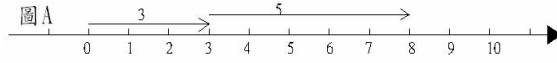


## ■ 正、負數的四則運算

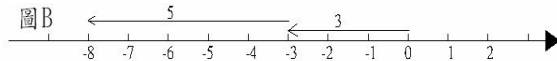
### 負數的加減法：

1. 正數加正數其和仍為正數。
2. 負數加負數其和仍為負數。

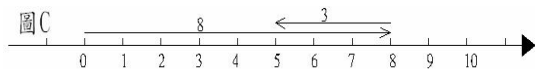
【範例 1】正數 + 正數： $(+3) + (+5) = +(3+5) = +8$  (圖 A)



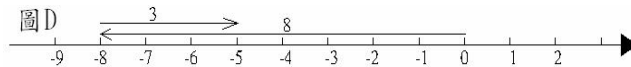
【範例 2】負數 + 負數： $(-3) + (-5) = -(3+5) = -8$  (圖 B)



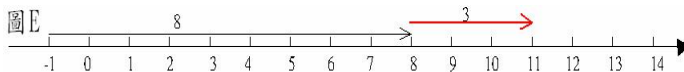
【範例 3】正數 + 負數： $8 + (-3) = 8 - 3 = 5$  (圖 C)



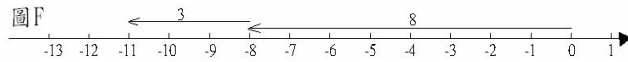
【範例 4】負數 + 正數： $-8 + 3 = -(8 - 3) = -5$  (圖 D)



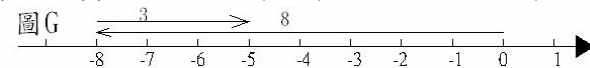
【範例 5】正數 - 負數： $8 - (-3) = 8 + 3 = 11$  (圖 E)



【範例 6】負數 - 正數： $-8 - 3 = -8 + (-3) = -(8 + 3) = -11$  (圖 F)



【範例 7】負數 - 負數： $-8 - (-3) = -8 + 3 = -(8 - 3) = -5$  (圖 G)



### 負數的乘除法：

1. 同號數相乘除其結果為正數。
2. 異號數相乘除其結果為負數。

【範例】： $4 \times 2 = 8$ ； $4 \div 2 = 2$

【範例】： $(-4) \times (-2) = 8$ ； $(-4) \div (-2) = 2$

【範例】： $4 \times (-2) = -8$ ； $(-4) \times 2 = -8$ ； $4 \div (-2) = -2$ ； $(-4) \div 2 = -2$

口訣 = 負正得負；負負得正

### 正、負分數的四則運算：

【範例】：正、負分數的加法：

$$\left(-\frac{2}{7}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) = \left(-\frac{6}{21}\right) + \left(-\frac{7}{21}\right) = -\left(\frac{6+7}{21}\right) = -\frac{13}{21}。$$

【範例】：正、負分數的減法：

$$\left(-\frac{4}{5}\right) - \left(-\frac{3}{4}\right) = \left(-\frac{16}{20}\right) - \left(-\frac{15}{20}\right) = -\frac{16}{20} + \frac{15}{20} = -\frac{1}{20}。$$

【範例】：正、負分數的乘法：

$$\left(-\frac{4}{9}\right) \times \frac{7}{12} = -\left(\frac{4 \times 7}{9 \times 12}\right) = -\left(\frac{1 \times 7}{9 \times 3}\right) = -\frac{7}{27}$$

$$\left(-\frac{5}{8}\right) \times \left(-\frac{4}{15}\right) = \frac{5 \times 4}{8 \times 15} = \frac{1 \times 1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}。$$

【範例】：正、負分數的除法：

1. 若兩數相乘等於1，則稱此兩數互為倒數。

2. 除以一個分數等於乘上此分數的倒數， $\frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \times \frac{c}{d} = \frac{b \times c}{a \times d}$ 。

例如：(1)  $\left(-\frac{3}{7}\right) \div \frac{4}{5} = -\left(\frac{3}{7} \times \frac{5}{4}\right) = -\frac{15}{28}$ ，其中 $\frac{4}{5}$ 的倒數為 $\frac{5}{4}$ 。

$$(2) \frac{4}{9} \div \left(-\frac{2}{15}\right) = \frac{4}{9} \times \left(-\frac{15}{2}\right) = -\left(\frac{4}{9} \times \frac{15}{2}\right) = -\frac{5}{3}，$$

其中 $-\frac{2}{15}$ 的倒數為 $-\frac{15}{2}$ 。

### 正、負小數的四則運算：

【範例】：請求出下列各題的答案：

$$(1) -5.4 + (-3.8) \quad (2) 3.18 + (-25.18) \quad (3) -10.25 - (-5.75)$$

解：(1)  $-5.4 + (-3.8) = -(5.4 + 3.8) = -9.2$

(2)  $3.18 + (-25.18) = 3.18 - 25.18 = -22$

(3)  $-10.25 - (-5.75) = -10.25 + 5.75 = -(10.25 - 5.75) = -4.5$

【範例】：(1)  $-0.25 \times (-6) = ?$  (2)  $(-12.75) \div 1.5 = ?$

解：(1)  $-0.25 \times (-6) = 0.25 \times 6 = 1.5$

(2)  $(-12.75) \div 1.5 = -(12.75 \div 1.5) = -8.5$

### 分數與小數的混合四則運算：

通常是先將小數化成分數的形式，再作四則運算。

【範例】：(1)  $2.25 \times \left(-\frac{1}{15}\right) = ?$  (2)  $(-1.2) \times \frac{1}{5} \div \left(-\frac{2}{3}\right) = ?$

解：(1)  $2.25 \times \left(-\frac{1}{15}\right) = -\left(2.25 \times \frac{1}{15}\right) = -0.15$

$$(2) (-1.2) \times \frac{1}{5} \div \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{12}{10} \times \frac{1}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{3}{1} = \frac{9}{25}$$



## 小 試 身 手

### 【例題 1】

求下列各值：

$$(1) (-235) + 445 =$$

$$(2) 753 + (-233) + (-515) =$$

### 【例題 3】

求下列各值：

$$(1) \frac{5}{12} + \frac{11}{36} =$$

$$(2) -\frac{11}{28} + \left(-\frac{7}{15}\right) =$$

$$(3) -\frac{7}{11} - \frac{5}{13} =$$

$$(4) -\frac{12}{13} + \frac{10}{17} =$$

### 【例題 5】

求下列各值：

$$(1) 25 \times (-15) = \quad (2) -45 \div 15 =$$

$$(3) -120 \times (-6) = \quad (4) -12 \times 7 \times (-15) =$$

### 【例題 2】

求下列各值：

$$(1) (-513) + (-937) =$$

$$(2) (-526) + (-193) + (-911) =$$

### 【例題 4】

求下列各值：

$$(1) -\frac{12}{21} + \frac{11}{28} =$$

$$(2) \frac{11}{36} - \frac{11}{28} =$$

$$(3) -\frac{12}{121} + \frac{25}{33} =$$

$$(4) -\frac{5}{24} + \left(-\frac{7}{15}\right) - \frac{27}{60} =$$

### 【例題 6】

求下列各值：

$$(1) -20 \times (-15) = \quad (2) -90 \div 15 =$$

$$(3) -35 \times (-17) = \quad (4) -1088 \div (-34) \div 2 =$$

**【例題 7】**

求下列各式的值：

$$(1) -\frac{5}{28} \times \left(-\frac{7}{15}\right) =$$

$$(2) -\frac{25}{121} \div \frac{5}{66} =$$

$$(3) -\frac{16}{39} \times \frac{10}{34} \div \frac{15}{26} =$$

**【例題 9】**

數線上 P(-11)、R(9)，在 P、R 之間找一點 Q，使得 P 與 Q 的距離是 Q 與 R 的 3 倍，求 Q 點所代表的數。

**【例題 11】**

股票市場星期一下跌 110 點，星期二上漲 95 點，星期三又上漲 13 點，星期四下跌 27 點，星期五上漲 39 點，請問本週統計後共上漲或下跌多少點？

解：

**【例題 8】**

求下列各式的值

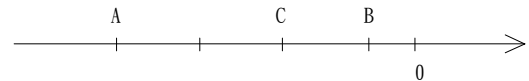
$$(1) -\frac{36}{69} \div \left(-\frac{48}{49}\right) =$$

$$(2) -\frac{74}{168} \times \left(-\frac{252}{259}\right) =$$

$$(3) \frac{5}{24} \times \frac{36}{125} + \left(-\frac{6}{72}\right) \div \frac{7}{216}$$

**【例題 10】**

數線上 A(-24)、B(-6)，在 A、B 之間找一點 C，使得 A 與 C 的距離是 C 與 B 的 2 倍，求 C 點所代表的數。

**【例題 12】**

有一面牆高 180 公分，一隻蝸牛在牆上某處，第一天往上爬 45 公分，第二天下滑 19 公分，第三天往上爬 44 公分，第四天又下滑 21 公分，第五天再度往上爬 50 公分才到達牆頂，請問蝸牛開始的位置離地面多少公分？

解：

**【例題 13】**

有一隻青蛙在數線上座標為 $-4$ 的A點開始向右跳，每次跳躍的距離都相等，方向不變，跳第三次時，落在座標為 $5$ 的B點，若跳 $20$ 次時，會落在C點，請問C點的座標為何？

解：

**【例題 15】**

$$5\frac{4}{9} \times 4\frac{29}{49} \div (-1\frac{1}{4})$$

**【例題 17】**

一條繩子分成 $5$ 等分，已知 $2$ 等分的長度是 $\frac{32}{5}$ 公尺，問繩子全長多少公尺？

解：

**【例題 14】**

若甲數比 $(-16)$ 大 $(-5)$ ，而乙數比 $(-4)$ 小 $7$ ，請問甲數 $\times$ 乙數為多少？

解：

**【例題 16】**

$$(-2\frac{1}{2}) \div (-4\frac{17}{27}) \times (-50)$$

**【例題 18】**

水果店老闆買進一箱重 $30$ 公斤蘋果，成本為 $600$ 元，其中 $\frac{3}{4}$ 公斤壞掉不賣，剩下的 $\frac{1}{3}$ 為較大的以每公斤 $36$ 元賣出，其餘的每公斤賣 $24$ 元，若全部賣完可以賺多少元？

解：



## 正負數加法練習

一、寫出下列各式的結果：(正數加正數)

1.  $452 + 168 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2.  $328 + 392 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3.  $\frac{3}{8} + \frac{1}{6} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
4.  $\frac{2}{13} + \frac{3}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、寫出下列各式的結果：(正數加負數)

1.  $100 + (-77) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2.  $225 + (-124) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3.  $325 + (-119) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
4.  $261 + (-237) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
5.  $\frac{5}{9} + (-\frac{7}{12}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
6.  $\frac{4}{5} + (-\frac{7}{11}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
7.  $1\frac{3}{7} + (-\frac{6}{11}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
8.  $\frac{1}{11} + (-\frac{5}{7}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、寫出下列各式的結果：(負數加正數)

1.  $(-200) + 167 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2.  $(-456) + 288 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3.  $(-999) + 199 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
4.  $(-876) + 128 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
5.  $(-\frac{7}{12}) + \frac{5}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
6.  $(-\frac{2}{11}) + \frac{1}{9} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
7.  $(-\frac{1}{9}) + \frac{5}{36} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
8.  $(-\frac{5}{12}) + \frac{4}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

四、寫出下列各式的結果：(負數加負數)

1.  $(-25) + (-53) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2.  $(-95) + (-215) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3.  $(-230) + (-26) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
4.  $(-326) + (-97) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
5.  $(-\frac{11}{36}) + (-\frac{7}{12}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
6.  $(-\frac{11}{12}) + (-\frac{2}{11}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
7.  $(-\frac{1}{19}) + (-\frac{9}{39}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
8.  $(-\frac{7}{23}) + (-\frac{11}{69}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

五、寫出下列各式的結果：(綜合練習)

1.  $32 + (-18) + 55 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2.  $(-66) + (-94) + 127 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3.  $82 + (-74) + (-106) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
4.  $45 + 126 + (-77) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
5.  $(-\frac{1}{2}) + (-\frac{1}{3}) + (-\frac{1}{5}) + (-\frac{1}{7}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
6.  $(-\frac{5}{8}) + \frac{1}{6} + \frac{7}{12} + (-\frac{5}{18}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



## 正負數減法練習

一、寫出下列各式的結果：(正數減正數)

1.  $125 - 59 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2.  $518 - 223 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3.  $225 - 89 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
4.  $549 - 747 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
5.  $\frac{17}{39} - \frac{36}{78} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
6.  $\frac{12}{121} - \frac{7}{66} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、寫出下列各式的結果：(正數減負數)

1.  $99 - (-88) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2.  $17 - (-26) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3.  $\frac{12}{21} - (-\frac{7}{28}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
4.  $\frac{23}{72} - (-\frac{11}{36}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
5.  $\frac{24}{81} - (-\frac{11}{27}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
6.  $\frac{35}{188} - (-\frac{3}{47}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、寫出下列各式的結果：(負數減正數)

1.  $(-68) - 11 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2.  $(-265) - 26 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3.  $(-209) - 510 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
4.  $(-317) - 183 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
5.  $(-\frac{4}{12}) - \frac{7}{15} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
6.  $(-\frac{7}{36}) - \frac{5}{21} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

四、寫出下列各式的結果：(負數減負數)

1.  $(-48) - (-77) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2.  $(-88) - (-39) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3.  $(-15) - (-96) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
4.  $(-71) - (-67) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
5.  $(-\frac{15}{121}) - (-\frac{7}{11}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
6.  $(-\frac{11}{21}) - (-\frac{11}{30}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

五、寫出下列各式的結果：(綜合練習)

1.  $-\frac{5}{8} + (-\frac{7}{9}) - \frac{23}{72} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2.  $(-229) - 111 - (-80) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3.  $-\frac{15}{28} + (-\frac{12}{49}) - \frac{25}{42} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
4.  $96 - (-88) - 34 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
5.  $120 - (-102) - [(-30) - (-54)] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
6.  $-\frac{27}{81} + (-\frac{12}{18}) - \frac{23}{36} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



## 正負數乘除法練習

一、寫出下列各式的結果：(乘法)

口訣：正正得正、負負得正、負正得負、正負得負。

1.  $11 \times 9 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2.  $(-19) \times 3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3.  $(-11) \times (-7) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
4.  $32 \times (-7) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
5.  $\frac{11}{36} \times (-\frac{5}{66}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
6.  $(-\frac{27}{60}) \times (-\frac{66}{36}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
7.  $(-\frac{7}{11}) \times (-\frac{26}{35}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
8.  $0 \times (-\frac{12}{81}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、寫出下列各式的結果：(除法)

口訣：正正得正、負負得正、負正得負、正負得負。

1.  $72 \div 3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2.  $(-2356) \div (-6) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3.  $275 \div (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
4.  $(-165) \div 11 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
5.  $0 \div (-\frac{12}{121}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
6.  $\frac{180}{221} \div (-\frac{63}{153}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
7.  $(-\frac{25}{121}) \div (-\frac{5}{66}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
8.  $(-\frac{12}{121}) \div \frac{4}{33} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、寫出下列各式的結果：(綜合練習)

1.  $-\frac{12}{13} \div (-\frac{20}{221}) + \frac{10}{17} \div (-\frac{20}{221}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2.  $\frac{5}{24} \times \frac{36}{125} + (-\frac{6}{72}) \div \frac{7}{216} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3.  $-\frac{7}{11} \times (-\frac{26}{35}) \times \frac{5}{13} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
4.  $-\frac{12}{13} \times \frac{10}{17} \div \frac{5}{13} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
5.  $\frac{7}{12} \times \frac{3}{8} - (-\frac{6}{72}) \times \frac{63}{216} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
6.  $48 \times (\frac{7}{12} + \frac{7}{8}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
7.  $\frac{7}{12} \times (\frac{24}{49} + \frac{5}{7}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
8.  $-\frac{48}{91} \div (-\frac{180}{663}) + \frac{10}{13} \div (-\frac{180}{663}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。





## 正負數四則運算

一、寫出下列各式的結果：

1.  $315 + (-234) + (-53) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2.  $-(-77) + (-33) - (-57) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3.  $2 - (-4) + 6 - (-8) - 10 + 12 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4.  $-(-3) + (-16) - (-32) + 24 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5.  $(-\frac{2}{3}) \times \frac{13}{16} \times (-\frac{8}{27}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6.  $(-\frac{4}{9}) \div \frac{7}{3} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7.  $3\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} \div (-\frac{2}{3}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8.  $7 \times \frac{1}{3} - \frac{4}{5} \times (3 + \frac{1}{3}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9.  $(-5.5) + 4.5 \times (-\frac{1}{12}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

10.  $(-\frac{8}{47}) \times 23 + (-\frac{8}{47}) \div \frac{1}{24} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、寫出下列各式的結果：(先乘除後加減)

1.  $\frac{2}{5} \times (-\frac{3}{4}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2.  $\frac{4}{7} \times (-\frac{3}{4}) \times (-1\frac{3}{4}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3.  $\frac{7}{8} \div (-1\frac{3}{4}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4.  $10 - 2 \times \frac{7}{8} \div (-1\frac{3}{4}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5.  $(-8) \div (-\frac{16}{9}) + 7 \times (-\frac{3}{14}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6.  $3.3 \div (1\frac{1}{2}) - 4 \times (-2\frac{3}{4}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7.  $2\frac{2}{3} \div (-1\frac{2}{3}) - (-\frac{1}{2}) \times (-\frac{2}{3}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8.  $[(-1\frac{5}{6}) - (-\frac{1}{6})] \div [\frac{2}{3} + (-\frac{1}{9})] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

## ■ 絕對值

**【範例】**：大寶體重 50 公斤，小寶體重 40 公斤，請問大寶和小寶體重相差多少公斤？

說明：

在這個範例中，可以用大寶體重減小寶體重： $50 - 40 = 10$ （公斤）

所以，大寶比小寶重 10 公斤。

也可以用小寶體重減大寶體重： $40 - 50 = -10$ （公斤）

小寶比大寶輕 10 公斤。

但我們所要答案是大寶和小寶相差多少公斤，跟誰重誰輕並沒有關係，

所以，我們將 10 定義為 $(+10)$ 以及 $(-10)$ 的絕對值。

換句話說，一個數的絕對值就是不考慮他前面的「+」、「-」號所得到的數。

**【範例】**： $-5$  的絕對值是 5，而 5 的絕對值也是 5。

**絕對值**：

當一個數不考慮其正負數所得之值，為此數的絕對值，以“ $|x|$ ”表示。

例如： $|-2|=2$ ， $|2|=2$ 。

另外，絕對值也可以表示為，一個數在數線上表示的點與原點的距離，叫做這個數的絕對值，以符號“ $|$ ”表示。

**【範例】**：如下圖 A 點與原點的距離為 2， $|2-0|=2$ ，所以 2 的絕對值是 2，

記成 $|2|=2$ ；

B 點與原點的距離為 2， $|0-2|=|-2|=2$ ，所以 $-2$  的絕對值是 2，

記成 $|-2|=2$ 。

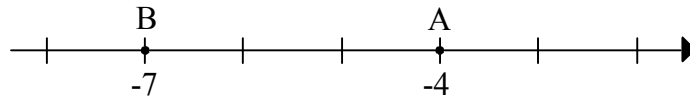


**【範例】**： $|-2 \times 3| = |-6| = 6$ ，所以 $(-2 \times 3)$  的絕對值是在數線上 6 的位置。

**【範例】**： $|-4 + 2| = |-2| = 2$ ，所以 $(-4 + 2)$  的絕對值是在數線上 2 的位置。

利用絕對值來表示數線上兩點的距離。

$\overline{AB} = |A-B|$  下面數線  $A(-7)$ 、 $B(-4)$ ，則  $\overline{AB} = |(-7)-(-4)| = |-3| = 3$ ，  
或是  $\overline{AB} = |(-4)-(-7)| = |-4+7| = |3| = 3$ ，



**【範例】**：若  $|a| = 4$ ，則  $a = 4$  或  $-4$ 。

**【範例】**：數線上絕對值小於 5 的整數有哪些？

解：  $|x| < 5$ ，  $-5 < x < 5$ ，

故有整數  $-4$ 、 $-3$ 、 $-2$ 、 $-1$ 、 $0$ 、 $1$ 、 $2$ 、 $3$ 、 $4$ 。

結論：1.  $|x| = |-x|$ ，例如： $|3| = |-3|$ 。

2.  $|x| \geq 0$ ，例如： $|3| = |-3| = 3 > 0$ 。

3.  $|x| = \begin{cases} x & \text{如果 } x \geq 0 \\ -x & \text{如果 } x < 0 \end{cases}$ 。

4.  $|x-y| = |y-x|$ ，例如： $|3-2| = |2-3| = 1$ 。

有關絕對值的運算：

當算式有兩層絕對值的時候，先計算內層的絕對值，再往外計算外層的絕對值。

**【範例】**：計算  $|7-|4-3|| = ?$

解： $|7-|3-4|| = |7-|-1||$   
 $= |7-1|$   
 $= |6|$   
 $= 6$

答： $|7-|4-3|| = 6$ 。

**【範例】**：計算  $||3-8|-|8-9|| = ?$

解： $||3-8|-|8-9|| = ||-5|-|-1||$   
 $= |5-1|$   
 $= |4|$   
 $= 4$

答： $||3-8|-|8-9|| = 4$ 。

**【範例】**：計算  $||3-|-4-3|+2|-|8-12||=?$

$$\begin{aligned} \text{解} : ||3-|-4-3|+2|-|8-12|| &= ||3-|-7|+2|-|-4|| \\ &= ||3-7+2|-4| \\ &= ||-2|-4| \\ &= |2-4| \\ &= |-2| \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\text{答} : ||3-|-4-3|+2|-|8-12||=2。$$

**【範例】**：已知  $|x+5|+|y-3|=0$ ，求  $x+y=?$

$$\begin{aligned} \text{解} : \text{因為絕對值出來的數一定大於或是等於} 0 \\ \text{所以} |x+5| \geq 0 \text{ 且 } |y-3| \geq 0 \\ \text{故 } x+5=0 \text{ 且 } y-3=0 \\ \text{所以 } x=-5、y=3 \text{ 即 } x+y=-2 \end{aligned}$$

**【範例】**：已知  $-3 \leq x \leq 6$ ，則  $|x+4|+|x+5|=$

$$\begin{aligned} \text{解} : \\ \text{⊕ } -3 \leq x \leq 6 \\ \therefore x+4 \geq 0 \text{ 且 } x+5 \geq 0 \\ \text{所以去絕對值時不必加負號} \\ |x+4|+|x+5| \\ = (x+4)+(x+5) \\ = x+4+x+5 \\ = 2x+9 \end{aligned}$$

**【範例】**：已知  $-9 \leq x \leq 3$ ，則  $|x-4|+|x+10|=$

$$\begin{aligned} \text{解} : \\ \text{⊕ } -9 \leq x \leq 3 \\ \therefore x-4 \leq 0 \text{ 且 } x+10 \geq 0 \\ \text{所以} |x-4| \text{ 去絕對值時要加負號，} |x+10| \text{ 則不必加負號} \\ |x-4|+|x+10| \\ = -(x-4)+(x+10) \\ = -x+4+x+10 \\ = 14 \end{aligned}$$

### 絕對值不等式：

若已知  $a、b$  兩數，則將  $a、b$  掛絕對值後有下列兩個不等式恆成立。

1.  $|a|+|b| \geq |a+b|$
2.  $|a|-|b| \leq |a-b|$

說明：

1. 我們假設 4 種情況

情況 1： $a \geq 0$  且  $b \geq 0$

$$\begin{aligned} \text{則 } |a| + |b| &= a + b = |a + b| \\ \text{符合式子 } |a| + |b| &\geq |a + b| \end{aligned}$$

情況 2： $a \geq 0$  且  $b \leq 0$

$$\begin{aligned} \text{則 } |a| + |b| &= a - b \geq a + b = |a + b| \\ \text{符合式子 } |a| + |b| &\geq |a + b| \end{aligned}$$

情況 3： $a \leq 0$  且  $b \geq 0$

$$\begin{aligned} \text{則 } |a| + |b| &= b - a \geq a + b = |a + b| \\ \text{符合式子 } |a| + |b| &\geq |a + b| \end{aligned}$$

情況 4： $a \leq 0$  且  $b \leq 0$

$$\begin{aligned} \text{則 } |a| + |b| &= -a - b \geq a + b = |a + b| \\ \text{符合式子 } |a| + |b| &\geq |a + b| \end{aligned}$$

**【範例】**：已知式子  $|x+3| + |x-2|$ ，則當  $x$  為多少時，式子有最小值？

解：

$$\ominus |a| + |b| \geq |a \pm b|$$

$$\therefore |x+3| + |x-2| \geq |(x+3) + (x-2)|$$

所以當  $(x+3) + (x-2) = 0$  時，式子有最小值

$$(x+3) + (x-2) = 0$$

$$2x+1=0$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

所以式子的最小值為 0



## 小 試 身 手

### 【例題 1】

將大於符號“>”或小於符號“<”或等於“=”符號，填入下列空格：

$$(1) |3| \quad \underline{\quad} \quad 3$$

$$(2) |-5| \quad \underline{\quad} \quad -5$$

$$(3) \left| -5\frac{1}{3} \right| \quad \underline{\quad} \quad \left| 4\frac{1}{3} \right|$$

$$(4) \left| 3\frac{7}{8} \right| \quad \underline{\quad} \quad |-3.875|$$

### 【例題 3】

(1) 試分別寫出  $-2$ 、 $8$ 、 $-7$  的絕對值。

(2) 若  $|甲|=4.5$ ，請問甲是多少？

答：

### 【例題 5】

作一條數線，並在數線上標出絕對值小於 6 的所有整數點。

答：

### 【例題 7】

求下列各式的值：

$$(1) |-5| = \underline{\quad}。$$

$$(2) -|-5| = \underline{\quad}。$$

$$(3) \left| -2\frac{1}{3} \right| = \underline{\quad}。$$

$$(4) |-4 \times 3| = \underline{\quad}。$$

$$(5) |3 + (-2 \times 6)| = \underline{\quad}。$$

### 【例題 2】

將大於符號“>”或小於符號“<”或等於“=”符號，填入下列空格：

$$(1) |7.2| \quad \underline{\quad} \quad 7.2$$

$$(2) |-6| \quad \underline{\quad} \quad -6$$

$$(3) |5.84| \quad \underline{\quad} \quad |-5.84|$$

$$(4) \left| -5\frac{3}{4} \right| \quad \underline{\quad} \quad |5.75|$$

### 【例題 4】

(1) 試分別寫出  $-3.9$ 、 $4$ 、 $-5$  的絕對值。

(2) 若  $|甲|=5$ ，請問甲是多少？

答：

### 【例題 6】

作一條數線，並在數線上標出絕對值小於 5.5 的所有整數點。

答：

### 【例題 8】

求下列各式的值：

$$(1) |0| = \underline{\quad}。$$

$$(2) -| -(-2.5) | = \underline{\quad}。$$

$$(3) \left| -\frac{1}{7} + \frac{2}{5} \right| = \underline{\quad}。$$

$$(4) |-4| + |-8| = \underline{\quad}。$$

$$(5) |(-2 \times 3)| - |-4| = \underline{\quad}。$$

**【例題 9】**

將下列各數由小到大排列：

$$-2\frac{1}{4}、|-4|、|5|、-|-5.5|、|3\times 2|$$

答：

**【例題 10】**

將下列各數由小到大排列：

$$-1\frac{2}{3}、|-4\times\frac{1}{2}|、|5+(-2)|、|-2\times 2|、-|-4|$$

答：

**【例題 11】**

計算下列各式的結果：

$$(1) |3+5-7| + |7+11-13| = ? \quad (2) |\frac{1}{2}-1| + |\frac{1}{3}-\frac{1}{2}| + |\frac{1}{4}-\frac{1}{3}| = ?$$

解：

**【例題 12】**

計算下列各式的結果：

$$(1) |93-86| + |86-79| + |63-79| = ? \quad (2) |\frac{1}{8}-\frac{1}{10}| + |\frac{1}{8}-\frac{1}{6}| + |\frac{1}{3}-\frac{1}{6}| = ?$$

解：

**【例題 13】**

有 A、B 兩點，中點為 3，中點與 A 點相距為 5，則 A、B 兩點的座標為何？

解：

**【例題 14】**

若 a、b 為整數，且  $3|a-6| + |b+2| = 1$ ，則 a = ? b = ?

解：

**【例題 15】**

求  $2\frac{2}{3} + |-4\frac{1}{2}| \div |\frac{25}{4} - |-\frac{7}{2}|| = ?$

解：

**【例題 16】**

求  $|\frac{1}{2}| - (-|-\frac{1}{4}|) + (|-3\frac{1}{2}| - |-2\frac{1}{4}|) \times \frac{4}{5} = ?$

解：



**【例題 17】**

化簡  $||2-3|-2|+|-7-5|=?$

解：

**【例題 18】**

化簡  $||-12+3|-(-5)|+3\times|2-8|=?$

解：

**【例題 19】**

已知  $-2 \leq x \leq 5$ ，則  $|x+2|+|x+5|=$

解：

**【例題 20】**

已知  $-9 \leq x \leq -2$ ，則  $|x+1|+|x+18|=$

解：