

一元一次方程式

以符號代表數

學習重點：如何利用符號來列出算式，同樣的題目是否有不同的列式方法。

(1) 用符號代表數：

我們通常以英文字母 a 、 b 、 c 、……、 x 、 y 、 z 等文字來代表數，然後根據題意列出算式，並進行解題。

【範例】：弟弟比哥哥小 3 歲，也就是弟弟的歲數 = 哥哥的歲數 - 3，如果用 x 來代表哥哥的歲數，那麼弟弟的歲數 = $x - 3$ 。

【範例】：上家政課的材料費每人 50 元，班上有 x 人，則共要繳 $50x$ 元。

【範例】：請問連續 3 個整數要如何用 x 來代表，請列出完整的式子。

解：我們可以設第一個整數為 x ，因為兩個連續整數的差為 1，因此，我們可以將三個連續整數以 x 表示為： $x, x+1, x+2$ 。
我們也可以設中間的整數為 x ，因為兩個連續整數的差為 1，因此，我們可以將三個連續整數以 x 表示為： $x-1, x, x+1$ 。

【範例】：請問連續 5 個偶數要如何用 x 來代表，請列出完整的式子。

解：我們可以設第一個偶數為 x ，因為兩個連續偶數的差為 2，因此，我們可以將 5 個連續偶數以 x 表示為：
 $x, x+2, x+4, x+6, x+8$ 。
我們也可以設中間的偶數為 x ，因為兩個連續偶數的差為 2，因此，我們可以將三個連續偶數以 x 表示為：
 $x-4, x-2, x, x+2, x+4$ 。

(2) 乘法的簡記：

***法則 1：**因為乘號「 \times 」和英文字母「 x 」容易混淆，所以我們常將數字和英文字母中間的乘號「 \times 」改成「 \cdot 」，或者省略不寫；再把數字寫在英文字母前面。

【範例】： $3 \times x$ 可記成 $3 \cdot x$ 或 $3x$ 。

***法則 2：**文字除以數字的記法，可以改寫成乘以該數字的倒數。

【範例】： $x \div 3 = x \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}x$ (或 $\frac{x}{3}$)

***法則 3：**當加或減也混合在算式裡時，我們不可把「+」號及「-」號省略。

$$\begin{aligned} \text{【範例】：} & x \times 7 + 2 - x \div \frac{1}{3} - 5 = 7x + 2 - 3x - 5 \\ & = (7-3)x + (2-5) \\ & = 4x - 3 \end{aligned}$$

(3) 求算式的值：

一個算式代表什麼數，是由算式中文字符號所代表的數來決定的。

【範例】：3 個沙袋的重量記為 $3x$ 克，若 $x=10$ ，則 $3x=3 \times 10=30$ 。

【範例】：一個 x 代表一個 10 元硬幣，現在小誠有 $20x$ 個硬幣，請問小誠有多少元？

解：因為 $x=10$ ，所以 $20x=20 \times 10=200$ 。

答：小誠有 200 元。

【範例】：(1) 請問連續三個奇數要如何用 x 來代表，請列出完整的式子。

(2) 若 x 為 17 則三個連續奇數分別為多少？

解：(1) 設第一個連續奇數為 x ，則三個連續的奇數可表示為：

$$x, x+2, x+4。$$

(2) 若 x 為 17，則三個連續奇數分別為：17, 19, 21。

【範例】：珮玲比她的妹妹珮玉大 3 歲，請問：

(1) 若珮玲為 x 歲，則珮玉今年幾歲？(用 x 來代表。)

(2) 若珮玲為 20 歲，則珮玉今年幾歲？(用 x 來代表。)

解：(1) 因為珮玲比她的妹妹珮玉大 3 歲，所以珮玉的年齡為 $(x-3)$ 歲。

(2) 因為珮玲比她的妹妹珮玉大 3 歲，所以珮玉的年齡為 $20-3=17$ 。

答：(1) 珮玉的年齡為 $(x-3)$ 歲，(2) 珮玉的年齡為 17 歲。

【範例】：(1) 雞兔同籠，腳共 110，如果雞有 x 隻，問兔有幾隻？(用 x 來代表。)

(2) 若雞有 15 隻，則兔有幾隻？

解：(1) 設雞有 x 隻，則雞腳有 $2x$ 隻，兔腳有 $(110-2x)$ 隻。

故兔有 $(110-2x) \div 4$ 隻。

(2) 若雞有 15 隻，則雞腳有 $2 \cdot 15=30$ (隻)，兔腳有 $110-30=80$ (隻)。

故兔有 $80 \div 4=20$ (隻)。

答：(1) 兔有 $(110-2x) \div 4$ 隻，(2) 兔有 20(隻)。



小 試 身 手

【例題一】

簡記下列各式：(將「×」、「÷」號省略)

$$(1) a \times 5 \div 7 \times b$$

$$(2) x \div y \div z$$

$$(3) a \times (-1) + b \div 4 \times c$$

$$(4) 2 \times x \times (-3) - (-9) \div (-3y)$$

$$(5) (-15a) \div (-3b) + 8a \div 4$$

【練習一】

簡記下列各式：(將「×」、「÷」號省略)

$$(1) x \div (-5y)$$

$$(2) 3x \div (y+z)$$

$$(3) p \div q \times r \div s$$

$$(4) a \times a \times a - b \times b \times c$$

$$(5) -4a \div (-10b) \times 6b - 4 \times (x+y)$$

【例題二】

$a = -3$, $b = \frac{1}{2}$, 求：

$$(1) \frac{a+2b}{2a+b} = ?$$

$$(2) 3(a-2b)^2 = ?$$

$$(3) a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = ?$$

【練習二】

設 $a = 1$, $b = 2$, $c = -3$, 求：

$$(1) \frac{a}{b-c} + \frac{b}{c-a} + \frac{c}{a-b} = ?$$

$$(2) \frac{a^2 - c^2}{a - 2b + c} \times \left(\frac{b}{a-c} + \frac{b}{a+c} \right) = ?$$

【例題三】

一溫度計上刻有攝氏(C)，華氏(F)兩種溫度，兩種溫度滿足下列關係式：

$$F = \frac{9}{5}C + 32 ; C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

- 問：(1)攝氏 100° 、 -20° 時，華氏溫度分別是多少度？
 (2)華氏 -40° 時，攝氏溫度是多少度？

【練習三】

氣溫 $x^{\circ}\text{C}$ 時，音速在空氣中每秒的速度為 $(331 + 0.6x)$ 公尺，問：

- (1) -5°C 時，音速在空氣中每秒的速度是多少？
 (2) 氣溫在 20°C 和 -10°C 時，音速在空氣中每秒的速度相差多少公尺？

【例題四】

- (1) 三個連續整數，設中間的數是 x ，則最小數是_____，最大數是_____。
 (2) 五個連續整數，設最大的數是 z ，則中間的數是_____，最小數是_____。

【練習四】

- (1) 用 y 代表一正整數，則：三個連續奇數為_____、_____、_____。
 (2) 50 個連續偶數中，最小的偶數為 x ，最大的偶數_____。

【例題五】

兩個正方形的邊長分別是 a 公分與 b 公分，則求出下列答案：

- (1) 面積和是_____平方公分
 (2) 面積差是_____平方公分
 (3) 周長和是_____公分
 (4) 周長差是_____公分

【練習五】

已知一長方形的周長為 x 公尺，

- (1) 若此長方形的長為 8 公尺，則其面積為_____平方公尺。
 (2) 承上題，若 $x=20$ ，則此長方形的面積為_____平方公尺。

【例題六】

學生分配宿舍，如果 7 人住一間，則有 9 人無宿舍可住，則請用 x 或 y 來表示下列各題：

- (1) 設宿舍有 x 間，則學生有_____人。
- (2) 設學生有 y 人，則宿舍有_____間。

【練習六】

一年一班共有男、女同學 50 人，在第一次段考中，男同學 30 人的平均分數是 a 分，女同學 20 人的平均分數是 b 分。問：

- (1) 此班同學的平均分數是 c 分，求 c 以 a 、 b 之關係表示之。
- (2) 若 $a=75$ ， $b=80$ ，則 $c=?$

【例題七】

某學校舉辦英文能力抽考，一年 1 班有 20 人，其學生平均分數為 S 分，一年 2 班有 25 人，其平均分數為 80 分，則兩班的平均分數為_____分。

【練習七】

林老師小卡若干張，分給 a 位小朋友，若每人得 5 張，還剩 4 張，則共有多少張小卡？

式子的運算

※**學習重點**：當我們利用符號依題意列出算式後，能否將算式化簡？也就是學習符號的運算規則。

(1)**一元一次式**：若一個式子只含有一個未知數(一元)，且未知數的次方是一次，我們稱為一元一次式。

【範例】： $-3x-5$ ， $y+3$ 。

(2)**項**：在一個式子中，以「+」號分開的每一個部份，就稱為此式的項。

【範例】：在式子 $6x+3-2x-5$ 中，我們稱 $6x$ 、 $-2x$ 、 -5 為此一元一次式的項。

(3)**同類項**：有相同的文字符號，且文字符號的次方也相同的項。

【範例】：在式子 $6x+3-2x-5$ 中的 $6x$ 和 $-2x$ 是同類項；而 3 和 -5 是不含文字符號的同類項。

(4)**式子的四則運算**：

1. 乘、除法運算：

交換律： $a \times b = b \times a$

【範例】： $7 \times 4 = 4 \times 7$ 。

結合律： $a \times b \times c = a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$ 。

【範例】： $2 \times 3 \times 5 = 2 \times (3 \times 5) = (2 \times 3) \times 5$ 。

分配律：1. $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

2. $a \times (b - c) = a \times b - a \times c$

3. $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$

4. $(a - b) \times c = a \times c - b \times c$

5. $(a + b) \times (c + d) = a \times c + b \times c + a \times d + b \times d$

6. $(a - b) \times (c + d) = a \times c - b \times c + a \times d - b \times d$

【範例】： $2 \times (3 + 5) = 2 \times 3 + 2 \times 5 = 6 + 10 = 16$ 。

【範例】： $2 \times (3 - 5) = 2 \times 3 - 2 \times 5 = 6 - 10 = -4$ 。

【範例】： $(3 + 5) \times 7 = 3 \times 7 + 5 \times 7 = 21 + 35 = 56$ 。

【範例】： $(3 - 5) \times 7 = 3 \times 7 - 5 \times 7 = 21 - 35 = -14$ 。

【範例】： $(2+5)\times(3+6)=(2+5)\times3+(2+5)\times6$
 $=2\times3+5\times3+2\times6+5\times6$
 $=6+15+12+30$
 $=63。$

【範例】： $(2-5)\times(3+6)=(2-5)\times3+(2-5)\times6$
 $=2\times3-5\times3+2\times6-5\times6$
 $=6-15+12-30$
 $=-27。$

【範例】：請化簡下列各式：(1) $5x \div 6$ (2) $8x \div 3$

解：(1) $5x \div 6 = 5x \times \frac{1}{6} = \frac{5}{6}x$

(2) $8x \div 3 = 8x \times \frac{1}{3} = \frac{8}{3}x$

2. 加(減)法運算：

兩式子做加減法運算時，「同一類的項」可以合併化簡，不是同一類的數不可以合併化簡。

【範例】： $(2x+5)+(4x-2)=(2x+4x)+(5-2)=6x+3$ ；其中 $2x$ 、 $4x$ 為同一類的項， 5 、 -2 為同一類的項。

3. 式子的化簡運算：

【範例】：請化簡下列各式：

(1) $5(x+2)$ (2) $5(x-2)$ (3) $-2(x-3)$ (4) $-2(x+3)$ (5) $-4(-x-4)$

解：(1) $5(x+2)=5 \times x+5 \times 2=5x+10$

(2) $5(x-2)=5 \times x-5 \times 2=5x-10$

(3) $-2(x-3)=-2 \times x-2 \times (-3)=-2x+6$

(4) $-2(x+3)=-2 \times x-2 \times (+3)=-2x-6$

(5) $-4(-x-3)=-4 \times (-x)-4 \times (-3)=4x+12$

【範例】：請化簡下列各式：(1) $(5x-3)(-2)$ (2) $(-3x+8)(-3)$

解：(1) $(5x-3)(-2)$
 $=5x \times (-2)-3 \times (-2)$
 $=-10x+6$

(2) $(-3x+8)(-3)$
 $=-3x \times (-3)+8 \times (-3)$
 $=-9x-24$

【範例】：請化簡下列各式：(1) $5(x+6)$ (2) $11(2x-5)$ (3) $-2(10x-7)$

解：(1) $5(x+6)=5 \times x+5 \times 6$
 $=5x+30$

(2) $11(2x+5)=11 \times 2x-11 \times 5$
 $=22x-55$

(3) $-2(10x-7)=-2 \times 10x+2 \times 7$
 $=-20x+14$

【範例】：請化簡下列各式：(1) $(3x-8) \div \frac{3}{5}$ (2) $(-6x+7) \div (-\frac{3}{5})$

解：(1) $(3x-8) \div \frac{3}{5}=(3x-8) \times \frac{5}{3}=5x-\frac{40}{3}$

(2) $(-6x+7) \div (-\frac{3}{5})=(-6x+7) \times (-\frac{5}{3})$
 $=-6x \times (-\frac{5}{3})+7 \times (-\frac{5}{3})$
 $=10x-\frac{35}{3}$

(5)去括號運算：

【注意 1】 如果括號前面是負號，去括號時原先括號內的+、-號要變號。

【注意 2】 一算式中，有加、減、乘、除等混合計算時，應先乘除，後加減；
 先去小括號，再去中括號。

【範例】：請化簡 $(2x+3)-(7x-10)$ 。

解：(1) $(2x+3)-(7x-10)=2x+3-7x+10$
 $=2x-7x+3+10$
 $=-5x+13$

【範例】：請化簡 $3(x-1)-7(-2x-5)$ 。

解：(2) $3(x-1)-7(-2x-5)=3x-3-7 \times (-2x)-7 \times (-5)$
 $=3x-3+14x+35$
 $=3x+14x+35-3$
 $=14x+32$

【範例】：請化簡下列各式：(1) $-(2x-7)-3(3x-11)$ 。

(2) $-(-3x-2)-(3x-8)+(-x+5)$ 。

解：(1) $-(2x-7)-3(3x-11)=-2x+7-9x+33$
 $=-2x-9x+7+33$
 $=-11x+40$

$$\begin{aligned}
 (2) & -(-3x-2)-(3x-8)+(-x+5) \\
 & = 3x+2-3x+8-x+5 \\
 & = 3x-3x-x+8+2+5 \\
 & = -x+15
 \end{aligned}$$

【範例】：請化簡下列各式：(1) $-3[2(x+1)-(x-1)]$ 。

$$(2) -2(3x+2)+[(-8x-7)-(-2x-3)]。$$

解：(1) $-3[2(x+1)-(x-1)] = -3[2x+2-x+1]$
 $= -3(x+3)$
 $= -3x-9$

$$\begin{aligned}
 (2) & -2(3x+2)-[(-8x-7)-(-2x-3)] \\
 & = -6x-4-[-8x-7+2x+3] \\
 & = -6x-4-(-6x-4) \\
 & = -6x-4+6x+4 \\
 & = 0
 \end{aligned}$$

【範例】：請化簡下列各式：(1) $-2[-3+4(x-5)]$ 。

$$(2) 10x-\{2x-[(5x-3)-3(2x-7)]\}。$$

解：(1) $-2[-3+4(x-5)] = -2[-3+4x-20]$
 $= -2[4x-23]$
 $= -8x+46$

$$\begin{aligned}
 (2) & 10x-\{2x-[(5x-3)-3(2x-7)]\} \\
 & = 10x-\{2x-[5x-3-6x+21]\} \\
 & = 10x-\{2x-[-x+18]\} \\
 & = 10x-\{2x+x-18\} \\
 & = 10x-\{3x-18\} \\
 & = 10x-3x+18 \\
 & = 7x+18
 \end{aligned}$$

【範例】：請化簡 $[5x-3(2x-5)]-\{10x-[(7x-1)-3(2x-3)]\}$ 。

解：

$$\begin{aligned}
 & 2[5x-3(2x-5)]-\{10x-[(7x-1)-3(2x-3)]\} \\
 & = 2[5x-6x+15]-\{10x-[7x-1-6x+9]\} \\
 & = 2[-x+15]-\{10x-[x+8]\} \\
 & = -2x+30-\{10x-x-8\} \\
 & = -2x+30-\{9x-8\} \\
 & = -2x+30-9x+8 \\
 & = -11x+38
 \end{aligned}$$



小 試 身 手

【例題一】

化簡下列各式：

$$(1) (2x+3)+(-4x+8)=$$

$$(2) (3x+2)-4(x-3)=$$

$$(3) 2(8x+2)-(2x-6)=$$

$$(4) (3x-5)+2(-x-6)=$$

【練習一】

化簡下列各式：

$$(1) (5x-6)-(7x+2)=$$

$$(2) -4(2x+1)-5(2x-3)=$$

$$(3) -(8x+5)-3(x-6)=$$

$$(4) (9x-1)-(x-6)+(2x-1)=$$

【例題二】

化簡下列各式：

$$(1) \frac{8x-4}{25} \div \left(-\frac{4}{5}\right) = ?$$

$$(2) 6 \times \left(\frac{2}{3}x-1\right) - 2 \times \left(\frac{1}{2}-3x\right) = ?$$

$$(3) 6x - \{(2x-8) - [-3+2(x+5)]\} = ?$$

【練習二】

化簡下列各式：

$$(1) 12 \times \left(\frac{2x+1}{4} + \frac{x-1}{3}\right) = ?$$

$$(2) \frac{1}{2}(4x+6) - \frac{1}{3}(6x-3) = ?$$

$$(3) 7x - \{5x - [(3x-1) - 2(4x-3)]\} = ?$$

【例題三】

$$\text{化簡 } \frac{2y-1}{2} - 4\left(\frac{1-8y}{8} - \frac{2-y}{2}\right) = ?$$

【練習三】

$$\text{化簡 } \frac{1-2x}{6} - 3\left(\frac{3x-1}{12} - \frac{x}{3}\right)。$$

【例題四】

求下列 A 所代表的式：

$$(1) \frac{A}{2} - \frac{x+1}{3} = \frac{7x-8}{6}$$

$$(2) \frac{3x}{2} - A + \frac{x-2}{3} = \frac{5x+8}{6}$$

【練習四】

求下列 A 所代表的式：

$$(1) \frac{3x+1}{4} + \frac{A}{3} = \frac{5x+11}{12}$$

$$(2) -\frac{A}{3} + x - 1 = \frac{2x}{3}$$

【例題五】

化簡下列各式：

(1) $(4x+5)+5 \times (2x-3)=?$

(2) $\frac{1}{2} \times (x+3)+\frac{1}{5} \times (x-2)=?$

(3) $6 \times (\frac{x}{3}-\frac{5}{2})+15 \times (\frac{3}{5}+\frac{2}{3}x)=?$

【練習五】

化簡下列各式：

(1) $5(x+2)-3x=?$

(2) $(100-x) \times 2+50=?$

(3) $\frac{1}{4}(8x-12)+\frac{1}{3} \times (9x-6)=?$

【例題六】

化簡下列各式：

(1) $\frac{7x-5}{3}-\frac{3(4x+2)}{4}=?$

(2) $\frac{5}{6}(3x-2)-\frac{1}{3}(4\frac{1}{2}x-1)=?$

【練習六】

化簡下列各式：

(1) $\frac{2x-5}{3}-\frac{3(x+3)}{2}=?$

(2) $\frac{1}{6}(x-2)+\frac{1}{3}(2x+1)=?$

【例題七】

小峰買了哈利波特這本書，每天看 50 頁，最後一天只看了 46 頁，總共花了 8 天看完，請問哈利波特共有多少頁？

$x = \underline{\hspace{2cm}}。$

列式： $\underline{\hspace{2cm}}。$ **【練習七】**

燈泡 121 個，被琪琪打破了一些，把剩下的平分裝成 9 盒，每盒裝 12 個，問燈泡打破多少個？

$x = \underline{\hspace{2cm}}。$

列式： $\underline{\hspace{2cm}}。$