

第一章：二次函數 第一節：二次函數的圖形

一、選擇

1. () 下列哪一個二次函數圖形的頂點在第二象限？

- (A) $x = \frac{1}{3}(x-3)^2 + 2$ (B) $y = 2(x+4)^2 + 2$
(C) $y = 4x^2 + 3$ (D) $y = 2(x-3)^2 - 5$

《答案》B

2. () 已知某二次函數圖形的頂點為(0, -9)，而且其圖形通過(-1, -5)，則此二次函數的圖形必通過下列哪一個點？

- (A) (2, 7) (B) (2, 6) (C) (2, 5) (D) (2, 4)

《答案》A

3. () 設二次函數 $y = -(x+a)^2 + b$ ，且其圖形的頂點坐標為(-1, 4)，則 $a+b = ?$

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

《答案》D

4. () 若直線 $y = -7$ 與二次函數 $y = -3x^2 + 5$ 的圖形交於 A、B 兩點，則 $\overline{AB} = ?$

- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10

《答案》A

5. () 下列哪個函數是 x 的二次函數？

- (A) $y = 4 - 3x$ (B) $y = x^2 - (x+5)^2$
(C) $y = x^3 + 7$ (D) $y = 6 - (x+6)^2$

《答案》D

6. () 把 $y = x^2$ 的圖形向上平移 4 個單位，可得一新的二次函數為何？

- (A) $y = x^2 + 4$ (B) $y = x^2 - 4$
(C) $y = 4x^2$ (D) $y = (x-4)^2$

《答案》A

7. () 下列有關二次函數 $y = 2x^2 + 1$ 圖形的敘述，何者錯誤？

- (A) 圖形的開口向上
(B) 圖形的最低點坐標為(0, 1)
(C) 圖形的對稱軸方程式為 $y = 1$
(D) 圖形向下平移 1 個單位可得到一新圖形，且新圖形的函數為 $y = 2x^2$

《答案》C

8. () 下列哪一個函數的圖形是拋物線？

- (A) $y = 3x + 4$ (B) $y = -2x^2 - 3$
(C) $y = \sqrt{x-1}$ (D) $y = \frac{10}{x}$

《答案》B

9. () 下列哪一點在二次函數 $y = 2x^2 + 1$ 的圖形上？

- (A) $(-\frac{1}{2}, 0)$ (B) $(\frac{1}{2}, -2)$
(C) (0, -1) (D) (-1, 3)

《答案》D

10. () 已知二次函數 $y = 2x^2 + c$ 的圖形通過(2, 7)，則最低點為下列何者？

- (A) (0, 5) (B) (0, 3) (C) (0, 1) (D) (0, -1)

《答案》D

11. () 下列哪一個函數圖形有最高點？

- (A) $y = -x + 3$ (B) $y = -x^2 + 3$
(C) $y = x - 3$ (D) $y = x^2 - 3$

《答案》B

12. () 把 $y = x^2 - 2$ 的圖形向下平移 5 個單位，可得一新的二次函數為何？

- (A) $y=x^2-5$ (B) $y=-5x^2$
 (C) $y=x^2+3$ (D) $y=x^2-7$

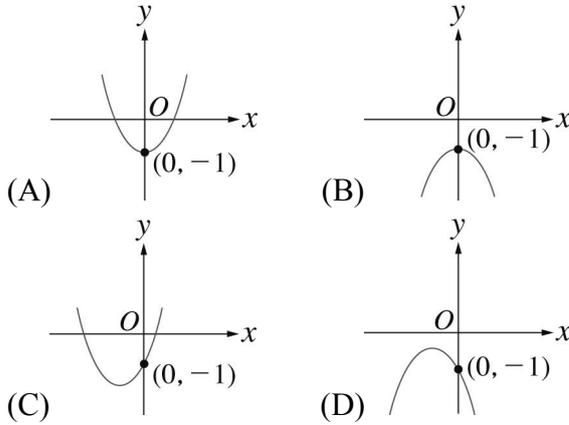
《答案》D

13. () 下列哪一個二次函數圖形的頂點坐標是(0, -2) ?

- (A) $y=2x^2$ (B) $y=-2x^2$
 (C) $y=-x^2-2$ (D) $y=x^2+2$

《答案》C

14. () 下列哪一個圖形可能為二次函數 $y=-2x^2-1$ 的圖形 ?



《答案》B

15. () 下列二次函數中，何者圖形開口最小 ?

- (A) $y=-0.5x^2-4$ (B) $y=2-x^2$
 (C) $y=-3x^2-1$ (D) $y=-2x^2$

《答案》C

16. () 下列哪一個函數是 x 的二次函數 ?

- (A) $y=x^2-(x-1)^2$ (B) $y=1-(x-2)^2$
 (C) $y=\frac{1}{x^2}$ (D) $y=2$

《答案》B

17. () 已知二次函數 $y=a(x+b)^2+c$ 的圖形頂點為(3, 1)，且交 y 軸於(0, 10)，則 $a+b+c=?$

- (A)-1 (B)0 (C)1 (D)3

《答案》A

18. () 在直角坐標平面上，若將二次函數 $y=x^2+3$ 的圖形向下平移 1 個單位，則可得下列哪一個二次函數的圖形 ?

- (A) $y=x^2-1$ (B) $y=x^2-2$
 (C) $y=x^2+2$ (D) $y=x^2+1$

《答案》C

19. () 將二次函數 $y=x^2$ 的圖形向右平移 3 個單位，再向下平移 2 個單位，則新圖形的二次函數為何 ?

- (A) $y=(x+3)^2+2$ (B) $y=(x-3)^2-2$
 (C) $y=(x+3)^2-2$ (D) $y=(x-3)^2+2$

《答案》B

20. () 二次函數 $y=-2x^2+1$ 圖形的最高點坐標為何 ?

- (A)(0, 0) (B)(-2, 1) (C)(0, 1) (D)(0, -1)

《答案》C

21. () 二次函數 $y=-2x^2+1$ 圖形的頂點坐標為何 ?

- (A)(0, 0) (B)(-2, 1) (C)(0, 1) (D)(0, -1)

《答案》C

22. () 若 y 為 x 的函數，則下列何者的圖形為拋物線 ?

(A) $y=2-x$ (B) $y=2-\frac{1}{2}x^2$

(C) $y=\frac{1}{2}x$ (D) $y=-2$

《答案》B

23. () 二次函數 $y=(x+3)^2-1$ 的圖形經過平移後，會與下列哪一個函數的圖形完全重合？

(A) $y=-(x+3)^2-1$ (B) $y=2(x+3)^2-1$

(C) $y=\frac{1}{2}(x-3)^2$ (D) $y=(x-1)^2+3$

《答案》D

24. () 試求二次函數 $y=2x^2+1$ 圖形的最低點坐標為何？

(A)(2, 1) (B)(2, 0) (C)(0, 1) (D)(0, 2)

《答案》C

25. () 下列哪一個二次函數圖形的開口最大？

(A) $y=\frac{1}{5}x^2+23$ (B) $y=-\frac{2}{3}x^2-50$

(C) $y=3x^2+1$ (D) $y=-5x^2-1$

《答案》A

26. () 下列關於二次函數 $y=-5x^2$ 圖形的敘述，何者錯誤？

(A)圖形通過(-1, -5) (B)圖形的開口向上

(C)圖形通過(0, 0) (D)圖形不會通過第一象限

《答案》B

27. () 下列各函數圖形中，哪一個有最高點？

(A) $y=(2-x)(2+x)$ (B) $y=x^2$

(C) $y=1+2x^2$ (D) $y=-x$

《答案》A

28. () 下列哪一個二次函數的圖形有最低點？

(A) $y=-(x-100)^2+46820$

(B) $y=-(x+45)^2-2163$

(C) $y=2(x+105)^2-423$

(D) $y=-3(x-26)^2+546$

《答案》C

29. () 下列關於二次函數 $y=-4x^2+1$ 圖形的敘述，何者錯誤？

(A)圖形的最高點是(0, 1)

(B)圖形通過($\frac{1}{4}$, 0)和($-\frac{1}{4}$, 0)

(C)圖形的對稱軸是 y 軸

(D)圖形的開口向下

《答案》B

30. () 下列有關二次函數 $y=-4x^2$ 圖形的敘述，何者錯誤？

(A)圖形通過(-1, -4)

(B)圖形的開口向上

(C)圖形不會通過第一象限

(D)圖形的對稱軸是 $x=0$

《答案》B

31. () 下列何者的圖形開口向上？

(A) $y=0.3-x^2$ (B) $y=0.3x^2$

(C) $y=-x^2-0.3$ (D) $y=-2x^2$

《答案》B

32. () 下列各函數圖形中，何者有最低點？

- (A) $y = 5 - x^2$ (B) $y = 5x^2$
(C) $y = -5x^2$ (D) $y = -\frac{x^2}{5}$

《答案》B

33. () 下列各函數圖形中，何者有最高點？

- (A) $y = (3-x)(3+x)$ (B) $y = 9x^2$
(C) $y = 9 + 2x^2$ (D) $y = -9x$

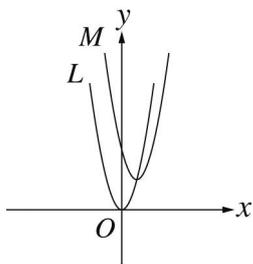
《答案》A

34. () 假設莎莎颱風的行進路線恰好為二次函數 $y = \frac{1}{2}x^2 + c$ 的圖形，且其最低點為 $(0, -4)$ ，則莎莎颱風會經過下列哪一個城市？

- (A) 桃園 $(6, 14)$ (B) 宜蘭 $(8, 12)$
(C) 花蓮 $(10, 6)$ (D) 臺中 $(5, 11)$

《答案》A

35. () 如圖，拋物線 $y = 2x^2$ 的圖形為 L ，若將 L 平移後得一拋物線 M ，則拋物線 M 的二次函數可能為下列何者？



- (A) $y = 2(x+1)^2 - 2$ (B) $y = 2(x+1)^2 + 2$
(C) $y = 2(x-1)^2 - 2$ (D) $y = 2(x-1)^2 + 2$

《答案》D

36. () 已知二次函數 $y = 4x^2 - 64$ 的圖形與 x 軸交於 A 、 B 兩點，且其頂點為 C ，則 $\triangle ABC$ 的面積為多少？

- (A) 256 (B) 264 (C) 283 (D) 292

《答案》A

37. () 在坐標平面上， $y = 2x^2 - 8$ 的圖形經由下列哪一個方式移動後，可得到 $y = 2(x-5)^2 + 12$ 的圖形？

- (A) 先向左移 5 單位，再向上移 20 單位
(B) 先向右移 5 單位，再向上移 20 單位
(C) 先向下移 5 單位，再向右移 20 單位
(D) 先向上移 5 單位，再向左移 20 單位

《答案》B

38. () 在坐標平面上， $A(-1, a)$ 與 $B(-a, b)$ 為二次函數 $y = 2x^2$ 圖形上的兩點，則 \overline{AB} 長為何？

- (A) 6 (B) $\sqrt{34}$ (C) $\sqrt{37}$ (D) 7

《答案》C

39. () 在坐標平面上， $(-1, 3)$ 和 $(2, -3)$ 在二次函數 $y = ax^2 + c$ 的圖形上，則 $axc = ?$

- (A) -12 (B) -10 (C) 10 (D) 12

《答案》B

40. () 下列各函數圖形中，哪個有最低點？

- (A) $y = 5x + 12$ (B) $y = -3x^2 + 8$
(C) $y = 10x^2 + 5$ (D) $y = -\frac{x^2}{4}$

《答案》C

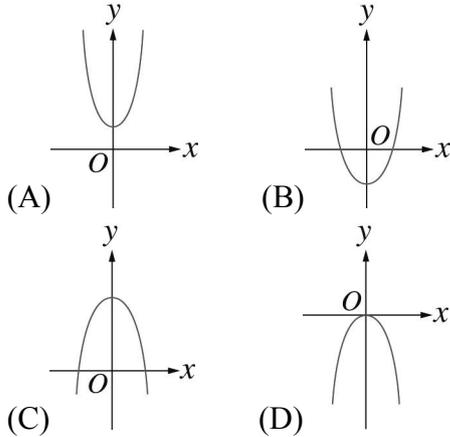
41. () 在直角坐標平面上，將二次函數 $y=2(x-5)^2+3$ 的圖形向下平移 5 個單位，則其頂點坐標為何？
 (A)(0, 3) (B)(0, 5) (C)(5, -2) (D)(5, 8)

《答案》C

42. () 下列關於二次函數圖形的敘述何者正確？
 (A) $y=5-(x+1)^2$ 圖形的對稱軸為 $x=-1$
 (B) $y=x^2+4x$ 圖形的頂點為(0, 0)
 (C) $y=(2x-4)^2+1$ 圖形的對稱軸為 $x=4$
 (D) $y=-x^2-4x$ 圖形的頂點為(0, 0)

《答案》A

43. () 若 a 代表一已知數，則下列何者可能為二次函數 $y=ax^2+a$ 的圖形？



《答案》A

44. () 將二次函數 $y=-3x^2+c$ 的圖形向下平移 5 個單位，再向上平移 2 個單位，可得新圖形的二次函數為 $y=ax^2-4$ ，則 $a+c=?$
 (A)-4 (B)-2 (C)2 (D)4

《答案》A

45. () 已知二次函數 $y=-9x^2+25$ 的圖形與 x 軸交於 A 、 B 兩點，若 \overline{AB} 的長度為 k ，則 k 的範圍為何？
 (A) $3 < k < 4$ (B) $4 < k < 5$
 (C) $5 < k < 6$ (D) $6 < k < 7$

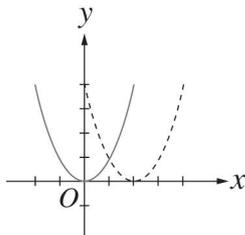
《答案》A

46. () 下列何者在坐標平面上的圖形為拋物線？

(A) $y=x^2+1$ (B) $y=4-x$ (C) $y=\frac{1}{x^2}$ (D) $y=2$

《答案》A

47. () 如圖，將二次函數 $y=x^2$ 的圖形向右移動 2 個單位長，則下列哪一個二次函數的圖形，可為虛線所表示的圖形？



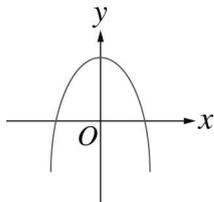
(A) $y=x^2+2$ (B) $y=x^2-2$
 (C) $y=(x+2)^2$ (D) $y=(x-2)^2$

《答案》D

48. () 二次函數 $y=3-2x^2$ 的圖形中，其頂點坐標為下列何者？
 (A)(3, 0) (B)(3, -2) (C)(-2, 3) (D)(0, 3)

《答案》D

49. () 二次函數 $y=ax^2+c$ 的圖形如下圖所示，則下列何者成立？



- (A) $a > 0, c > 0$ (B) $a < 0, c < 0$
(C) $a > 0, c < 0$ (D) $a < 0, c > 0$

《答案》D

50. () 將二次函數 $y=x^2$ 的圖形，向右平移 5 個單位，再向下平移 2 個單位，得新的二次函數為何？

- (A) $y=(x-2)^2+5$ (B) $y=(x+5)^2+2$
(C) $y=(x+2)^2-5$ (D) $y=(x-5)^2-2$

《答案》D

51. () 下列敘述何者正確？

- (A) $y=x^2+16$ 的圖形有最高點，其坐標為 $(0, 16)$
(B) $y=-4x^2-4$ 的圖形有最低點，其坐標為 $(0, -4)$
(C) $y=2x^2+4$ 的圖形是對稱於 y 軸的線對稱圖形
(D) $y=-2x^2$ 的圖形是對稱於 x 軸的線對稱圖形

《答案》C

52. () 下列四個二次函數圖形中，有三個的頂點是相同的，何者的頂點與其他三個不同？

- (A) $y=3x^2$ (B) $y=3-x^2$
(C) $y=2x^2+3$ (D) $y=-2x^2+3$

《答案》A

53. () 將二次函數 $y=x^2+5$ 的圖形描繪在坐標平面上，再沿著直線 $y+2=0$ 向下摺疊，並將摺疊後的圖形描繪一次，則所得到的痕跡是下列哪一個二次函數的圖形？

- (A) $y=x^2-5$ (B) $y=x^2-9$
(C) $y=-x^2-5$ (D) $y=-x^2-9$

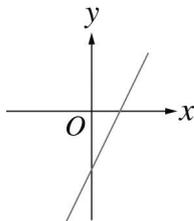
《答案》D

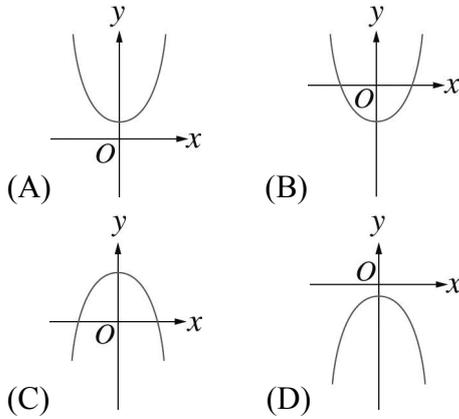
54. () 設直線 $y=-7$ 與二次函數 $A: y=-\frac{2}{3}x^2$ 的圖形交於 A_1, A_2 兩點，與二次函數 $B: y=-x^2$ 的圖形交於 B_1, B_2 兩點，與二次函數 $C: y=-3x^2$ 的圖形交於 C_1, C_2 兩點，則 $\overline{A_1A_2}$ 、 $\overline{B_1B_2}$ 、 $\overline{C_1C_2}$ 的大小關係為何？

- (A) $\overline{C_1C_2} > \overline{B_1B_2} > \overline{A_1A_2}$
(B) $\overline{B_1B_2} > \overline{C_1C_2} > \overline{A_1A_2}$
(C) $\overline{A_1A_2} > \overline{B_1B_2} > \overline{C_1C_2}$
(D) $\overline{B_1B_2} > \overline{A_1A_2} > \overline{C_1C_2}$

《答案》C

55. () 下圖為直線 $y=ax+b$ 的圖形，則下列何者可能是二次函數 $y=ax^2+b$ 的圖形？





《答案》B

56. () 在坐標平面上，二次函數 $y=(x+3)^2-1$ 的圖形經過平移(可向上、下、左、右移動)之後，會與下列哪一個函數的圖形完全重合？
 (A) $y=-(x+3)^2-1$ (B) $y=2(x+3)^2-1$
 (C) $y=\frac{1}{2}(x-3)^2$ (D) $y=(x-2)^2+1$

《答案》D

57. () 下列關於二次函數 $y=-5x^2+20$ 的敘述，何者錯誤？
 (A) 此函數圖形為拋物線
 (B) 圖形的對稱軸方程式為 $x=0$
 (C) 圖形的開口向下
 (D) 圖形的最低點坐標為 $(0, 20)$

《答案》D

58. () 下列各函數圖形的頂點，何者與原點最接近？
 (A) $y=3x^2-1$ (B) $y=x^2-3$
 (C) $y=-x^2+2$ (D) $y=\frac{1}{2}x^2-2$

《答案》A

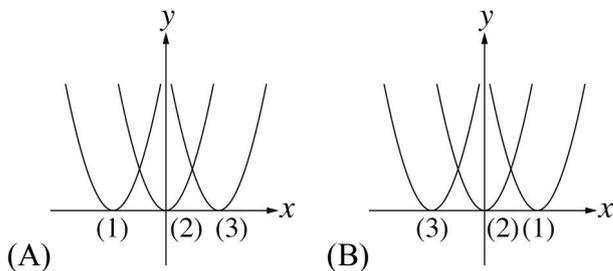
59. () 下列關於二次函數 $y=4x^2+3$ 圖形的敘述，何者錯誤？
 (甲) 圖形的最低點為 $(0, 3)$
 (乙) 圖形的最低點為 $(3, 0)$
 (丙) 圖形的對稱軸為 $y=0$
 (丁) 圖形全部都落在 x 軸上方
 (戊) 圖形通過 $(0, 3)$ 和 $(0, -3)$ 兩點
 (A) (甲)(丙)(戊) (B) (乙)(丙)(戊)
 (C) (乙)(丁) (D) (丙)(丁)

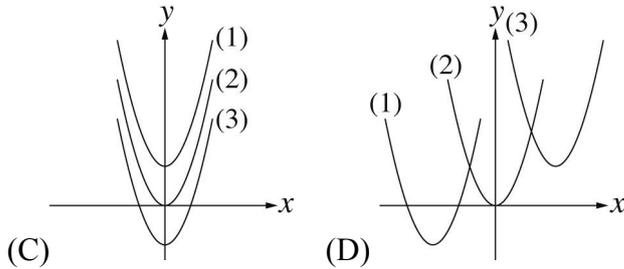
《答案》B

60. () 試求二次函數 $y=-4x^2+7$ 圖形頂點與二次函數 $y=5x^2+8$ 圖形頂點的距離為多少？
 (A) 1 (B) 2 (C) 9 (D) 15

《答案》A

61. () 已知三個拋物線：(1) $y=(x-2)^2$ (2) $y=x^2$ (3) $y=(x+2)^2$ ，其圖形下列何者正確？





《答案》B

62. () 下列有關二次函數 $y = -2(x-1)^2 + 2$ 的敘述，哪一個是錯誤的？
 (A) 其圖形為一拋物線
 (B) 其圖形的頂點坐標為 $(1, 2)$
 (C) 其圖形開口向下
 (D) 其圖形的對稱軸為 $x = -1$

《答案》D

63. () 將二次函數 $y = -(x+2)^2$ 的圖形向左平移 3 個單位，得新的二次函數為何？
 (A) $y = -(x+3)^2$ (B) $y = -(x+5)^2$
 (C) $y = -(x-1)^2$ (D) $y = (x-1)^2$

《答案》B

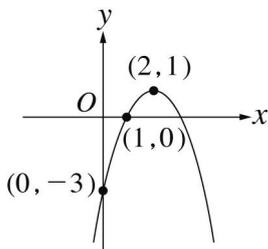
64. () 若某二次函數的圖形通過 $(0, -1)$ 與 $(3, 2)$ 兩點，且其對稱軸方程式為 $x = 2$ ，則此二次函數圖形的開口方向及頂點坐標分別為何？
 (A) 向下， $(2, 3)$ (B) 向下， $(2, -3)$
 (C) 向上， $(2, 3)$ (D) 向上， $(2, -3)$

《答案》A

65. () 若有一個二次函數圖形的對稱軸為 y 軸，而且其圖形通過 $(1, 11)$ 與 $(-2, 20)$ 兩點，則此二次函數的圖形必通過下列哪一個點？
 (A) $(-3, 35)$ (B) $(-3, 37)$
 (C) $(-3, 39)$ (D) $(-3, 41)$

《答案》A

66. () 下列何者是表示如圖拋物線的二次函數？



- (A) $y = (x-2)^2 + 1$ (B) $y = (x+2)^2 + 1$
 (C) $y = -(x-2)^2 + 1$ (D) $y = -(x+2)^2 + 1$

《答案》C

67. () 已知二次函數 $y = 96x^2 - 2007$ 的圖形與直線 $y = 96$ 相交於 A 、 B 兩點，則 \overline{AB} 的中點坐標為何？
 (A) $(0, 48)$ (B) $(0, 96)$
 (C) $(0, -2007)$ (D) $(0, -4014)$

《答案》B

68. () 在坐標平面上，設二次函數 $y = \frac{1}{2}(x+1)^2 + 3$ 圖形的頂點為 A ，四直線 $x = -52$ 、 $x = -51$ 、 $x = 49$ 、 $x = 50$ 與此二次函數的交點分別為 P 、 Q 、 R 、 S ，下列何者正確？
 (A) $\overline{AP} < \overline{AQ}$ (B) $\overline{AP} < \overline{AR}$
 (C) $\overline{AQ} < \overline{AR}$ (D) $\overline{AQ} < \overline{AS}$

《答案》D

69. () 若二次函數 $y=ax^2+c$ 的圖形通過 (p, q) ，則此函數圖形亦會通過下列哪一點？
 (A) $(p, -q)$ (B) $(-p, q)$
 (C) $(-p, -q)$ (D) $(p+c, q+c)$

《答案》B

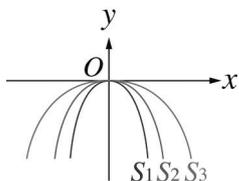
70. () 設二次函數 $y=ax^2+5$ 的圖形與 x 軸交於 A 、 B 兩點，與 y 軸交於 C 點。若 $\triangle ABC$ 的面積為 $\frac{5\sqrt{5}}{2}$ ，則 $a=?$
 (A) -4 (B) -6 (C) -8 (D) -10

《答案》A

71. () 若某二次函數的圖形通過 $(1, 1)$ 與 $(0, 5)$ 兩點，且其對稱軸為 $x=3$ ，則此二次函數的圖形會通過下列哪一個點？
 (A) $(2, -\frac{7}{5})$ (B) $(2, -\frac{8}{5})$
 (C) $(4, -\frac{8}{5})$ (D) $(4, -\frac{9}{5})$

《答案》A

72. () 如下圖，若 $y=a_1x^2$ 、 $y=a_2x^2$ 、 $y=a_3x^2$ 的圖形分別為 S_1 、 S_2 、 S_3 ，則 a_1 、 a_2 、 a_3 的大小順序為何？

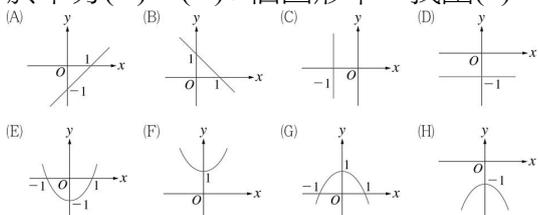


- (A) $a_2 < a_3 < a_1$ (B) $a_3 < a_2 < a_1$
 (C) $a_1 < a_2 < a_3$ (D) $a_1 < a_3 < a_2$

《答案》C

二、填充

1. 於下方(A)~(H)8個圖形中，找出(1)~(4)各函數對應的圖形：



- (1) $y = -1$ 。答：_____。
 (2) $y = 1 - x$ 。答：_____。
 (3) $y = 1 - x^2$ 。答：_____。
 (4) $y = -1 + x^2$ 。答：_____。

《答案》(1)D (2)B (3)G (4)E

2. 將二次函數 $y=2x^2$ 的圖形向右平移 3 個單位，所得新圖形的二次函數為_____。

《答案》 $y=2(x-3)^2$

3. 若將下列各二次函數的圖形描繪在同一坐標平面上，則：

- (甲) $y = \frac{1}{2}x^2$ (乙) $y = 2x^2 + 1$
 (丙) $y = -3x^2 + 3$ (丁) $y = 4x^2 - 1$

- (1) 頂點位置最高的為_____。
 (2) 圖形開口最大的為_____。

《答案》(1)丙 (2)甲

4. 請寫出下列各二次函數圖形的開口方向及頂點坐標：

(1) $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{2}$ (2) $y = 7 + 8x^2$ (3) $y = -\sqrt{2} - 2x^2$ (4) $y = \pi x^2 - \pi$ (5) $y = (2x + 3)(3 - 2x)$

《答案》(1)向下， $(0, \frac{3}{2})$ (2)向上， $(0, 7)$

(3)向下， $(0, -\sqrt{2})$ (4)向上， $(0, -\pi)$

(5)向下， $(0, 9)$

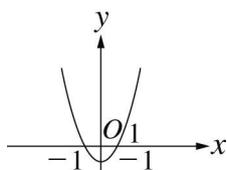
5. 寫出下列各二次函數的頂點坐標(最高點或最低點)及開口方向(向上或向下)：

二次函數	$y = 2x^2$	$y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$	$y = 3x^2 - 1$	$y = -x^2 - 3$
頂點坐標	(1)	(3)	(5)	(7)
開口方向	(2)	(4)	(6)	(8)

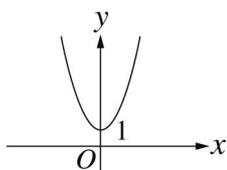
《答案》

二次函數	$y = 2x^2$	$y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$	$y = 3x^2 - 1$	$y = -x^2 - 3$
頂點坐標	$(0, 0)$	$(0, 1)$	$(0, -1)$	$(0, -3)$
開口方向	向上	向下	向上	向下

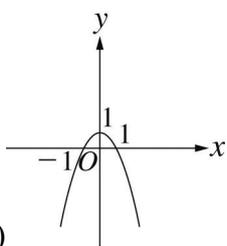
6. 在下圖(A)、(B)、(C)、(D)中，找出下列函數的圖形代號：



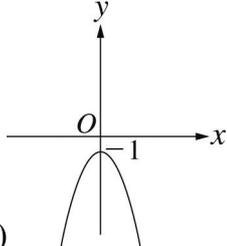
(A)



(B)



(C)



(D)

(1) $y = 1 - x^2$ 答：_____。

(2) $y = -1 + x^2$ 答：_____。

(3) $y = -1 - x^2$ 答：_____。

(4) $y = 1 + x^2$ 答：_____。

《答案》(1)C (2)A (3)D (4)B

7. 將二次函數 $y = -\frac{3}{2}x^2 + 1$ 的圖形向下平移 4 個單位，可以得到新的函數為_____。

《答案》 $y = -\frac{3}{2}x^2 - 3$

8. 寫出下列各二次函數的頂點(最高點或最低點)，及開口方向(向上或向下)：

二次函數	$y = -8x^2$	$y = \frac{9}{7}x^2 - \frac{2}{3}$	$y = -5x^2 + 4$	$y = x^2 - 5$
最高點或最低點坐標	(1)	(3)	(5)	(7)
開口方向	(2)	(4)	(6)	(8)

《答案》

二次函數	$y = -8x^2$	$y = \frac{9}{7}x^2 - \frac{2}{3}$	$y = -5x^2 + 4$	$y = x^2 - 5$
最高點或最低點坐標	$(0, 0)$	$(0, -\frac{2}{3})$	$(0, 4)$	$(0, -5)$
開口方向	向下	向上	向下	向上

9. 將二次函數 $y = 3x^2 - 1$ 的圖形向上平移 7 個單位，再向下平移 5 個單位後，可得到哪一個二次函數的圖形？答： $y =$ _____。

《答案》 $3x^2 + 1$

10. 已知某二次函數圖形的最高點為 $(0, 7)$ ，而且其圖形通過 $(2, -1)$ ，則此二次函數為 $y =$ _____。

《答案》 $-2x^2+7$

11. 二次函數 $y=x^2$ 的圖形對稱於_____軸，其圖形上一點(2, 4)的對稱點坐標為_____。

《答案》 $y, (-2, 4)$

12. 請寫出下列各二次函數圖形的開口方向、對稱軸及頂點坐標。

二次函數	$y=-3(x-9)^2$	$y=(x-7)^2+1$	$y=-4(x+16)^2-5$
開口方向	(1)	(4)	(7)
對稱軸	(2)	(5)	(8)
頂點坐標	(3)	(6)	(9)

《答案》(1)向下 (2) $x=9$ (3)(9, 0) (4)向上 (5) $x=7$ (6)(7, 1) (7)向下 (8) $x=-16$
(9)(-16, -5)

13. 已知某二次函數圖形的對稱軸為 $x=0$ ，而且其圖形通過(2, 15)與(-1, 3)兩點，則此二次函數為 $y=_____$ 。

《答案》 $4x^2-1$

14. 將二次函數 $y=-3x^2$ 的圖形向上平移 2 個單位，所得新圖形的二次函數為_____。

《答案》 $y=-3x^2+2$

15. 若甲： $y=3x^2$ ，乙： $y=\frac{1}{3}x^2$ ，丙： $y=x^2$ ，則三個圖形中，開口最大的為_____圖形，開口最小的為_____圖形。

《答案》乙，甲

16. 請寫出下列各二次函數圖形的開口方向、對稱軸及頂點坐標。

二次函數	$y=-\frac{3}{4}(x-5)^2$	$y=5(x-\frac{3}{2})^2+7$	$y=-(x+45)^2-2163$	$y=-\frac{1}{5}(x+\frac{1}{4})^2-\frac{1}{3}$
開口方向	(1)	(4)	(7)	(10)
對稱軸	(2)	(5)	(8)	(11)
頂點坐標	(3)	(6)	(9)	(12)

《答案》(1)向下 (2) $x=5$ (3)(5, 0) (4)向上 (5) $x=\frac{3}{2}$ (6)($\frac{3}{2}, 7$) (7)向下 (8) $x=-45$

(9)(-45, -2163) (10)向下 (11) $x=-\frac{1}{4}$ (12)($-\frac{1}{4}, -\frac{1}{3}$)

17. 試比較下列各二次函數圖形開口的大小：_____。

(A) $y=-\frac{1}{2}x^2+5$ (B) $y=\frac{2}{3}x^2-7$

(C) $y=\frac{5}{7}x^2-1$ (D) $y=-\frac{4}{5}x^2+\frac{1}{2}$

《答案》(A)>(B)>(C)>(D)

18. 將 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 的圖形，向下移動 3 個單位，可得到二次函數 $y=_____$ 的圖形。

《答案》 $-\frac{1}{2}x^2-3$

19. 將 $y=2x^2$ 的圖形，向上移動 1 個單位，可得到二次函數 $y=_____$ 的圖形。

《答案》 $2x^2+1$

20. 已知某二次函數圖形的最低點為(0, -2)，而且其圖形通過(-3, 10)，則此二次函數為 $y=_____$ 。

《答案》 $\frac{4}{3}x^2-2$

21. 把 $y=-2x^2$ 與 $y=2x^2$ 的圖形合在一起，看成一個圖形，則它的對稱軸方程式為_____。

《答案》 $y=0$

22. 二次函數 $y=-9(x+8)^2-7$ 圖形的開口向_____ (填上或下)，對稱軸方程式為_____，頂點坐標為_____。

《答案》下， $x=-8, (-8, -7)$

23. 若(3, b)與(-2, -3)兩點均在二次函數 $y=ax^2+9$ 的圖形上，則 $a=_____$ ， $b=_____$ 。

《答案》-3, -18

24. 二次函數 $y=ax^2$ 與 $y=4$ 的圖形交於 A、B 兩點。若 $\triangle OAB$ 為直角三角形，其中 O 為原點(0, 0)，

則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》 $\frac{1}{4}$

25. 若 $(-1, c)$ 與 $(d, 25)$ 兩點皆在二次函數 $y = (x-3)^2$ 的圖形上，則 $c-d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》8 或 18

26. 將 $y = -3x^2 - k$ 的圖形，向上平移 3 個單位，得新的二次函數為 $y = -3x^2 + 1$ ，則 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》2

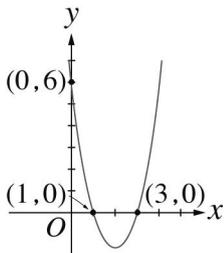
27. 已知某二次函數圖形的對稱軸為 y 軸，而且其圖形通過 $(3, -19)$ 與 $(-2, -9)$ 兩點，則此二次函數為 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》 $-2x^2 - 1$

28. 已知某二次函數的圖形通過 $A(1, 0)$ 、 $B(5, 0)$ 、 $C(2, 6)$ 三點，則此二次函數圖形的頂點坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》 $(3, 8)$

29. 附圖為某二次函數的圖形，與 x 軸交於 $(3, 0)$ 和 $(1, 0)$ 兩點，且與 y 軸交於 $(0, 6)$ ，則此二次函數的頂點坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



《答案》 $(2, -2)$

30. 有一個二次函數的頂點為 $(4, 5)$ ，且知此函數通過 $(5, 4)$ ，則此函數開口向 $\underline{\hspace{2cm}}$ (填上或下)，其對稱軸為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》下， $x=4$

31. 在坐標平面上，拋物線與 x 軸交於 A 、 B 兩點，且此拋物線的最低點是 $(0, -9)$ ，則 \overline{AB} 的中點坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》 $(0, 0)$

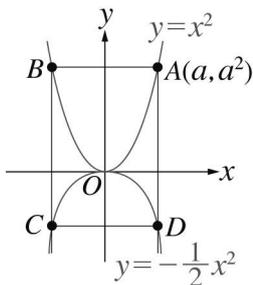
32. 已知二次函數 $y = -25x^2 + 8$ 的圖形與 x 軸交於 A 、 B 兩點，則 $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》 $\frac{4\sqrt{2}}{5}$

33. 已知某二次函數圖形的頂點坐標為 $(-1, -2)$ ，且其圖形通過 $(0, 2)$ 與 $(-2, b)$ 兩點，則 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》2

34. 如下圖，在二次函數 $y = x^2$ 的圖形上取 A 、 B 兩點；在二次函數 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 的圖形上取 C 、 D 兩點，若 \overline{AB} 、 \overline{CD} 均平行 x 軸， \overline{AD} 、 \overline{BC} 均平行 y 軸，且 A 點坐標為 (a, a^2) ， $\overline{AB} = 4$ ，則 C 點的坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ ，長方形 $ABCD$ 的面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



《答案》 $(-2, -2)$ ，24

35. 將二次函數 $y = 2(x-h)^2$ 的圖形向右平移 2 個單位，得新的函數為 $y = 2(x-3)^2$ ，則 $h = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》1

36. 已知 $A(a, 0)$ 與 $B(b, 1)$ 兩點皆在二次函數 $y = -x^2 + 2x$ 的圖形上，且 $a > 0$ ，則 $a + b =$ _____。

《答案》3

37. 若二次函數 $y = ax^2 + c$ 的圖形通過 $(0, 1)$ 、 $(2, -1)$ ，則 $a =$ _____， $c =$ _____。

《答案》 $-\frac{1}{2}$ ，1

38. 設直線 $y = -2007$ 分別與 $y = -3x^2$ 、 $y = -4x^2$ 交於 A 、 B 和 C 、 D 兩點，則 \overline{CD} _____ \overline{AB} 。(填 $>$ 、 $=$ 或 $<$)

《答案》 $<$

39. 已知 $y = ax^2$ 的圖形與直線 $y = 2$ 交於 A 、 B 兩點，若 $\overline{AB} = 4$ ，則 $a =$ _____。

《答案》 $\frac{1}{2}$

40. 在坐標平面上，若 $(-2, -9)$ 在二次函數 $y = -x^2 + c$ 的圖形上，則 $c =$ _____。

《答案》 -5

41. 寫出下列各二次函數的最高點或最低點坐標：

(1) $y = 3 - 4x^2$ 答：最_____點為_____。

(2) $y = -3 - 4x^2$ 答：最_____點為_____。

(3) $y = 2(x^2 - 3)$ 答：最_____點為_____。

(4) $y = -(3 - 2x^2)$ 答：最_____點為_____。

《答案》(1)高， $(0, 3)$ (2)高， $(0, -3)$ (3)低， $(0, -6)$ (4)低， $(0, -3)$

42. 某二次函數的頂點為 $(0, 2)$ ，經平移後所得到的新圖形與 $y = -3x^2$ 的圖形重合，求原二次函數為何？

《答案》 $y = -3x^2 + 2$

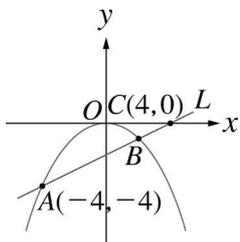
43. 陽陽在坐標平面上畫一個二次函數圖形，並在圖形上標示出點的坐標如下： $(-2, 10)$ 、 $(1, 1)$ 、 $(2, 10)$ 、 $(-1, 1)$ 、 $(3, 5)$ ，後來陽陽發現其中一個點標錯了，則這一點是_____。

《答案》 $(3, 5)$

44. 將二次函數 $y = ax^2 + c$ 的圖形向上平移 8 個單位，再向下平移 5 個單位，可得新圖形的二次函數為 $y = 5x^2 + 8$ ，試求 a 、 c 之值。

《答案》 $a = 5$ ， $c = 5$

45. 如圖，已知一個二次函數圖形的最高點為 $(0, 0)$ ，直線 L 與此圖形交於 $A(-4, -4)$ 、 B 兩點，且 L 交 x 軸於 $C(4, 0)$ ，則：



(1) 此圖形的方程式為 $y =$ _____。

(2) 直線 L 的方程式為 $y =$ _____。

(3) B 點坐標為_____。

《答案》(1) $-\frac{1}{4}x^2$ (2) $\frac{1}{2}x - 2$ (3) $(2, -1)$

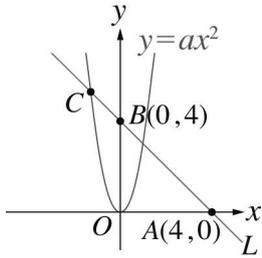
46. 若二次函數 $y = ax^2 + c$ 的圖形通過 $(1, -2)$ 和 $(-2, 1)$ 兩點，則 $a =$ _____， $c =$ _____。

《答案》1， -3

47. 二次函數 $y = a(x + h)^2 + k$ 的對稱軸為 $x = -1$ ，其圖形通過 $(0, -6)$ 與 $(1, 0)$ 兩點，則 $a =$ _____。

《答案》2

48. 如下圖，已知直線 L 經過 $A(4, 0)$ 、 $B(0, 4)$ 兩點，與二次函數 $y = ax^2$ 的圖形在第二象限交於 C 點，且 $\triangle BCO$ 的面積為 $\frac{8}{3}$ ，則直線 L 的方程式為 $y =$ _____， $a =$ _____。



《答案》 $-x+4, 3$

49. 設二次函數 $y=4x^2-7$ 的圖形與直線 $y=21$ 交於 C、D 兩點，則 $\overline{CD} =$ _____。

《答案》 $2\sqrt{7}$

50. 已知 $(-2, 2)$ 為二次函數 $y=\frac{1}{2}x^2$ 圖形上的一點。將 $y=\frac{1}{2}x^2$ 平移，使它與 $y=\frac{1}{2}(x+2)^2+3$ 的圖形重合，則點 $(-2, 2)$ 經平移後，會與哪一點重合？答：_____。

《答案》 $(-4, 5)$

51. 二次函數 $y=(1-x)(1+x)$ 圖形的頂點坐標為_____。

《答案》 $(0, 1)$

52. 寫出下列各二次函數的頂點坐標及對稱軸：

(1) 二次函數 $y=-3x^2$ 的頂點坐標為_____，對稱軸是_____。

(2) 二次函數 $y=2x^2+5$ 的頂點坐標為_____，對稱軸是_____。

(3) 二次函數 $y=-(x+3)^2+4$ 的頂點坐標為_____，對稱軸是_____。

《答案》 (1) $(0, 0), x=0$ (2) $(0, 5), x=0$ (3) $(-3, 4), x+3=0$

53. 設二次函數 $y=x^2-9$ 圖形的頂點為 A，且此圖與 x 軸交於 B、C 兩點，則 $\triangle ABC$ 的面積為_____。

《答案》 27

54. 若函數 $y=(k^2-4)x^3+(k^2+k-2)x^2+kx+3$ 為二次函數，則 $k =$ _____。

《答案》 2

若將 $y=\frac{4}{5}x^2$ 、 $y=\frac{2}{5}x^2$ 的圖形畫在同一個坐標平面上，並畫出 $x=a$ (a 為任意數) 的直線。設直線與

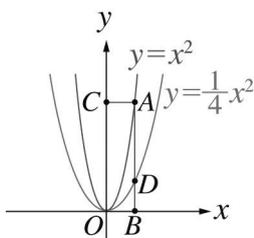
$y=\frac{4}{5}x^2$ 、 $y=\frac{2}{5}x^2$ 的圖形交於 A、B 兩點，則 $\overline{AB} =$ _____。(以 a 表示)

《答案》 $\frac{2}{5}a^2$

56. 二次函數 $y=4+\frac{2}{3}x^2$ 與 $y=-\frac{2}{3}x^2-6$ 兩圖形對稱於直線 $y=k$ ，則 $k =$ _____。

《答案》 -1

57. 如下圖，有一點 A 在二次函數 $y=x^2$ 的圖形上，過 A 點作兩軸的垂線交 x 軸於 B，交 y 軸於 C，交 $y=\frac{1}{4}x^2$ 的圖形於 D 點。



(1) 若 $\overline{AC}=4$ ，則 D 點的坐標為_____。

(2) 若 $\overline{AD}=27$ ，則長方形 $OBAC$ 的面積為_____。

《答案》 (1) $(4, 4)$ (2) 216

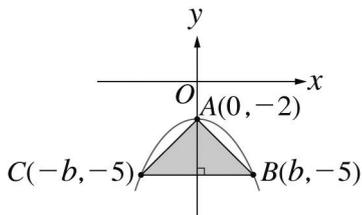
58. 若某二次函數的圖形對稱於直線 $x=2$ ，且通過 $(3, -1)$ 與 $(4, 8)$ 兩點，則此二次函數圖形的頂點到原點的距離為_____。

《答案》 $2\sqrt{5}$

59. 已知某二次函數圖形與直線 $y = -1$ 交於 $(2, -1)$ 與 $(-2, -1)$ 兩點，且與 y 軸交於 $(0, 7)$ ，則此二次函數為 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

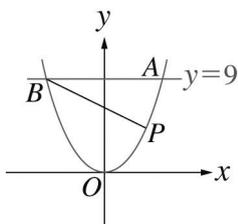
《答案》 $-2x^2 + 7$

60. 如圖，二次函數 $y = ax^2 + c$ 的圖形通過 $B(b, -5)$ 、 $C(-b, -5)$ 兩點，且最高點坐標為 $A(0, -2)$ ，若 $\triangle ABC$ 的面積為 12，則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



《答案》 $-\frac{3}{16}$ 、4、-2

61. 如圖，二次函數 $y = x^2$ 的圖形與直線 $y = 9$ 交於 A 、 B 兩點， P 點在 $y = x^2$ 上，且在直線 $y = 9$ 的下方，若 $\triangle ABP$ 的面積是 15，則 P 點的坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



《答案》 $(2, 4)$

62. 設二次函數 $y = (x-1)^2$ 的頂點為 A ，且其圖形與直線 $y = 4$ 交於 B 、 C 兩點，則 $\triangle ABC$ 的面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》 8

63. 有一個二次函數圖形的最高點為 $(0, 5)$ ，且圖形通過 $(2, -3)$ 。則此二次函數為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》 $y = -2x^2 + 5$

64. 設二次函數 $y = a(x+2)^2 + 3$ 圖形的頂點為 P ，且此二次函數的圖形與直線 $y = -4$ 交於 Q 、 R 兩點。已知 $\triangle PQR$ 的面積為 21，則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》 $-\frac{7}{9}$

65. 已知二次函數 $y = (x-h)^2 + 2$ 的圖形通過 $(0, 3)$ 與 $(-1, 6)$ 兩點，則 $h = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

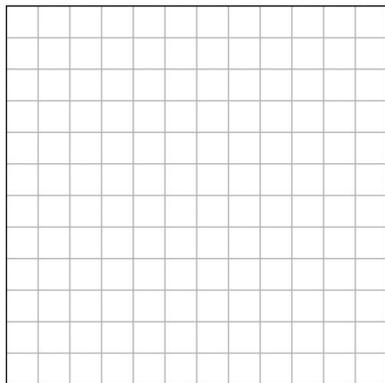
《答案》 1

66. 在二次函數 $y = ax^2$ 中，當 x 值由 2 增加到 4 時， y 值會增加 6，則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

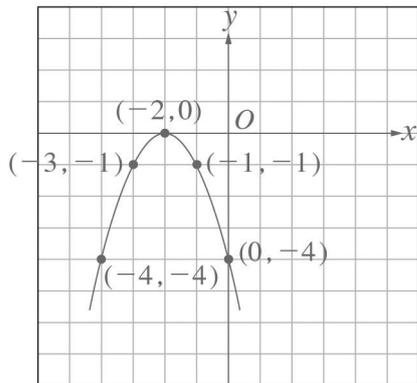
《答案》 $\frac{1}{2}$

三、作圖

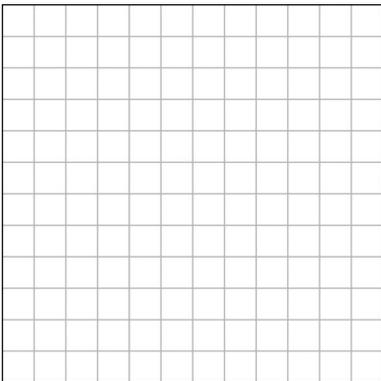
1. 請在下面的方格裡描繪二次函數 $y = -(x+2)^2$ 的圖形。



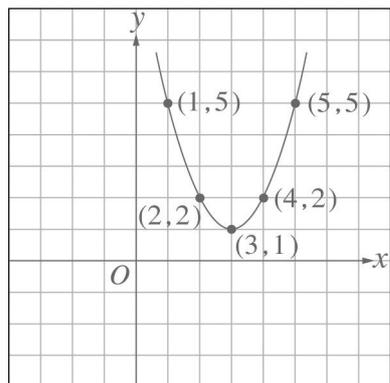
《答案》



2. 請在下面的方格裡描繪出二次函數 $y=(x-3)^2+1$ 的圖形。



《答案》



四、計算

1. 試求下列各二次函數圖形的開口方向與最高點或最低點的坐標：

$$(1)y=5x^2 \quad (2)y=-4-x^2 \quad (3)y=\frac{1}{4}x^2-7$$
$$(4)y=-3x^2+\frac{1}{8} \quad (5)y=(4-2x)(4+2x)$$

《答案》(1)向上、最低點坐標(0, 0)

(2)向下、最高點坐標(0, -4)

(3)向上、最低點坐標(0, -7)

(4)向下、最高點坐標(0, $\frac{1}{8}$)

(5)向下、最高點坐標(0, 16)

2. 試比較下列各二次函數圖形開口的大小：

$$(A)y=\frac{1}{2}x^2-1 \quad (B)y=-\frac{2}{3}x^2+7$$

$$(C)y=-8x^2+6 \quad (D)y=-1+10x^2$$

《答案》(A) > (B) > (C) > (D)

3. 若(-1, a)與(b, -7)兩點均在二次函數 $y=-2x^2+1$ 的圖形上，則 $a=? b=?$

《答案》 $a=-1, b=\pm 2$

4. 已知某二次函數的圖形通過(2, -7)與(-1, 2)兩點，且此圖形對稱於y軸，則此二次函數為何？

《答案》 $y = -3x^2 + 5$

5. 下列哪些是二次函數？

(A) $y = 5x^3 - 2x + 1$ (B) $y = 2x - 1$

(C) $y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}$ (D) $y = 2(x-1)^2 - 4$

(E) $y = 3 - 5x + x^2$ (F) $y = -\frac{1}{2}$

(G) $y = 1 - \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}$ (H) $y = -\frac{1}{3}x^2 - 1$

《答案》(D)、(E)、(H)

6. 若(1, -3)與(2, 9)兩點均在二次函數 $y = ax^2 + c$ 的圖形上，則 $a = ?$ $c = ?$

《答案》 $a = 4$, $c = -7$

7. 已知某二次函數圖形的頂點為(0, -8)，且此圖形通過(-3, 10)，則此二次函數為何？

《答案》 $y = 2x^2 - 8$

8. 若某二次函數圖形的頂點為(-1, 2)，且與 y 軸交於(0, -1)，則此二次函數為何？

《答案》 $y = -3x^2 - 6x - 1$

9. 設直線 $y=8$ 與 $y=2x^2$ 的圖形交於 A、B 兩點，直線 $y=8$ 與 $y=\frac{2}{3}x^2$ 的圖形交於 C、D 兩點，請比較 \overline{AB} 與 \overline{CD} 的大小。

《答案》 $\overline{AB} < \overline{CD}$

10. 已知二次函數 $y = -3x^2 + 8$ 的圖形與直線 $y=5$ 交於 A、B 兩點，則 $\overline{AB} = ?$

《答案》2

11. 已知某二次函數圖形的最高點為(0, 8)，經平移後所得到的新圖形與 $y = -2x^2$ 的圖形重合，求原二次函數為何？

《答案》 $y = -2x^2 + 8$

12. 將二次函數 $y = -2x^2 + 1$ 的圖形向上平移 3 個單位可得 $y = ax^2 + k$ ，再向下平移 2 個單位可得 $y = bx^2 + t$ ，求 $a+k+b+t$ 之值。

《答案》2

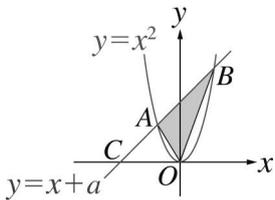
13. 已知二次函數 $y=5x^2+c$ 的圖形與直線 $y=3$ 交於 A 、 B 兩點，若 $\overline{AB}=2\sqrt{2}$ ，則 $c=?$

《答案》-7

14. 如下圖，二次函數 $y=x^2$ 的圖形與 $y=x+a$ 交於 A 、 B 兩點，試回答下列問題：

(1) $a=2$ 時， A 點的 x 坐標為何？

(2) $a=6$ 時， $\triangle AOB$ 的面積為何？

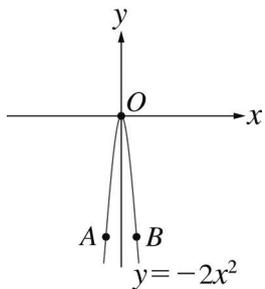


《答案》(1)-1 (2)15

15. 已知二次函數 $y=ax^2+4$ 的圖形與 x 軸交於 A 、 B 兩點，與 y 軸交於 C 點，若 $\triangle ABC$ 的面積為 $\frac{8}{3}$ ，則 $a=?$

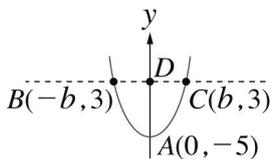
《答案》-9

16. 如下圖，若 A、B 分別為二次函數 $y = -2x^2$ 圖形的兩個點，且 $\overline{AB} \perp y$ 軸，若 $\overline{AB} = 8$ ，則直線 AB 的方程式為何？



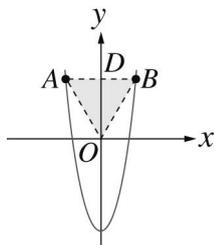
《答案》 $y = -32$

17. 如下圖，已知二次函數 $y = ax^2 + c$ 的圖形通過 $B(-b, 3)$ 、 $C(b, 3)$ 兩點，其中 $b > 0$ ，且最低點為 $A(0, -5)$ 。若 $\triangle ABC$ 的面積為 24，求 a 、 b 、 c 之值為何。



《答案》 $a = \frac{8}{9}$ 、 $b = 3$ 、 $c = -5$

18. 如下圖，已知 $y = x^2 + c$ 的圖形通過 $A(-a, 12)$ 、 $B(a, 12)$ 兩點，其中 $a > 0$ ，若 $\triangle AOB$ 為正三角形，試求 a 、 c 之值。



《答案》 $a=4\sqrt{3}$ ， $c=-36$

19. 設二次函數 $y=4x^2-3$ 的圖形與 x 軸相交於 A 、 B 兩點，且 A 點在 B 點的右邊，則 $\overline{AB} = ?$

《答案》 $\sqrt{3}$