

一元二次方程式的應用

一元二次方程式的應用問題：

我們給定一元二次方程式可以求其解(根)。在此章節裡，我們若知道一元二次方程式的根，反過來是否能求出與其對應的一元二次方程式呢？

a. 根與係數的關係：

設 α 、 β 為二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的兩根，

$$\text{則(1) } \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \quad \text{(2) } \alpha\beta = \frac{c}{a}。$$

b. 已知兩根，求作方程式。

設 α 、 β 為二次方程式的兩根，則二次方程式為 $(x - \alpha)(x - \beta) = 0$

即方程式為： $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$ 。

公式：兩根之和 = $\alpha + \beta$ (兩根之和 = 一次項係數的相反數)

兩根之積 = $\alpha\beta$ (兩根之積 = 常數項)

【範例】：若一個二次方程式之二根為 3、-5，求此二次方程式。

解：方法一：兩根之和 = $\alpha + \beta = 3 + (-5) = -2$

$$\text{兩根之積} = \alpha\beta = 3 \times (-5) = -15$$

$$\therefore \text{此二次方程式為：} x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = x^2 + 2x - 15 = 0。$$

方法二： $(x - \alpha)(x - \beta) = (x - 3)(x + 5) = x^2 + 2x - 15 = 0$ 。

【範例】：若一個二次方程式之二根為 1、6，求此二次方程式。

解：方法一：兩根之和 = $1 + 6 = 7$

$$\text{兩根之積} = 1 \times 6 = 6$$

$$\therefore \text{此二次方程式為：} x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = x^2 - 7x + 6 = 0。$$

方法二： $(x - \alpha)(x - \beta) = (x - 1)(x - 6) = x^2 - 7x + 6 = 0$ 。

【範例】：設 α 、 β 為二次方程式 $x^2 + 3x - 5 = 0$ 的兩根，則 $\alpha + \beta$ ， $\alpha\beta$ 之值。

$$\text{解} \quad \therefore \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{3}{1} = -3$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-5}{1} = -5$$

【範例】：設 α 、 β 為二次方程式 $-x^2 + 5x + 12 = 0$ 的兩根，則 $\alpha + \beta$ ， $\alpha\beta$ 之值。

$$\text{解} \quad \therefore \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{5}{(-1)} = 5$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{12}{(-1)} = -12$$

【範例】：若一個二次方程式之二根為 $\frac{3 \pm \sqrt{7}}{3}$ ，求此一元二次方程式。

解： $x^2 - (a + \beta)x + a\beta = 0$ 。

$$a + \beta = \frac{3 + \sqrt{7}}{3} + \frac{3 - \sqrt{7}}{3} = \frac{6}{3} = 2,$$

$$a\beta = \frac{3 + \sqrt{7}}{3} \times \frac{3 - \sqrt{7}}{3} = \frac{9 - 7}{9} = \frac{2}{9}$$

$$\text{則方程式為 } x^2 - 2x + \frac{2}{9} = 0 \Leftrightarrow 9x^2 - 18x + 2 = 0。$$

【範例】：方程式 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 的兩根為 a 、 β ，而以 $3a$ 、 3β 為兩根的方程式為 $3x^2 + ax + b = 0$ ，求 $a + b$ 之值。

解： $\because a$ 、 β 為 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 的兩根。

$$\therefore a + \beta = -\frac{b}{a} = -3, \quad a\beta = \frac{c}{a} = -2$$

$\therefore 3a$ 、 3β 為 $3x^2 + ax + b = 0$ 的兩根。

$$\therefore 3a + 3\beta = 3(a + \beta) = 3 \cdot (-3) = -9$$

$$-\frac{a}{3} = -9 \Leftrightarrow a = 27$$

$$3a \times 3\beta = 9(a\beta) = 9 \cdot (-2) = -18$$

$$\frac{b}{3} = -18 \Leftrightarrow b = -54$$

$$\text{則 } a + b = 27 + (-54) = -27$$

【範例】：甲、乙兩人解一元二次方程式，甲將常數項的係數看錯，解得兩根為 4 與 -2，乙將一次項係數看錯，解得兩根為 -5、3，求正確的方程式及兩根。

解：甲看錯的方程式為： $(x - 4)(x + 2) = x^2 - 2x - 8 = 0$

乙看錯的方程式為： $(x - 3)(x + 5) = x^2 + 2x - 15 = 0$

\therefore 甲看錯常數項， \therefore 甲的方程式裡 x^2 跟 $-2x$ 是正確的。

\therefore 乙看錯一次項， \therefore 乙的方程式裡 x^2 跟 -15 是正確的。

因此，正確的方程式為 $x^2 - 2x - 15 = 0$ 。

$$\therefore x^2 - 2x - 15 = (x + 3)(x - 5) = 0$$

\therefore 則此方程式的解為 $x = -3$ 或 $x = 5$ 。

答：正確的方程式為 $x^2 - 2x - 15 = 0$ 及兩根為 $x = -3$ 或 $x = 5$ 。

c. 分式方程式的應用與解法：

- (1) 設 A 與 B 是兩多項式，且 $B \neq 0$ ，則算式 $\frac{A}{B}$ 叫做分式。
- (2) 一個方程式含有分式，且分式的分母中含有未知數，此方程式叫做分式方程式。
 例： $\frac{1}{x} + 1 = 0$ ， $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x+2}$ 。
- (3) 分式方程式的分母中必含有未知數；
 對分式方程式而言，分母中不含未知數的方程式叫做整式方程式。
- (4) 解分式方程式的方法有兩種：

方法一：通分母法。解法步驟：

- ① 移項：將方程式之各項移到左邊，使右邊等於 0。
- ② 通分：合併及化簡成最簡分式 $\frac{A}{B} = 0$ 。
- ③ 令最簡分式的分子等於 0 (即 $A = 0$) 解之，即得所求之根。
- ④ 驗算：在通分的過程中，方程式可能會有增根的現象。方程式所解得的根使分母為 0 的即為增根，必須捨去，剩下來的根，就是原方程式的解。

方法二：去分母法。解法步驟：

- ① 求出各分式中分母的最低公倍式。
- ② 去分母：用最低公分母乘方程式兩邊的各项，化為整式方程式。
- ③ 解這整式方程式。
- ④ 驗算：在通分的過程中，方程式可能會有增根的現象。方程式所解得的根使分母為 0 的即為增根，必須捨去，剩下來的根，就是原方程式的解。

【範例】： 解分式方程式 $x + \frac{4}{x} = -4$ 。

解：方法一：通分母法。

$$\begin{aligned} x + \frac{4}{x} = -4 &\Leftrightarrow x + \frac{4}{x} + 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{x^2}{x} + \frac{4}{x} + \frac{4x}{x} = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{x^2 + 4x + 4}{x} = 0 \end{aligned}$$

$$\text{令 } x^2 + 4x + 4 = 0, \therefore x = -2 \text{ (重根)}。$$

方法二：去分母法。

$$\begin{aligned} x + \frac{4}{x} = -4 &\Leftrightarrow x \cdot \left(x + \frac{4}{x}\right) = -4 \cdot x \\ &\Leftrightarrow x^2 + 4 = -4x \\ &\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x + 2)^2 = 0 \end{aligned}$$

$$\therefore x = -2 \text{ (重根)}。$$

【範例】：解分式方程式 $\frac{x-5}{2x+1} = \frac{x-5}{2x+2}$ 。

解：方法一：通分母法。

$$\begin{aligned} \frac{x-5}{2x+1} = \frac{x-5}{2x+2} &\Leftrightarrow \frac{x-5}{2x+1} - \frac{x-5}{2x+2} = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{(x-5)(2x+2)}{(2x+1)(2x+2)} - \frac{(x-5)(2x+1)}{(2x+1)(2x+2)} = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{(2x^2-8x-10)-(2x^2-9x-5)}{(2x+1)(2x+2)} = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{x-5}{(2x+1)(2x+2)} = 0 \end{aligned}$$

令 $x-5=0$ ， \therefore 答： $x=5$ 。

方法二：去分母法。

$$\begin{aligned} \frac{x-5}{2x+1} = \frac{x-5}{2x+2} &\Leftrightarrow (2x+2)(x-5) = (2x+1)(x-5) \\ &\Leftrightarrow 2x^2-8x-10 = 2x^2-9x-5 \\ &\Leftrightarrow x-5=0 \end{aligned}$$

\therefore 答： $x=5$ 。

【範例】：解分式方程式 $2 - \frac{5}{x-1} = \frac{-3}{x^2-x}$ 。

解：方法一：通分母法。

$$\begin{aligned} 2 - \frac{5}{x-1} = \frac{-3}{x^2-x} &\Leftrightarrow 2 - \frac{5}{x-1} - \frac{-3}{x^2-x} = 0 \\ &\Leftrightarrow 2 \cdot \frac{x^2-x}{x^2-x} - \frac{5}{x-1} \cdot \frac{x}{x} - \frac{-3}{x^2-x} = 0 \quad (\text{先通分}) \\ &\Leftrightarrow \frac{2x^2-2x}{x^2-x} - \frac{5x}{x^2-x} - \frac{-3}{x^2-x} = 0 \quad (\text{化簡}) \\ &\Leftrightarrow \frac{2x^2-2x-5x+3}{x^2-x} = 0 \quad (\text{化簡}) \\ &\Leftrightarrow \frac{2x^2-7x+3}{x^2-x} = 0 \end{aligned}$$

令 $2x^2-7x+3=0 \Leftrightarrow (x-3)(2x-1)=0$ ， \therefore 答： $x=3$ 或 $\frac{1}{2}$ 。

方法二：去分母法。

$$\begin{aligned} 2 - \frac{5}{x-1} = \frac{-3}{x^2-x} &\Leftrightarrow 2 \cdot (x^2-x) - \frac{5}{x-1} \cdot (x^2-x) = \frac{-3}{x^2-x} \cdot (x^2-x) \\ &\Leftrightarrow 2x^2-2x-5x = -3 \\ &\Leftrightarrow 2x^2-7x+3=0 \\ &\Leftrightarrow (x-3)(2x-1)=0 \end{aligned}$$

\therefore 答： $x=3$ 或 $\frac{1}{2}$ 。

【範例】：解分式方程式 $\frac{x(x-1)}{x(x+1)} = \frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x+2)(x-3)}$ 。

解：方法一：通分母法。

$$\begin{aligned} \frac{x(x-1)}{x(x+1)} &= \frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x+2)(x-3)} \\ \Leftrightarrow \frac{x(x-1)}{x(x+1)} \cdot \frac{(x+2)(x-3)}{(x+2)(x-3)} - \frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x+2)(x-3)} \cdot \frac{x}{x} &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{x(x-1)(x+2)(x-3)}{x(x+1)(x+2)(x-3)} - \frac{x(x-1)(x+2)}{x(x+1)(x+2)(x-3)} &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{x(x-1)(x+2)(x-3) - x(x-1)(x+2)}{x(x+1)(x+2)(x-3)} &= 0 \cdots \cdots (*) \end{aligned}$$

$$\text{令 } x(x-1)(x+2)(x-3) - x(x-1)(x+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-1)(x+2)[(x-3)-1] = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-1)(x+2)(x-4) = 0$$

$\therefore x = 0$ 或 1 或 4 或 -2 。

$\therefore 0$ 或 -2 代入(*)式中會使分母為零，

$\therefore 0$ 或 -2 不合。

當 $x=1$ 或 $x=4$ 代入方程式，可以使方程式成立，

所以 $x=1$ 或 $x=4$ 為其解。

方法二：去分母法。

$$\begin{aligned} \frac{x(x-1)}{x(x+1)} &= \frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x+2)(x-3)} \\ \Leftrightarrow \frac{x(x-1)}{x(x+1)} \cdot x(x+1)(x+2)(x-3) &= \frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x+2)(x-3)} \cdot x(x+1)(x+2)(x-3) \\ \Leftrightarrow x(x-1)(x+2)(x-3) &= x(x-1)(x+2) \\ \Leftrightarrow x(x-1)(x+2)(x-3) - x(x-1)(x+2) &= 0 \\ \Leftrightarrow x(x-1)(x+2)[(x-3)-1] &= 0 \\ \Leftrightarrow x(x-1)(x+2)(x-4) &= 0 \end{aligned}$$

$\therefore x = 0$ 或 1 或 -2 或 4 。

$\therefore 0$ 或 -2 代入會使分母為零，

$\therefore 0$ 或 -2 不合。

當 $x=1$ 或 $x=4$ 代入方程式，可以使方程式成立，

所以 $x=1$ 或 $x=4$ 為其解。

【範例】：解分式方程式 $\frac{1}{x^2+3x+2} + \frac{2}{x^2+4x+3} + \frac{1}{x^2+5x+6} = \frac{1}{x^2+x}$ 。

解：方法一：通分母法。

$$\begin{aligned} \text{原式} &\Leftrightarrow \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{2}{(x+1)(x+3)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} = \frac{1}{x(x+1)} \\ &\Leftrightarrow \frac{x(x+3)}{x(x+1)(x+2)(x+3)} + \frac{2x(x+2)}{x(x+1)(x+2)(x+3)} + \frac{x(x+1)}{x(x+1)(x+2)(x+3)} \\ &= \frac{(x+2)(x+3)}{x(x+1)(x+2)(x+3)} \\ &\Leftrightarrow \frac{x(x+3)+2x(x+2)+x(x+1)}{x(x+1)(x+2)(x+3)} = \frac{(x+2)(x+3)}{x(x+1)(x+2)(x+3)} \\ &\Leftrightarrow \frac{x(x+3)+2x(x+2)+x(x+1)}{x(x+1)(x+2)(x+3)} - \frac{(x+2)(x+3)}{x(x+1)(x+2)(x+3)} = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{x(x+3)+2x(x+2)+x(x+1)-(x+2)(x+3)}{x(x+1)(x+2)(x+3)} = 0 \end{aligned}$$

$$\text{令 } x(x+3)+2x(x+2)+x(x+1)-(x+2)(x+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2+3x+2x^2+4x+x^2+x-x^2-5x-6=0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2+3x-6=0$$

$$\Leftrightarrow x^2+x-2=0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x+2)=0$$

$$\therefore x=1 \text{ 或 } x=-2$$

當 $x=1$ 代入方程式，可以使方程式成立，但當 $x=-2$ 代入方程式，會使分母為 0，必須捨棄，所以 $x=1$ 為其解。

方法二：去分母法。

$$\text{原式} \Leftrightarrow \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{2}{(x+1)(x+3)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} = \frac{1}{x(x+1)}$$

等號兩邊同乘以 $x(x+1)(x+2)(x+3)$ 。

$$\Leftrightarrow x(x+3)+2x(x+2)+x(x+1)=(x+2)(x+3)$$

$$\Leftrightarrow x(x+3)+2x(x+2)+x(x+1)-(x+2)(x+3)=0$$

$$\Leftrightarrow x^2+3x+2x^2+4x+x^2+x-x^2-5x-6=0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2+3x-6=0$$

$$\Leftrightarrow x^2+x-2=0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x+2)=0$$

$$\therefore x=1 \text{ 或 } x=-2$$

當 $x=1$ 代入方程式，可以使方程式成立，但當 $x=-2$ 代入方程式，會使分母為 0，必須捨棄，所以 $x=1$ 為其解。

e. 應用問題的解題步驟：

- (1) 認清題意：找出題中的已知數與未知數，更重要的是要看出已知數與未知數之間的關係。
- (2) 選設未知數：在所有的未知數中，選定一個較適當的，設其為 x 、 y …等。
- (3) 列出方程式：依題意利用選設的未知數去列方程式。
- (4) 解方程式：解所有的方程式。
- (5) 驗算解答：所求得的解，並不一定能符合題意，必須再檢驗一下它們是否合理，把不合理的根捨棄。

【範例】：有三個連續正偶數，若第一與第二兩數的乘積加第二與第三兩數的乘積等於 128，則最大數為？

解：設三個連續正偶數為 $x-2$ ， x ， $x+2$

$$\therefore (x-2) \times x + x \times (x+2) = 128$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + x^2 + 2x = 128$$

$$\Rightarrow 2x^2 = 128$$

$$\Rightarrow x^2 = 64$$

$$\Rightarrow x = \pm 8$$

\therefore 是連續正偶數，

$\therefore x = -8$ 不合。即 $x = 8$ ，則最大數為 10。

答：最大數為 10。

【範例】：已知 $\overline{AB} = 12 \text{ cm}$ ，在 \overline{AB} 上取一點 P ($\overline{AP} < \overline{BP}$) 分別以 \overline{AP} 、 \overline{BP} 為邊作兩正方形，若兩正方形面積和為 90 cm^2 ，求 \overline{AP} 、 \overline{BP} 各多少 cm ？

解：設 $\overline{AP} = x$ ， $\overline{BP} = 12 - x$

$$\therefore x^2 + (12 - x)^2 = 90$$

$$\Rightarrow x^2 + 144 - 24x + x^2 = 90$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 24x + 54 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 12x + 27 = 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x-9) = 0$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ 或 } x = 9$$

即 $\overline{AP} = 3$ ， $\overline{BP} = 9$ ($\because \overline{AP} < \overline{BP}$)

答： \overline{AP} 為 3 cm ， \overline{BP} 為 9 cm 。



小 試 身 手

【例題一】

設 a, b 為 $x^2+4x-9=0$ 之二根，

求：(1) $a+b$ (2) ab
 (3) a^2+b^2 (4) $\frac{b}{a}+\frac{a}{b}$ 。

解：

【練習一】

設 a, b 為 $x^2-6x+2=0$ 之二根，

求：(1) $a+b$ (2) ab
 (3) a^2+b^2 (4) $\frac{b}{a}+\frac{a}{b}$ 。

解：

【例題二】

設 α, β 為 $x^2+2x-5=0$ 之二根，

求：(1) $\alpha^2+\beta^2$ (2) $\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}$
 (3) $\alpha^2\beta+\alpha\beta^2$ (4) $\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}$ 。
 (5) $\alpha^3+\beta^3$ (6) $(\alpha-1)(\beta-1)$
 (7) $(2\alpha+\beta)(2\beta+\alpha)$
 (8) $\alpha^4+\alpha^2\beta^2+\beta^4$

解：

【練習二】

(1) 設 α, β 為 $x^2-2x+k=0$ 之二根，
 且 $\alpha+\beta$ 是 α, β 的比例中項，求 $k=?$

(2) 若 α, β 為 $x^2-6x+4=0$ 之二根，
 求 $\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}=?$

解：

【例題三】

若一個二次方程式之二根為 $3-2\sqrt{2}$ ，
 $3+2\sqrt{2}$ ，求此二次方程式。

解：

【練習三】

若一個二次方程式之二根為 $-2-\sqrt{3}$ ，
 $-2+\sqrt{3}$ ，求此二次方程式。

解：

【例題四】

若一個二次方程式之二根為 $\frac{3\pm\sqrt{7}}{3}$ ，求此二
次方程式。

解：

【練習四】

若一個二次方程式之二根為 $\frac{5\pm\sqrt{3}}{2}$ ，求此二次
方程式。

解：

【例題五】

若 x 的二次方程式 $x^2+6x+a=0$
有一根為 $\sqrt{7}-3$ ，則：

(1) $a=?$

(2) 求 $x^2+ax-4=0$ 的解。

解：

【練習五】

若 x 的二次方程式 $x^2+(a-1)x-a=0$ ，
($a\neq 0$)，有一解為 a ，則：

(1) $a=?$

(2) 求另一解？

解：

【例題六】

若 x 的二次方程式 $x^2+10x-50=0$ 的兩根為 α 、 β ，求以 $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 為兩根之方程式。

解：

【練習六】

若 x 的二次方程式 $x^2+3x-2=0$ 的兩根為 α 、 β ，求以 $3\alpha, 3\beta$ 為兩根之方程式為 $3x^2+ax+b=0$ ，求 $a+b=?$

解：

【例題七】

設 x 的二次方程式 $x^2+2x+m+5=0$ 兩根皆為負數，求 m 之值。

解：

【練習七】

設 x 的二次方程式 $x^2-5x+m-5=0$ 兩根皆為正數，求 m 之值。

解：

【例題八】

若 x 的二次方程式

$$2mx^2 - (3m+2)x + m + 1 = 0,$$

其根具有下列各關係，試求 m 之值。

- (1) 兩根之和為 2。 (2) 一根為 0。
(3) 兩根互為倒數。 (4) 兩根為同值異號。
(5) 一根為 -1。 (6) 兩根之差為 2。

解：

【練習八】

若 x 的二次方程式

$$x^2 + (k+2)x + k + 5 = 0,$$

其根具有下列各關係，試求 k 之值。

- (1) 兩根為相反數。 (2) 兩根相等。
(3) 一根為 0。 (4) 兩根互為倒數。
(5) 一根為 3。 (6) 兩根之差為 4。

解：

【例題九】

設 x 的二次方程式

$$(k+1)x^2 + (k^2-1)x + (k^2+2k-3) = 0,$$

- (1) 若方程式之一根為 0，另一根不為 0，求 k 之值及另一根(即恰有一零根)
- (2) 若方程式之兩根互為相反數，求 k 之值。
- (3) 若方程式之兩根均不為 0，則 k 之值有何限制？

解：

【練習九】

設 x 的二次方程式

$$kx^2 + 2(k+1)x + (k^2+3k+2) = 0,$$

- (1) 有一根為 0，求 k 之值。
- (2) 恰有一根為 0，求 k 之值及另一根。
- (3) 有兩零根，求 k 之值。

解：

【例題十】

利用配方法，求一元二次式： $ax^2 + bx + c = 0$ ，若有兩相異根時， a 、 b 、 c 的關係為何？

解：

【練習十】

方程式 $ax^2+bx+c=0$ 可以配方成 $(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$ ，若方程式無解，則 a 、 b 、 c 的關係為何？答：_____。

【例題十一】

一個果園中，種 600 棵楊桃樹，每行所種的棵數，比行數的 2 倍少 10，問每行種幾棵？

解：

【練習十一】

某電影院每張票 80 元，觀眾有 1000 人，若票價每減 2 元，則觀眾就增加 30 人，問：每張票價應訂多少元方能使收入為 79625 元。

解：

【例題十二】

兩整數的差為 13，積為 -42，求此兩數。

解：

【練習十二】

若兩整數和為 11，積為 (-60)，則此兩整數為_____。

解：

【例題十三】

某零售商用 1800 元買進玻璃杯若干個，因其中 2 個損壞無法出售，其餘的每個以比成本多 5 元的價格出售，若全部賣完可賺 400 元，問玻璃杯每個成本是多少元？原來買進幾個玻璃杯？

解：

【練習十三】

某商店一個賣價 100 元的某商品，通常一天可以賣 400 個，若此商品每加價 1 元，則每天少賣 2 個，某日該商品店此商品共賣得 45000 元，問該日此商品一個賣價為多少元？

解：

【例題十四】

某旅行社招攬旅行團，預定 40 人，每人收費 15,000 元，其中成本為 10,000 元。若增加 1 人，則每人減收 100 元。若此活動旅行團欲賺取 202,500 元，則旅行社總收入多少元？

解：

【練習十四】

建華召集了幾個同學，一起分攤一位貧困同學因受傷住院的醫藥費 1600 元，後來另有 10 位同學聞訊也參加這個義舉，因而使每位同學比原先預計的少負擔 80 元，問原來參加分攤費用的同學有幾人？

解：

【例題十五】

五個連續奇數由小而大的依序為 a 、 b 、 c 、 d 、 e ，若 $a^2 + e^2$ 比 $b^2 + c^2$ 的 2 倍小 66，請問： a 、 b 、 c 、 d 、 e 各為多少？

(有兩組解)

解：

【練習十五】

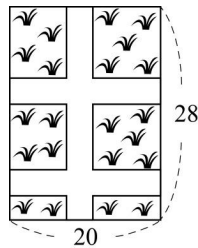
已知三個連續奇數的平方和為 515，則此三連續奇數為？

解：

【例題十六】

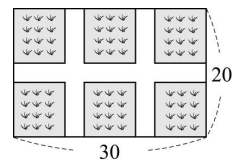
一矩形草地，長 20 公尺、寬 28 公尺，在內部開闢三條等寬道路，如附圖所示，使剩餘草地面積為 320 平方公尺，求路寬。

解：



【練習十六】

一矩形草地，長 30 公尺，寬 20 公尺。在其內部開闢三條等寬的通路，如附圖所示，而所剩下之草地面積是 468 平方公尺，則這通路的寬是 4 公尺。



【例題十七】

某矩形之長為 $(5x+4)$ cm，寬為 $(x-3)$ cm
且面積為 24cm^2 ，則周長為？

解：

【練習十七】

一矩形的長為 $(3x-1)$ 公尺，寬為 $(x+2)$
公尺，且其面積為 98 平方公尺，則寬為？

解：

【例題十八】

設 $x-2y=3$ ，

求 $x^2-4xy+4y^2-5x+10y+6=$ _____。

解：

【練習十八】

設 $x+3y=-2$ ，

求 $x^2+6xy+9y^2+x+3y-6=$ _____。

解：

【例題十九】

若 $0 < x < 1$ ，且 $2x^2-5x+2=0$ ，

求：(1) $x+\frac{1}{x}$ (2) $x^2+\frac{1}{x^2}$ 。

解：

【練習十九】

若 $0 < x < 1$ ，且 $3x^2-10x+3=0$ ，

求：(1) $x+\frac{1}{x}$ (2) $x^2+\frac{1}{x^2}$ 。

解：

【例題二十】

(1) 若 $\frac{x-2}{x+1} - 4 \times \frac{x+1}{x-2} = 3$ ，求 $\frac{x-2}{x+1}$ 與 x 。

(2) 解 $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-9} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-7}$ 。

解：

【練習二十】

(1) 解 $\frac{x}{x^2-1} + \frac{x^2-1}{x} = \frac{13}{6}$ 。

(2) $\frac{1}{x^2+2x-1} + \frac{2}{x^2+2x+1} - \frac{5}{x^2+2x+2} = 0$ ，求 $x^2+2x = ?$ $x = ?$

解：

【例題二十一】

山路長 4Km ，某人下山的速率每小時比上山快 1Km ，已知上山和下山來回一趟行走的時間共費 6 小時，求上山、下山的速率各為多少？

解：

【練習二十一】

一工程車的後車輪周長 x 公尺，若前車輪的周長比後車輪的周長少 2 公尺，而且每公里前輪比後輪多轉 25 圈，求後車輪周長？

解：

【例題二十二】

設 $a > b$ ，且 $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = 3$ ，求 $\frac{b}{a} = ?$

解：

【練習二十二】

設 $a > b$ ，且 $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} - 1 = 5$ ，求 $\frac{b}{a} = ?$

解：

【例題二十三】

有一工程，甲、乙二人合作需 12 天完工，已知甲獨作比乙獨作多 10 天完工，求甲、乙二人獨作各需幾天完工？

解：

【練習二十三】

有一工程，甲獨作比乙獨作早 6 天完工，甲、乙二人合作則 4 天完工，問甲、乙二人獨作各需幾天完工？

解：