

■ 解一元一次方程式

※學習重點：算式符號的運算規則最主要的是移項法則。

(1) 等量公理：

在等式中，兩邊同時做加減乘除四則運算，則等式維持不變。

【範例】：當 $x = y$ ，兩邊同時做加減乘除四則運算，則：

$$\text{兩邊同時加一個數： } x + a = y + a ;$$

$$\text{兩邊同時減一個數： } x - a = y - a ;$$

$$\text{兩邊同時乘一個數： } a \times x = a \times y ;$$

$$\text{兩邊同時除一個數： } a \div x = a \div y ;$$

(2) 移項法則：

根據等量公理原則，等式兩邊可以同時做四則運算，則我們可以發現移項法則，也就是說，等式中一個數或未知數從等式一邊移到另一邊時，則要變號。

$$\begin{aligned} \text{【範例】：} & \quad 21 + 13 = 34 \cdots \cdots (1) \\ & \Leftrightarrow 21 + \cancel{13} - \cancel{13} = 34 - 13 \\ & \Leftrightarrow 21 = 34 - 13 \cdots \cdots (2) \end{aligned}$$

由(1)(2)式中，發現+13移到等號另一邊時，則變成-13。

$$\begin{aligned} \text{【範例】：} & \quad 43 - 17 = 26 \cdots \cdots (1) \\ & \Leftrightarrow 43 - \cancel{17} + \cancel{17} = 26 + 17 \\ & \Leftrightarrow 43 = 26 + 17 \cdots \cdots (2) \end{aligned}$$

由(1)(2)式中，發現-17移到等號另一邊時，則變成+17。

$$\begin{aligned} \text{【範例】：} & \quad 2x \times 7 = 42 \cdots \cdots (1) \\ & \Leftrightarrow 2x \times \cancel{7} \div \cancel{7} = 42 \div 7 \\ & \Leftrightarrow 2x = 42 \div 7 \cdots \cdots (2) \end{aligned}$$

由(1)(2)式中，發現 $\times 7$ 移到等號另一邊時，則變成 $\div 7$ 。

$$\begin{aligned} \text{【範例】：} & \quad 3x \div \frac{3}{5} = \frac{5}{7} \cdots \cdots (1) \\ & \Leftrightarrow 3x \div \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{5}{7} \times \frac{3}{5} \\ & \Leftrightarrow 3x = \frac{5}{7} \times \frac{3}{5} \cdots \cdots (2) \end{aligned}$$

由(1)(2)式中，發現 $\div \frac{3}{5}$ 移到等號另一邊時，則變成 $\times \frac{3}{5}$ 。

口訣=移+變-；移-變+；移 \times 變 \div ；移 \div 變 \times

(3) 求解未知數 x 的值：

利用移項法則，將已知的放一邊，未知數放一邊，然後再計算其值。

【範例】： $x + 7 = 25$

$$\Leftrightarrow x = 25 - 7$$

$$\Leftrightarrow x = 18$$

【範例】： $13 - 2x = 25$

$$\Leftrightarrow 2x = 13 - 25$$

$$\Leftrightarrow 2x = -12$$

$$\Leftrightarrow x = -6$$

【範例】： $23 + 5x = 44 - 2x$

$$\Leftrightarrow 5x + 2x = 44 - 23$$

$$\Leftrightarrow 7x = 21$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

【範例】： $\frac{5}{2}x + 4 = x + \frac{3}{5}$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{2}x - x = \frac{3}{5} - 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x = -\frac{17}{5}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{17}{5} \times \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{34}{15}$$

【範例】： $-3(x-4) = 5(3x-12)$

$$\Leftrightarrow -3x + 12 = 15x - 60$$

$$\Leftrightarrow 12 + 60 = 15x + 3x$$

$$\Leftrightarrow 72 = 18x$$

$$\Leftrightarrow 18x = 72$$

$$\Leftrightarrow x = 4$$

【範例】： 請化簡 $(2x+3) - (7x-10) = 0$ 。

解：
$$(2x+3) - (7x-10) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x + 3 - 7x + 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - 7x + 3 + 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow -5x + 13 = 0$$

【範例】：求一元一次方程式： $3(x-1)-7(-2x-5)=0$ 之解。

$$\begin{aligned}
 \text{解} & : 3(x-1)-7(-2x-5)=0 \\
 & \Leftrightarrow 3x-3-7(-2x)-7(-5)=0 \\
 & \Leftrightarrow 3x-3+14x+35=0 \\
 & \Leftrightarrow 3x+14x+35-3=0 \\
 & \Leftrightarrow 14x+32=0 \\
 & \Leftrightarrow x=-\frac{16}{7}
 \end{aligned}$$

【範例】：求一元一次方程式： $-(2x-7)-3(3x-11)=0$ 之解。

$$\begin{aligned}
 \text{解} & : \\
 & -(2x-7)-3(3x-11)=0 \\
 & \Leftrightarrow -2x+7-9x+33=0 \\
 & \Leftrightarrow -2x-9x+7+33=0 \\
 & \Leftrightarrow -11x+40=0 \\
 & \Leftrightarrow 11x=40 \\
 & \Leftrightarrow x=\frac{40}{11}
 \end{aligned}$$

【範例】：求一元一次方程式： $-(-3x-2)-(3x-8)+(-x+5)=0$ 之解。

$$\begin{aligned}
 \text{解} & : \\
 & -(-3x-2)-(3x-8)+(-x+5)=0 \\
 & \Leftrightarrow 3x+2-3x+8-x+5=0 \\
 & \Leftrightarrow 3x-3x-x+8+2+5=0 \\
 & \Leftrightarrow -x+15=0 \\
 & \Leftrightarrow x=15
 \end{aligned}$$

【範例】：求一元一次方程式： $-2[-3+4(x-5)]=0$ 之解。

$$\begin{aligned}
 \text{解} & : \\
 & -2[-3+4(x-5)]=0 \\
 & \Leftrightarrow -2[-3+4x-20]=0 \\
 & \Leftrightarrow -2[4x-23]=0 \\
 & \Leftrightarrow -8x+46=0 \\
 & \Leftrightarrow 8x=46 \\
 & \Leftrightarrow x=\frac{23}{4}
 \end{aligned}$$

【範例】：求一元一次方程式： $10x - \{2x - [(5x - 3) - 3(2x - 7)]\} = 0$ 之解。

解：

$$\begin{aligned}
 & 10x - \{2x - [(5x - 3) - 3(2x - 7)]\} = 0 \\
 \Leftrightarrow & 10x - \{2x - [5x - 3 - 6x + 21]\} = 0 \\
 \Leftrightarrow & 10x - \{2x - [-x + 18]\} = 0 \\
 \Leftrightarrow & 10x - \{2x + x - 18\} = 0 \\
 \Leftrightarrow & 10x - \{3x - 18\} = 0 \\
 \Leftrightarrow & 10x - 3x + 18 = 0 \\
 \Leftrightarrow & 7x + 18 = 0 \\
 \Leftrightarrow & 7x = -18 \\
 \Leftrightarrow & x = -\frac{18}{7}
 \end{aligned}$$

【範例】：求一元一次方程式：

$$2[5x - 3(2x - 5)] - \{10x - [(7x - 1) - 3(2x - 3)]\} = 0 \text{ 之解。}$$

解：

$$\begin{aligned}
 & 2[5x - 3(2x - 5)] - \{10x - [(7x - 1) - 3(2x - 3)]\} = 0 \\
 \Leftrightarrow & 2[5x - 6x + 15] - \{10x - [7x - 1 - 6x + 9]\} = 0 \\
 \Leftrightarrow & 2[-x + 15] - \{10x - [x + 8]\} = 0 \\
 \Leftrightarrow & -2x + 30 - \{10x - x - 8\} = 0 \\
 \Leftrightarrow & -2x + 30 - \{9x - 8\} = 0 \\
 \Leftrightarrow & -2x + 30 - 9x + 8 = 0 \\
 \Leftrightarrow & -11x + 38 = 0 \\
 \Leftrightarrow & 11x = 38 \\
 \Leftrightarrow & x = \frac{38}{11}
 \end{aligned}$$



小 試 身 手

【例題一】

- (1) $192 - 84 = 108$ 可以寫為：
 $84 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $192 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) $-320 + 229 = -91$ 可以寫為：
 $91 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $229 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) $73 - 95 = -22$ 可以寫為：
 $95 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $22 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【例題二】

計算下列的數：

- (1) $215 - 624 = \underline{\hspace{2cm}}$ ，移項後得到正數
 可表示成 $\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。
- (2) $35 - 98 = \underline{\hspace{2cm}}$ ，移項後得到正數
 可表示成 $\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。
- (3) $\frac{2}{7} - \frac{3}{11} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，移項後得到正數
 可表示成 $\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

【例題三】

解下列各一元一次方程式：

- (1) $x + 25 = 17$ (2) $x - 21 = 79$
- (3) $4 \times x = 936$ (4) $x \times 15 = 75$
- (5) $72 \div x = 9$

【練習一】

- (1) $3.5 + 1.25 = 3.75$ 可以寫成：
 $1.25 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $3.5 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) $224 - 343 = -119$ 可以寫成：
 $119 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $224 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (1) $-108 + 91 = -17$ 可以寫成：
 $17 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $91 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【練習二】

計算下列的數：

- (1) $209 - 635 = \underline{\hspace{2cm}}$ ，移項後得到正數
 可表示成 $\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。
- (2) $126 - 278 = \underline{\hspace{2cm}}$ ，移項後得到正數
 可表示成 $\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。
- (3) $2\frac{7}{9} - 1\frac{1}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，移項後得到正數
 可表示成 $\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

【練習三】

解下列各一元一次方程式：

- (1) $22 + x = 19$ (2) $109 - x = 81$
- (3) $31 \times x = 279$ (4) $x \div 4 = 17$
- (5) $494 \div x = 26$

【例題四】

解下列各一元一次方程式：

(1) $2(3-x) = -4(x+5)$

(2) $2(x-4) - (3x+4) = -20 + 7x$

(3) $5x+2 = 2x+5$

【練習四】

解下列各一元一次方程式：

(1) $3x+1 = 2x-5$

(2) $2(x-4) - (3x+4) = -2$

(1) $3(2x+1) - (x+2) = (7x+1) - 4x$

【例題五】

解下列各一元一次方程式：

(1) $2x = \frac{2}{3}x + 16$

(2) $4x+16 = \frac{20}{3}x$

(3) $\frac{2}{3}x - \frac{3}{2} = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$

【練習五】

解下列各一元一次方程式：

(1) $\frac{3}{5}x + \frac{2}{5} = \frac{2}{5}x - \frac{4}{5}$

(2) $\frac{3}{2}x - 2 = 2x + \frac{2}{5}$

(3) $\frac{1}{2}x + 3 = \frac{2}{3}x - 17$

【例題六】

(1) $7x + 40 = 9x - 56$

(2) $4(x - 3) - (x + 3) = 6$

(3) $\frac{x}{6} - \frac{3}{2} = \frac{3}{4}x + 1$

(4) $\frac{7x - 3}{2} = \frac{4x - 11}{3}$

【練習六】

(1) $3(x - 40) = 100 - x + 40$

(2) $2(x - 3) - 3(2x + 1) = 3$

(3) $\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}(150 - x) = 90$

(4) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x = 5$