，則 \square 爲_____。

《答案》 $\frac{9}{16}$

10. 解一元二次方程式 $7x^2 - 28 = 0$ ，可得 $x =$ _____。

《答案》 ± 2

11. 解 $(x-5)^2 - 36 = 0$ ，可得 $x =$ _____。

《答案》11 或 -1

12. 在空格中填入適當的數，使此式配成完全平方式： $x^2 - 8x + 16 = (x - \square)^2$

《答案》4

13. 請在下列空格中，填入適當的答案：

(1) $4x^2 - \underline{\hspace{2cm}}x + 81 = (2x - \underline{\hspace{2cm}})^2$ 。

(2) $x^2 - \frac{3}{2}x + \underline{\hspace{2cm}} = (x + \underline{\hspace{2cm}})^2$ 。

(3) $x^2 + \underline{\hspace{2cm}}x - \frac{3}{4} = (x + \frac{1}{8})^2 + \underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》(1) 36, 9 (2) $\frac{9}{16}$, $-\frac{3}{4}$ (3) $\frac{1}{4}$, $-\frac{49}{64}$

14. 阿西算出方程式 $3x^2 - 14x = 2k$ 的其中一根爲 5，則另一根爲_____。

《答案》 $-\frac{1}{3}$

15. 若方程式 $x^2 + 2x + a = 0$ 有一根爲 $-1 + \sqrt{17}$ ，則 $a =$ _____。

《答案》-16

16. 解 $3x^2 = 2(x+5)$ 得 $x = \frac{1 \pm \sqrt{\square}}{3}$ ，則 $\square =$ _____。

《答案》31

17. 解一元二次方程式 $x(x-6) = 952$ ，可得 $x =$ _____。

《答案》34 或 -28

18. $4x^2 - 8x - 3 = (2x - \underline{\hspace{2cm}})^2 - \underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》2, 7

19. 將 $2x(x-3) = x^2 + 16$ 化成 $(x+m)^2 = n$ ，則 $m+n =$ _____。

《答案》22

20. 方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 可以配方成 $(x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$ ，若方程式無解，則 a, b, c 的關係爲何？

答：_____。

《答案》 $b^2 - 4ac < 0$

21. 方程式 $-x^2 + (m^2 - 3)x + 9 = 0$ 的兩根互爲相反數，則 $m =$ _____。

《答案》 $\pm\sqrt{3}$

22. 利用公式解下列方程式：

(1) $3x^2 + 6x + 2 = 0$ ， $x =$ _____。

(2) $x^2 - 4 = \frac{3}{2}x$ ， $x =$ _____。

《答案》(1) $\frac{-3 \pm \sqrt{3}}{3}$ (2) $\frac{3 \pm \sqrt{73}}{4}$

23. 若一元二次方程式 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 的兩根爲 α 和 β ，則 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 的值等於_____。

《答案》3

24. 將 $3x^2 = (x-1)(x-3)$ 化成形如 $(x+p)^2 = a$ 時，則 $2a+p =$ _____。

《答案》6

25. 請在下面的空格內填入適當的數：

(1) $x^2 + 8x + \underline{\hspace{2cm}} = (x + \underline{\hspace{2cm}})^2$ 。

(2) $x^2 - 10x + 5 = (x - \underline{\hspace{2cm}})^2 - \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $2x^2 - 4x + 1 = \underline{\hspace{2cm}}(x - \underline{\hspace{2cm}})^2 - \underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》(1)16, 4 (2)5, 20 (3)2, 1, 1

26. 利用配方法將 $3x^2 - 6x - 21$ 化成 $3(x+p)^2 + q$ 的形式，則：

(1) $p + q = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 若 $3x^2 - 6x - 21 = 0$ ，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》(1)-25 (2) $1 \pm 2\sqrt{2}$

27. 解一元二次方程式 $x^2 + 70x + 1221 = 0$ ，可得 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》-33 或 -37

28. 若 $4x^2 - (m-1)x + 9$ 為完全平方式，則 $m = ?$

答： $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》13、-11

29. 將 $-2x^2 + 12x - 13$ 化成 $a(x-b)^2 + c$ 的形式，則 $a - b + c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》0

30. 若 $A(a, b)$ 在第二象限，且 a, b 是一元二次方程式 $(x-2)^2 - 49 = 0$ 的解，則 $2a - b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》-19

31. 方程式 $x^2 - 30x + 161 = 0$ 的兩根相差為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》16

32. $2x^2 + 3x + 1 = 2(x + \underline{\hspace{2cm}})^2 - \underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》 $\frac{3}{4}, \frac{1}{8}$

33. 若 $3x^2 - 18x + 11 = a(x+b)^2 - c$ ，則 $\sqrt{a+b+c} = ?$

答： $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》4

34. 設 $\frac{-4 + \sqrt{21}}{5}$ 為二次式 $5x^2 + bx - 1 = 0$ 之一根，則 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》8

35. 若由 $ax^2 + 12x + 1 = 0$ 可推得 $x + \frac{2}{3} = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》9

36. 解下列各一元二次方程式：

(1) $2x^2 = 7(x+1)$ ， $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $0.3x^2 + \frac{2}{5}x = 0$ ， $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》(1) $\frac{7 \pm \sqrt{105}}{4}$ (2)0 或 $-\frac{4}{3}$

37. 設 $a > 0$ ， $x^2 - bx + 49 = (x-a)^2$ ，則 $2a + b = ?$

答： $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》28

三、計算

1. 某一元二次方程式的兩根分別為 a, b ，且 $a > b$ ，已知 $a \times b = -35$ ， $a + b = 2$ ，求 $a - b = ?$

《答案》12

2. 玉婷想把 $4x^2 + ax + 9$ 配成完全平方式，則 $a = ?$

《答案》 ± 12

3. 用公式解一元二次方程式 $2x^2 + 3x - 6 = 0$ 。

《答案》 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{57}}{4}$

4. 利用配方法解 $3(2x - 1)^2 = 150$ 。

《答案》 $x = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{2}$

5. 若 $(a - 2)^2 + (a + 4)^2 = 0$ ，則 $a = ?$

《答案》不存在

6. 用配方法解一元二次方程式 $-x^2 - 2x + 99 = 0$ 。

《答案》 $x=9$ 或 -11

7. 解一元二次方程式 $x^2 + 8x - 713 = 0$ 。

《答案》23 與 -31

8. (1) 利用配方法將 $25x^2 - 10x - 14 = 0$ 化成 $(x-a)^2 = b$ 的形式。

(2) 利用(1)求 $25x^2 - 10x - 14 = 0$ 的解。

《答案》(1) $(x - \frac{1}{5})^2 = \frac{3}{5}$ (2) $x = \frac{1}{5} \pm \sqrt{\frac{3}{5}}$ (或 $\frac{1 \pm \sqrt{15}}{5}$)

9. 設 a 、 b 、 c 為已知數， $a > 0$ ，利用配方法求 x 的二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的兩根。

《答案》 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

10. 設 a 、 b 、 c 為整數若 $a^2 + 2b^2 + 3c^2 + 4a + 12b - 6c + 25 = 0$ ，求 $a - b + c$ 之值。

《答案》2

11. 二元一次方程式 $2x^2 - 5x = 4$ ，求 $\frac{4x-5}{12x-15-\sqrt{57}}$ 之值。

《答案》 $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{4}$

12. 設 α 、 β 為 $3x^2 - 6x + 2 = 0$ 的兩根，求 $\alpha - \beta = ?$

《答案》 $\pm \frac{2\sqrt{3}}{3}$

13. 方程式 $(2x+3)^2 = (x-2)^2$ 的兩根為 a 和 b ，則點 (a, b) 在直角坐標平面上的第幾象限？

《答案》第三象限

14. 已知 α 、 β 為方程式 $3x^2+4x-6=0$ 的兩根，則：

(1) $\alpha + \beta = ?$

(2) $\alpha \beta = ?$

(3) $\alpha^2 + \beta^2 = ?$

《答案》(1) $-\frac{4}{3}$ (2) -2 (3) $5\frac{7}{9}$

15. 如果 $2+\sqrt{3}$ 是方程式 $ax^2-8x+2=0$ 的一個解，則 $a = ?$

《答案》2

16. 設 a 、 b 、 c 為整數，1 為 $x^2+ax+2=0$ 的一根，且 a 、 b 是 $x^2+5x+c=0$ 的兩根，求 $3a+2b+c$ 之值為多少？

《答案》 -7