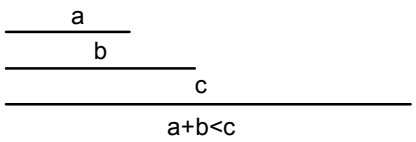
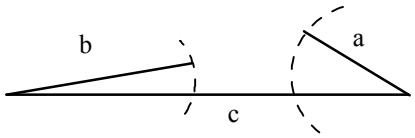
三角形的邊角關係

在前面我們知道三角形是由三個邊及三個角所構成的，且三個角之和為 180^0，反過來我們問，是否任意的三個線段都可以構成三角形？所以在此我們就來探討三角形的邊角關係吧!

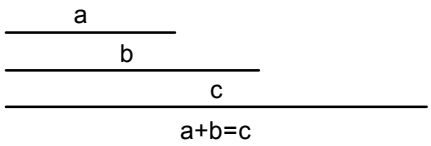
假設三個線段其長度為 a、b、c，假設 c 為最長，利用尺規作圖，我們來看看以下三種情況吧!

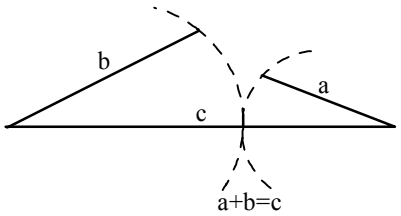
【情況一】當 a+b<c 無法形成三角形！



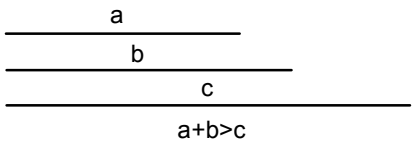


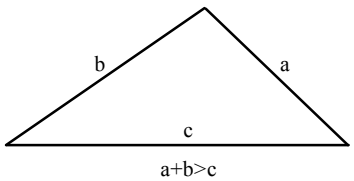
【情況二】當 a+b=c 無法形成三角形！





【情況三】當 a+b>c 可以形成三角形！





∴我們可以知道：三角形任意兩邊的和必須大於第三邊。

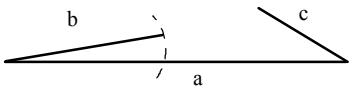
如右圖若三角形△ABC 中三邊長分別為 a、b、c，則：

（1） a＋b＞c （2）a＋c＞b （3）b＋c＞a

接著來看看任意兩邊的差的情況：

若任意兩邊的差大於第三邊，就無法形成三角形。

結論:三角形任意兩邊的差必須小於第三邊。

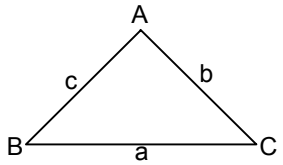


如右上圖若三角形△ABC 中三邊長分別為 a、b、c 則

（1）$|a-b|$＜c （2）$|b-c|$＜a （3）$|c-a|$＜b

我們將上面兩個的結論合併為下面的定理。

【定理】：給任一△ABC，如圖 a、b、c 為其三邊長，則任意一邊 c，必須在任意兩邊的和（a＋b）與任意兩邊的差（a－b）之間，即$|a-b| < c < a+b$



【範例】下列何者可作為三角形的三邊長？

(A) 2，2，4　(B) 2，3，6　(C) 1，2，3　(D) 0.4，0.8，1.1

【解說】(A) ∵2＋2≤4 ∴不可作為三角形的三邊長

(B) ∵2＋3＜6 ∴不可作為三角形的三邊長

(C) ∵1＋2＝3 ∴不可作為三角形的三邊長

(D) ∵0.4＋0.8＞1.1 ∴可作為三角形的三邊長　　故選(D)

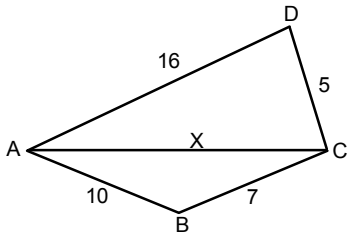
【範例】若 4、8、X 是三角形的三邊長，求 X 的範圍？

【解說】$|8-4| < X < 8+4$　　$\therefore 4 < X < 12$

【範例】如圖，四邊形ABCD中，$\overline{AB}=10$、$\overline{BC}=7$、$\overline{CD}=5$、$\overline{AD}=16$，則：

(1)x的範圍為何？

(2)若x為正整數，那麼x的可能值為何？



【解說】 △ABC中，10－7＜x＜10＋7

⇒3＜x＜17……(1)

△ABD中，16－5＜x＜16＋5

⇒11＜x＜21……(2)

∵x需同時滿足(1)、(2)　∴11＜x＜17

∵x為正整數　∴x的可能值為12、13、14、15、16

【範例】設三角形之三邊長是 2，4，$x-1$，則$|x-2|+|x-9|=?$

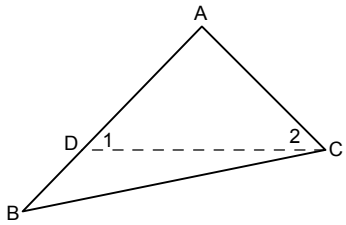
【解說】$4-2 < x-1 < 4+2$，　$\therefore 2 < x-1 < 6$

$3 < x < 7$　　$\therefore |x-2|+|x-9| = x-2+9-x = 7$

三角形大邊對大角，大角對大邊

【定理】△ABC 中，$\overline{AB}$ 為最大邊，則其對應的∠C 為最大角。(如圖示)

【證明】右圖若△ABC 中，$\overline{AB} > \overline{AC}$，則∠C＞∠B。



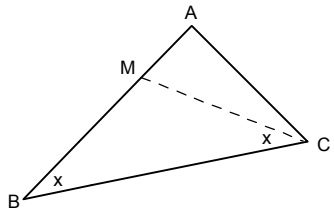
取 $\overline{AD} = \overline{AC}$

⇒△ADC 為等腰三角形

⇒∠1＝∠2

∵∠1＞∠B；∠C＞∠2　∴∠C＞∠B

【定理】△ABC 中，∠A＞∠C＞∠B ⇒ $\overline{BC}$ 為最大邊。



【證明一】在△ABC 中，將∠C 分為兩個角，

其中∠x＝∠B 且此角分線交 $\overline{AB}$ 於 M(如圖)

在△ACM 中，

⇒ $\overline{AC} < \overline{AM} + \overline{MC}$

$= \overline{AM} + \overline{MB}$(因為△MBC 為等腰三角形)

$= \overline{AB}$

同理對於∠A＞∠C，我們也可得到 $\overline{BC} > \overline{AB}$

因此 $\overline{BC} > \overline{AB} > \overline{AC}$。

【證明二】假設∠A＞∠C，而 $\overline{BC} < \overline{AB}$

由上一個定理我們得知大邊對大角，

當 $\overline{AB} > \overline{BC}$ 可得∠C＞∠A(此與∠A＞∠C 矛盾)

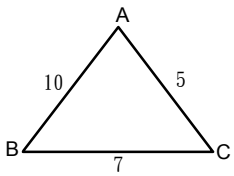
故可得大角也對大邊。

【範例】△ABC 中，若 $\overline{AB}$＝10 公分，$\overline{BC}$＝7 公分，$\overline{CA}$＝5 公分，則：

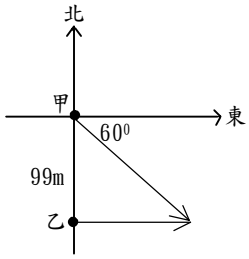
(A) ∠C＞∠A＞∠B (B) ∠B＞∠A＞∠C (C) ∠A＞∠B＞∠C (D) ∠A＞∠C＞∠B

【解說】∵ $\overline{AB}$＝10 公分＞ $\overline{BC}$＝7 公分＞ $\overline{CA}$＝5 公分

∴∠C＞∠A＞∠B　故選(A)



【範例】甲、乙兩人在同一水平面上溜冰，且乙在甲的正南方 99 公尺處。已知甲、乙分別以東偏南 60°、正東方的方向直線滑行，而後剛好相遇，因而停止滑行。問何者滑行的距離較長？長多少？



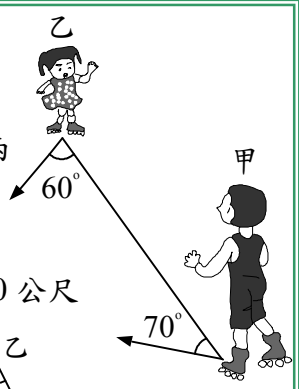
【解說】$99 \times \sec 60^\circ = 66\sqrt{3}$；$99 \times \cot 60^\circ = 33\sqrt{3}$

$66\sqrt{3} - 33\sqrt{3} = 33\sqrt{3}$　答:甲滑行的距離較長，長 $33\sqrt{3}$ 公尺

【範例】如圖，甲、乙兩人在同一水平面上溜冰，且乙在甲的正東方 200 公尺處。已知甲、乙分別以東偏北 70°、西偏北 60° 的方向直線滑行，而後剛好相遇，因而停止滑行。對於兩人滑行的距離，下列敘述何者正確？

(A) 乙滑行的距離較長　　(B) 兩人滑行的距離一樣長

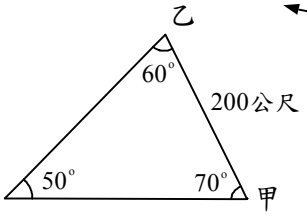
(C) 甲滑行的距離小於 200 公尺　(D) 乙滑行的距離小於 200 公尺



【解】大角對大邊

Θ $70^\circ > 60^\circ$，利用三角形中，大角對大邊的性質

∴可知乙滑行的距離較長。　答案選（A）

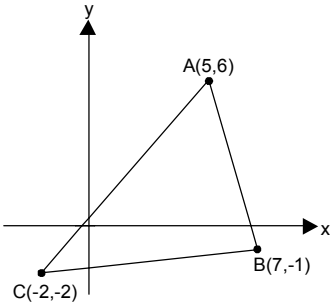


【範例】如下圖，玲玲、淳淳、崇崇分別站在座標平面上 A(5 , 6)、B(7 , -1)、C(-2 , -2)三點上，兩手張開拉著繩子圍成ΔABC，預備圍起來給媽媽種菜，請問:(1) $\overline{AB}$、$\overline{BC}$、$\overline{CA}$ 之長為何?(單位長:公尺)(2)三人之兩手所張角度哪一個最大?

【解】(1) $\overline{AB} = \sqrt{(7-5)^2 + (-1-6)^2} = \sqrt{4+49} = \sqrt{53}$

$\overline{BC} = \sqrt{(-2-7)^2 + (-2+1)^2} = \sqrt{81+1} = \sqrt{82}$

$\overline{CA} = \sqrt{(-2-5)^2 + (-2-6)^2} = \sqrt{49+64} = \sqrt{113}$



(2)Θ $\overline{CA} > \overline{BC} > \overline{AB}$　∴ ∠B > ∠A > ∠C

故淳淳兩手所張角度最大

【範例】小薰想在花園中，圍出一塊土地重玫瑰花，他以自己的位置為中心找出與他等距的甲、乙、丙三點，並測量此三點間的距離，紀錄如右表。表中有部份為水漬所弄髒，使得丙到甲的距離無法辨識。已知弄髒的部份為一整數，則此數字可能是下列哪一個?

	甲到乙	乙到丙	丙到甲
距離（公尺）	1.5	7.5	

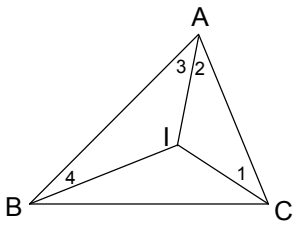
【解】由題意可知甲、乙、丙三點可圍成一個三角形乙丙

$\overline{乙丙} - \overline{甲乙} < \overline{甲丙} < \overline{乙丙} + \overline{甲乙}$

$7.5 - 1.5 < \overline{甲丙} < 7.5 + 1.5$

$6 < \overline{甲丙} < 9$　∴ $\overline{甲丙}$ 可能 = 7、8

【範例】ΔABC 中，$\overline{AB}>\overline{BC}>\overline{AC}$，∠A、∠B 和∠C 的角平分線交於 I，若有甲、乙、丙三隻螞蟻分別由 A、B、C 三點同時出發，沿 $\overline{AI}$、$\overline{BI}$、$\overline{CI}$ 前進，且前進速度相同，請問哪一隻螞蟻先到達 I 點?



【解】$\therefore \overline{AB}>\overline{BC} \Rightarrow \angle BCA>\angle BAC$

$\therefore \angle 1>\angle 2 \Rightarrow \overline{IA}>\overline{IC}$

又Θ $\overline{BC}>\overline{AC} \Rightarrow \angle CAB>\angle CBA$

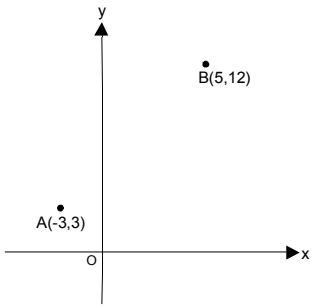
$\therefore \angle 3>\angle 4 \Rightarrow \overline{IB}>\overline{IA}$

$\therefore \overline{IB}>\overline{IA}>\overline{IC} \Rightarrow \overline{IC}$ 最短

【範例】如下圖，A 點座標為(-3 , 3)，B 點座標為(5 , 12)，

今欲在 x 軸上找一點 P，使 $\overline{PA}+\overline{PB}$ 為最小值，則

(1)P 點座標為?　　(2) $\overline{PA}+\overline{PB}$ 的最小值為?



【說明】$\Rightarrow \overline{PA}+\overline{PB}\le \overline{P'A}+\overline{P'B}$

Θ 中垂線上任一點到兩端點等距離。

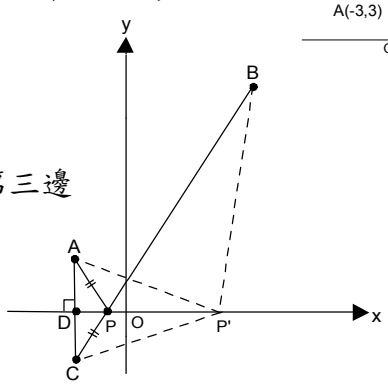
$\therefore \overline{PA}=\overline{PC}, \overline{P'A}=\overline{P'C}$

在ΔBCP' 中，因三角形兩邊和大於第三邊

$\therefore \overline{PA}+\overline{PB}=\overline{PC}+\overline{PB}=\overline{CB}$

$\overline{P'A}+\overline{P'B}=\overline{P'C}+\overline{P'B}>\overline{CB}$

$\Rightarrow \overline{PA}+\overline{PB}\le \overline{P'A}+\overline{P'B}$



【解】(1)作 $\overline{AC}\perp x$ 軸於 D，

且 $\overline{AD}=\overline{CD}$

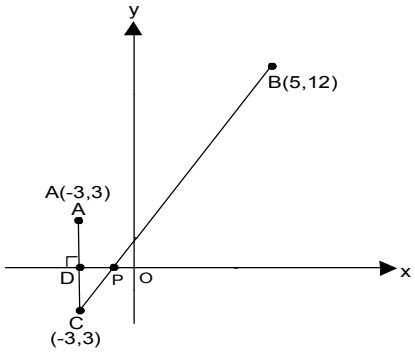
∴C 點座標為(-3 , -3)

通過 C、B 兩點的直線方程式為 $y=\frac{5}{8}x+\frac{21}{8}$

令 $y=0$　$\therefore x=-\frac{7}{5}$　　$\therefore P(-\frac{7}{5}, 0)$

(2) $\overline{PA}+\overline{PB}$ 最小值

$=\overline{BC}=\sqrt{[5-(-3)]^2+[12-(-3)]^2}=17$



【範例】下圖是一個 3×3 的正方形，求圖中∠1＋∠2＋∠3＋……＋∠9＝?

【解】Θ ΔOAB≅ΔDOC(SAS)

∴∠9＝∠COD，又∠OCD＝90^0

∴∠1＋∠9＝90^0

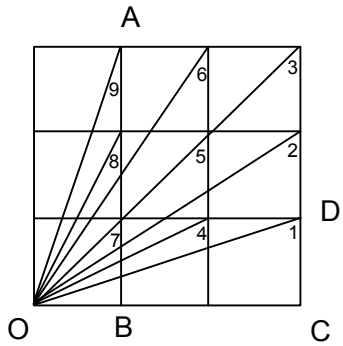
同理∠4＋∠8＝90^0，∠2＋∠6＝90^0

又∠3＝∠5＝∠7＝45^0

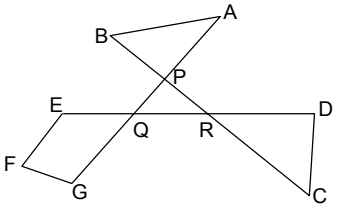
∴∠1＋∠2＋∠3＋……＋∠9

＝$3\times 90^0+3\times 45^0$

＝405^0



【範例】如右圖，∠A＋∠B＋∠C＋∠D＋∠E＋∠F＋∠G＝?

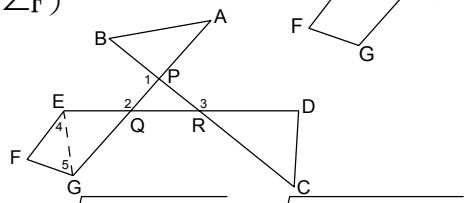


【解】∠A＋∠B＋∠C＋∠D＋∠E＋∠F＋∠G

＝(∠1＋∠2＋∠3)＋(∠4＋∠5＋∠F)

＝360^0＋180^0

＝540^0



【範例】三角形的邊長為 2、4、$x-1$，且 A＝$\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{64-16x+x^2}$ ，則 A?

【解】Θ $4-2<x-1<4+2$

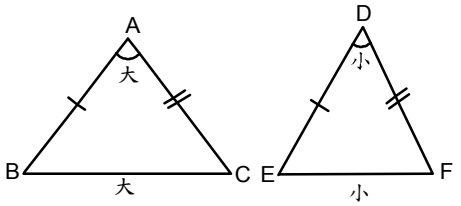
$\therefore 2<x-1<6$　　$3<x<7$

$\therefore A=\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{64-16x+x^2}$

$=\sqrt{(x-2)^2}+\sqrt{(8-x)^2}=|x-2|+|8-x|=x-2+8-x=6$

三角形的樞紐定理

【定理】△ABC 與△DEF 中，$\overline{AB}=\overline{DE}$，$\overline{AC}=\overline{DF}$，∠A＞∠D，則 $\overline{BC}>\overline{EF}$

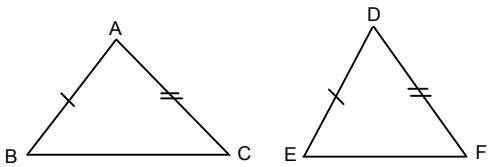


若兩個三角形有兩邊對應相等，但其夾角不相等，則夾角較大的三角形的第三邊大於夾角較小的三角形的第三邊。

【範例】已知△ABC 與△DEF 中，$\overline{AB}=\overline{DE}$，$\overline{AC}=\overline{DF}$，在下列空格填上＞、＝或＜

（1）若∠A＝∠D，則 $\overline{BC}$ ____ $\overline{EF}$

（2）若∠A＞∠D，則 $\overline{BC}$ ____ $\overline{EF}$



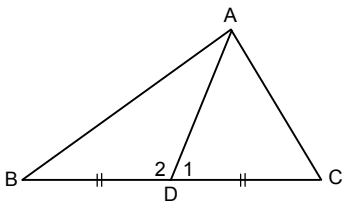
【解說】（1）根據 SAS 全等性質 $\therefore \overline{BC}=\overline{EF}$

（2）由樞紐定理 ∵∠A＞∠D $\therefore \overline{BC}>\overline{EF}$

【範例】如右圖，△ABC 中，$\overline{BD}=\overline{CD}$，且∠2＞∠1，求 $\overline{AB}$ 與 $\overline{AC}$ 之關係。

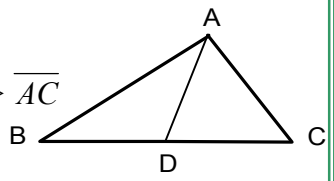
【解說】在△ABD 與△ACD 中∵ $\overline{AD}=\overline{AD}$，$\overline{BD}=\overline{CD}$

且∠2＞∠1　$\therefore \overline{AB}>\overline{AC}$（樞紐定理）



【範例】如圖，△ABC 中，$\overline{AB} > \overline{AC}$，$\overline{AD}$ 為 $\overline{BC}$ 上中線則(1) ∠BDA 與∠CDA 誰大？

(2) ∠BAD 與∠CAD 誰大？ (3) $\overline{AB} + \overline{AC}$ 與 $2\overline{AD}$ 誰大？



【解】(1) 在△BAD 與△CAD 中，$\overline{BD} = \overline{CD}$，$\overline{AD} = \overline{AD}$ 且 $\overline{AB} > \overline{AC}$

∴∠BDA＞∠CDA（逆樞紐定理）

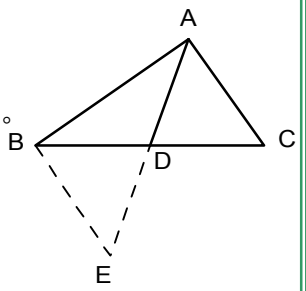
(2) 在 $\overset{\sqcup\sqcup\sqcup}{AD}$ 上截取 $\overline{AD} = \overline{DE}$，則△ACD≅△EBD

(∵ $\overline{AD} = \overline{DE}$，$\overline{BD} = \overline{DC}$，∠ADC＝∠BDE)

在△ABE 中 $\overline{AB} > \overline{BE}$（$\overline{AB} > \overline{AC} = \overline{BE}$）

故∠E＞∠BAD。(大邊對大角)

又∠E ＝ ∠CAD (∵△ACD≅△EBD)，因此∠CAD＞∠BAD。



(3) 在△ABE 中 $\overline{AB} + \overline{BE} = \overline{AB} + \overline{AC} > \overline{AE} = 2\overline{AD}$。

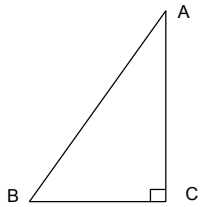
特殊直角三角形的邊長比例

【$30^0 - 60^0 - 90^0$ 三角形的三邊比例】

如圖，△ABC 中，∠A＝30^0，∠B＝60^0，∠C＝90^0，

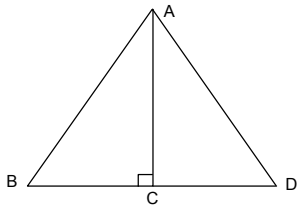
則△ABC 三邊的長度比：

$\overline{BC} : \overline{AC} : \overline{AB} = 1 : \sqrt{3} : 2$。



【證明】(1) 在 $\overline{BC}$ 的延長線上取 $\overline{CD} = \overline{BC}$，連接 $\overline{AD}$。

(2) 在△ABC 與△ADC 中



∵ $\overline{CD} = \overline{BC}$，∠ACB＝∠ACD＝$90^0$

且 $\overline{AC} = \overline{AC}$

∴△ABC≅△ADC（SAS 全等性質）。

故∠D＝∠B＝60^0 即△ABD 為正三角形。

(3) 設 $\overline{BC}$ ＝a，則 $\overline{AB} = \overline{AD}$ ＝2a

由商高定理可知 $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{BC}^2 = 3a^2$

∴ $\overline{AC} = \sqrt{3}\,a$

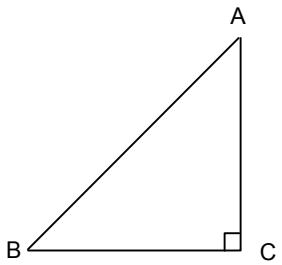
故 $\overline{BC} : \overline{AC} : \overline{AB} = 1 : \sqrt{3} : 2$

【$45^0-45^0-90^0$三角形的三邊比例】

如圖，△ABC 中，$\angle A=45^0$，$\angle B=45^0$，$\angle C=90^0$，

則△ABC 三邊的長度比：

$\overline{BC}:\overline{AC}:\overline{AB}=1:1:\sqrt{2}$。

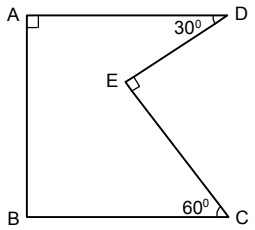


【證明】$\because \angle A=\angle B=45^0$　$\therefore$設$\overline{BC}=\overline{AC}=a$

由商高定理可知$\overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2=2a^2$

$\therefore \overline{AC}=\sqrt{2}a$　故$\overline{BC}:\overline{AC}:\overline{AB}=1:1:\sqrt{2}$

【範例】如右圖，將邊長為 4 的正方形 ABCD 剪去一個直角三角形，則剩下的面積為多少?



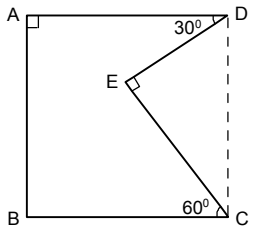
【解說】連接$\overline{CD}$，則△CDE 為一 $30^0-60^0-90^0$的直角三角形

且$\overline{CD}=4$　$\Rightarrow \overline{DE}=2$，$\overline{CE}=2\sqrt{3}$

$\Rightarrow \triangle CDE=2\times2\sqrt{3}\div2=2\sqrt{3}$

$\therefore$剩下的面積＝正方形 ABCD－△CDE

$=4\times4-2\sqrt{3}=16-2\sqrt{3}$



【範例】如圖，將△ABC中的B點沿著摺痕$\overline{AE}$疊合到D點，且$\overline{AC}$剛好是$\overline{DE}$的中垂線，

$\overline{AB}=\overline{AE}$，$\angle B=60^0$，則$\angle C$是幾度？

【解說】△ABE中$\overline{AB}=\overline{AE}$且$\angle B=\angle ABE=60^0$，

故$\angle AEB=60^0$(等腰三角形)

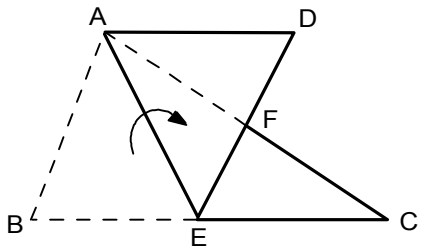
△AED中$\overline{AB}=\overline{AD}$且$\angle B=\angle D=60^0$，

故$\angle AED=60^0$(等腰三角形)

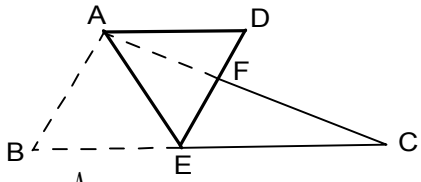
故$\angle CEF=180^0-\angle AEB-\angle AED=60^0$

$\overline{AC}$為$\overline{DE}$的中垂線，即$\angle EFC=90^0$

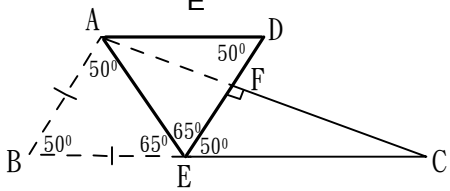
$\angle C=180^0-90^0-60^0=30^0$



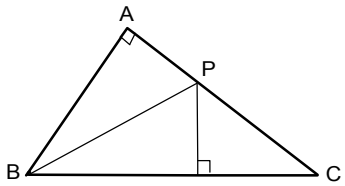
【範例】如圖，將△ABC中的B點沿著摺痕 $\overline{AE}$ 疊合到D點，且 $\overline{AC}$ 剛好是 $\overline{DE}$ 的中垂線，$\overline{AB}=\overline{BE}$，∠B=$50^0$，則∠C是幾度？



【解說】△ABE中 $\overline{AB}=\overline{BE}$ 且∠B＝∠ABE＝50^0，
故∠AEB＝(180^0-50^0)/2 ＝ 65^0（等腰三角形）
△AED中 $\overline{DE}=\overline{AD}$ 且∠B＝∠D＝50^0，
故∠AED＝65^0(等腰三角形)
故∠CEF＝180^0－∠AEB－∠AED ＝ 50^0
$\overline{AC}$ 為 $\overline{DE}$ 的中垂線，即∠EFC＝90^0
∠C＝180^0－90^0－50^0＝40^0



【範例】如圖，∠A＝90^0，$\overline{BP}$ 為∠B的角平分線，$\overline{PD}$ 垂直 $\overline{BC}$，且∠C＝36^0，$\overline{AP}$＝5公分，$\overline{BC}$＝18公分，則：
(1) ∠BPC＝_____
(2) △BPC的面積是_____平方公分

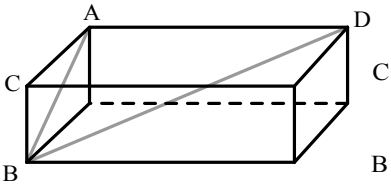


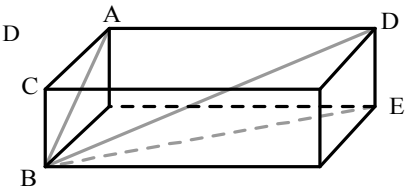
【解說】(1)∠ABD＝180^0－90^0－36^0＝54^0

∠BPC＝180^0－∠PBC－∠C＝$180^0-\frac{1}{2}\times54^0-36^0=117^0$。

(2)△BPC＝$\overline{BC}\times\overline{PD}\times\frac{1}{2}$ ∵ $\overline{PD}=\overline{PA}$ 故$18\times5\times\frac{1}{2}$＝45(平方公分)。

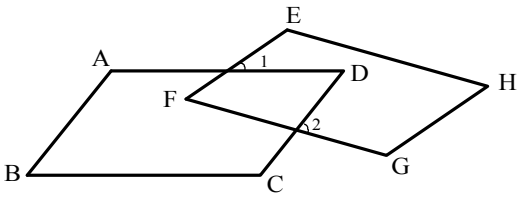
【範例】如圖，有一長方體的盒子，$\overline{AC}=\overline{BC}=\sqrt{2}$，$\overline{AD}=2\sqrt{3}$，其對角線之夾角∠ABD ＝？度。



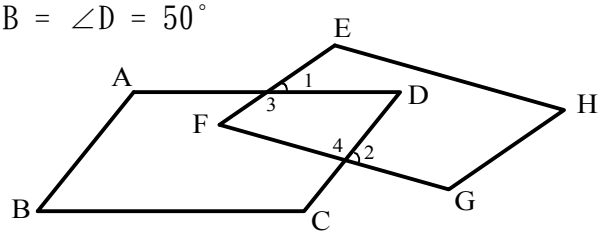


【解說】$\overline{AB}$= 2
$\overline{BD}^2$ = $\overline{DE}^2$ + $\overline{BE}^2$
=$\overline{DE}^2+\overline{AD}^2+\overline{AC}^2$
=2 + 12 + 2 = 16
$\overline{BD}$ = 4
△ ABD 的邊長比為； $\overline{AB}$：$\overline{AD}$：$\overline{BD}$＝ 2：$2\sqrt{3}$：4＝1：$\sqrt{3}$：2，
故∠ABD =60 度

【範例】如圖，四邊形 ABCD、EFGH 皆為平行四邊形，若∠1 =60°，∠2 =70°，且∠H =80°，則∠ABC =_____度。



【解說】∠B = ∠D，
∠F = 80° = ∠H，
∠3 = 180° - ∠1 = 180° - 60°= 120°
∠4 = 180° - ∠2 = 180° - 70°= 110°
∠D ＋∠F＋∠3＋∠4 = 360°，故∠B = ∠D = 50°



小　試　身　手

【範例一】

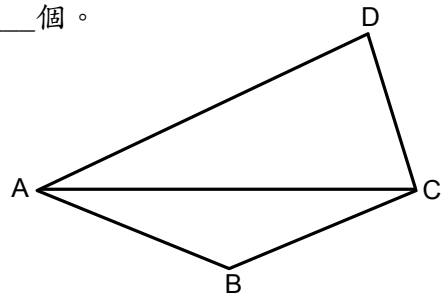
在△ABC 中，已知∠A、∠B、∠C 的對應邊長分別為 a、b、c，且$(a-3)^2+(b-4)^2+(c-x)^2=0$，x 為正整數，則 x 可能的值為何？

【練習一】

在△ABC 中，若 15、7、x－2 表三角形的三邊長，則 x 可能的正整數解有幾個？

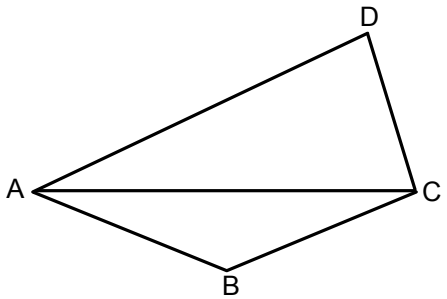
【範例二】

如附圖，$\overline{AB}=29$，$\overline{BC}=19$，$\overline{AD}=20$，$\overline{CD}=16$，若 $\overline{AC}=X$，且 X 是整數，則 X 有_____個。



【練習二】

如附圖，$\overline{AB}=4$，$\overline{BC}=7$，$\overline{AD}=3$，$\overline{CD}=2$，若 $\overline{AC}$ 為整數，則 $\overline{AC}=$？



【範例三】

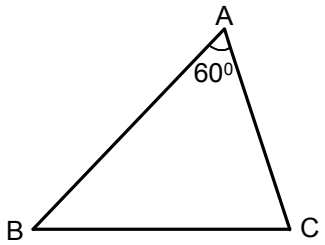
在△ABC 中，$\overline{AB}=\sqrt{2}+2$、$\overline{BC}=4$、$\overline{CA}=\sqrt{3}+1$，請比較∠A、∠B、∠C 的大小關係。(由大至小排列)

【練習三】

在△ABC中，若4∠A：5∠B＝10：15，∠B：2∠C＝1：6，則 $\overline{AB}$、$\overline{BC}$、$\overline{AC}$ 的大小關係為何？

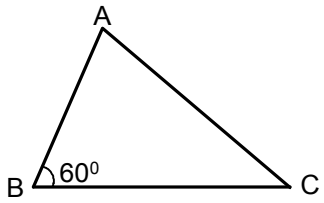
【範例四】

△ ABC 中，$\overline{AB} > \overline{BC}$，∠A＝$60^0$，試比較 $\overline{AB}$、$\overline{BC}$、$\overline{AC}$ 之大小。



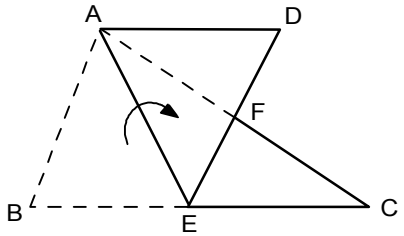
【練習四】

△ ABC 中，∠B＝60^0，∠A＞∠C，試比較 $\overline{AB}$、$\overline{BC}$、$\overline{AC}$ 之大小。



【範例五】

如下圖，將△ABC中的B點沿著摺痕 $\overline{AE}$ 疊合到D點，且 $\overline{AC}$ 剛好是 $\overline{DE}$ 的中垂線，$\overline{AB} = \overline{AE}$，∠B＝$65^0$，則∠C是幾度？

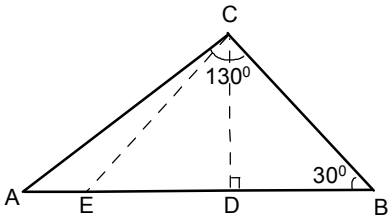


【練習五】

如下圖，以 $\overline{AB}$ 為底邊，摺出底邊上的高 $\overline{CD}$，B 點的對應點為 E，並連接 $\overline{CE}$

(1)若已知∠ACB＝130^0，∠B＝30^0，則∠ACE＝_____度

(2) 若已知 $\overline{AD}$＝10公分，$\overline{BD}$＝5公分，$\overline{CD}$＝6公分，則△AEC的面積＝_____平方公分



家庭作業 第一回

一、選擇題：

1. (　) △ABC中，已知∠A、∠B、∠C的平分線相交於O點，若 $\overline{AB}>\overline{BC}>\overline{CA}$，則 $\overline{OA}$、$\overline{OB}$、$\overline{OC}$ 的大小順序為何？

(A) $\overline{OA}>\overline{OB}>\overline{OC}$　　(B) $\overline{OC}>\overline{OB}>\overline{OA}$

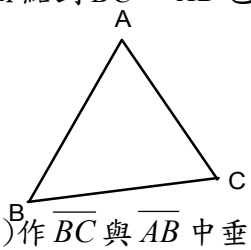
(C) $\overline{OB}>\overline{OA}>\overline{OC}$　　(D) $\overline{OA}>\overline{OC}>\overline{OB}$

2. (　) 在△ABC中，若∠A的外角為140^0，且∠B－∠C＝20^0，則下列何者正確？

(A) $\overline{AB}>\overline{BC}>\overline{AC}$　　(B) $\overline{AC}>\overline{AB}>\overline{BC}$

(C) $\overline{AB}>\overline{AC}>\overline{BC}$　　(D) $\overline{AC}>\overline{BC}>\overline{AB}$

3. (　) 如圖，小琪想利用尺規作圖，在△ABC內找到一點P，使得P點到B、C兩點等距離，且P點到 $\overline{BC}$、$\overline{AB}$ 也等距離，則小琪可以下列哪一種方法求得？



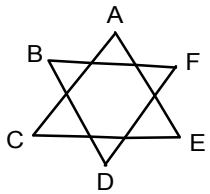
(A)作 $\overline{BC}$ 與 $\overline{AB}$ 中垂線的交點

(B)作∠A與∠B平分線的交點

(C)作 $\overline{BC}$ 中垂線與∠B平分線的交點

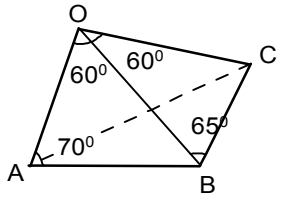
(D)作∠C的平分線與 $\overline{AB}$ 中垂線的交點

4. (　) 如圖，請問∠A＋∠B＋∠C＋∠D＋∠E＋∠F是多少度？



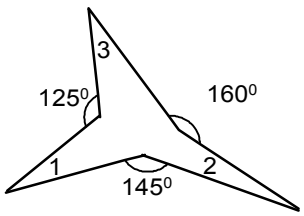
(A)180^0　(B)360^0　(C)540^0　(D)720^0

5.（　）如圖，在斜角錐OABC中，∠OAB＝70^0、∠AOB＝60^0、∠BOC＝60^0、∠OBC＝65^0。請問在$\overline{OA}$、$\overline{AB}$、$\overline{BC}$、$\overline{OC}$四個邊中哪一個最長？



(A)$\overline{OA}$　(B)$\overline{AB}$　(C)$\overline{BC}$　(D)$\overline{OC}$

6.（　）如圖所示，求∠1＋∠2＋∠3＝？
(A)60^0　(B)70^0　(C)80^0　(D)90^0



7.（　）在△ABC中，3∠A＝∠B，6∠A＝∠C，則∠C＝？
(A)36^0　(B)72^0　(C)108^0　(D)144^0

8.（　）△ABC中，∠A＞∠B，∠B的外角小於120^0，則下列敘述何者正確？

(A)$\overline{AB}$最長，$\overline{BC}$最短

(B)$\overline{AC}$最長，$\overline{AB}$最短

(C)$\overline{AB}$最長，$\overline{AC}$最短

(D)$\overline{BC}$最長，$\overline{AB}$最短

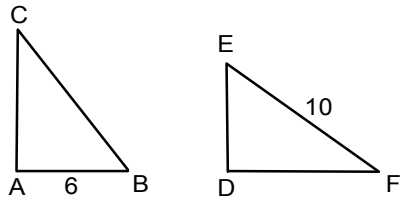
9.（　）已知△ABC≅△DEF，其中A與D、B與E、C與F為對應頂點，且$\overline{AB}$＝10、$\overline{BC}$＝6、∠C＝∠F＝90^0，則$\overline{DF}$＝？(A)6　(B)8　(C)10　(D)12

10.（　）設三角形有相異兩外角和為270^0，則此三角形為何？
(A)直角三角形　(B)銳角三角形
(C)鈍角三角形　(D)以上皆非

二、填充題：

1. 如圖，已知△ABC≅△DEF，若∠A和∠D、∠B和∠E、∠C和∠F為對應角，且∠A＝90^0，

$\overline{AB}$＝6，$\overline{EF}$＝10，則：



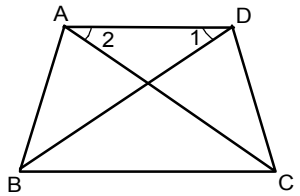
(1) $\overline{DF}$＝_____。

(2)△DEF的面積＝_____。

2. 在△ABC中，∠A、∠B、∠C的外角分別為∠1、∠2、∠3，若$\overline{CA} > \overline{BC} > \overline{AB}$，則∠1、∠2、∠3的大小關係為_____。

3. 填入適當的邊、角、三角形，完成下列證明。

已知：如圖，∠BAD＝∠CDA，且∠1＝∠2。



求證：$\overline{AC} = \overline{BD}$。

證明：在△ABD與△DCA中

∵∠BAD＝∠CDA

_____(已知)

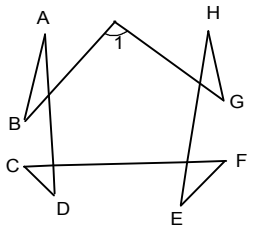
$\overline{AD} = \overline{AD}$ (公共邊)

∴△ABD≅△DCA

(_____全等性質)

∴$\overline{AC} = \overline{BD}$

4. 三原利用摺紙，摺出一個蛙形圖案，如圖所示，若∠1＝92^0，則∠A＋∠B＋∠C＋∠D＋∠E＋∠F＋∠G＋∠H＝_____度。



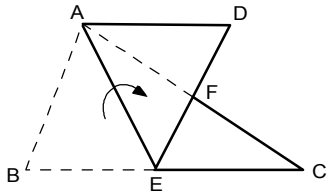
5.△ABC中，若∠A＞∠B＞∠C且∠A＝80^0，則∠B的範圍為何？

6.△ABC中，∠A的外角為95^0，∠B＝25^0，則∠C＝_____度。

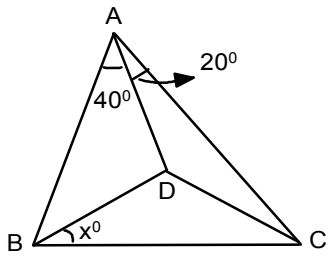
三、計算證明題：

1.如右圖，將△ABC中的B點沿著摺痕$\overline{AE}$疊合到D點，且$\overline{AC}$剛好是$\overline{DE}$的中垂線，

$\overline{AB}=\overline{AE}$，∠B＝$60^0$，則∠C是幾度？



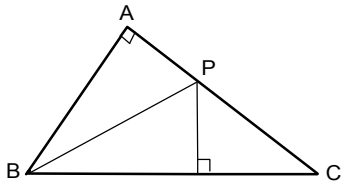
2.右圖△ABC中，$\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$，那麼x是多少？



3.如右圖，∠A＝90^0，$\overline{BP}$為∠B的角平分線，$\overline{PD}$垂直$\overline{BC}$，且∠C＝36^0，$\overline{AP}$＝5公分，$\overline{BC}$＝18公分，則：

(1) ∠BPC＝_____

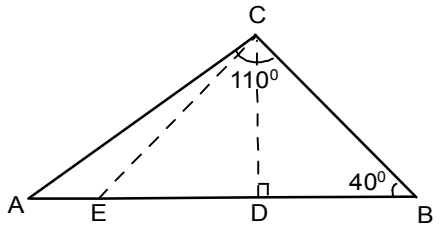
(2) △BPC的面積是_____平方公分



4.如右圖，以$\overline{AB}$為底邊，摺出底邊上的高$\overline{CD}$，B點的對應點為E，並連接$\overline{CE}$

(1)若已知∠ACB＝110⁰，∠B＝40⁰，則∠ACE＝_____度

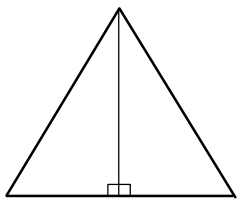
(2)若已知$\overline{AD}$＝8公分，$\overline{BD}$＝3公分，$\overline{CD}$＝4公分，則△AEC的面積＝_____平方公分



5.用兩塊相同大小的直角三角形拼成一個新的三角形，如上圖所示，請問：

（1）它是個什麼三角形？

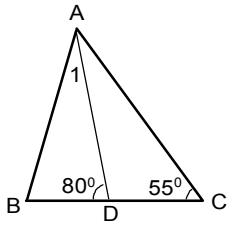
（2）如果新三角形的底角是30⁰，那麼它的頂角是幾度？



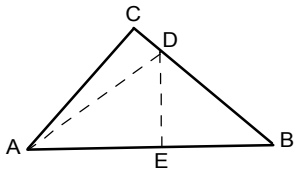
6.如右圖，△ABC中，$\overline{AD}$是∠BAC的角平分線，且∠C＝55⁰，∠ADB＝80⁰，則：

（1）∠1＝_____度

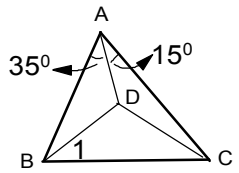
（2）∠B＝_____度



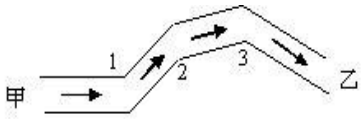
7.如右圖，△ABC為直角三角形，∠C=90，若將B點對摺到A點，得摺痕$\overline{DE}$，如果$\overline{AB}$＝12cm，$\overline{BC}$＝9cm，$\overline{AC}$＝5cm，求△ADC的周長？



8. 如圖，△ABC中，$\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$，那麼∠1為幾度？



9 小清跟同學去泛舟，船順著河道走，如圖所示，其中∠1＝123^0，∠2＝141^0，∠3＝105^0。請問由甲地到乙地，小清共轉了幾度？

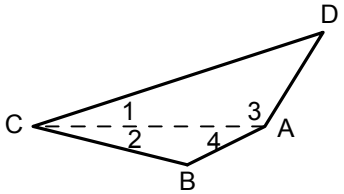


10. 設△ABC 三邊長為 4 公分、7 公分、a 公分，則 a 的整數值有那幾個？

11. 已知：四邊形 ABCD 中，$\overline{AB}$ 最短，$\overline{CD}$ 最長

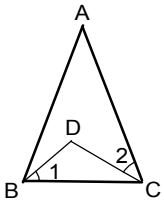
求證：(1) ∠A＞∠C

(2) ∠B＞∠D



家庭作業　第二回

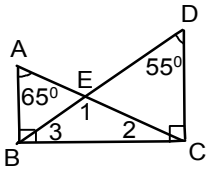
一、選擇題：



1.（　）如圖，△ABC中，若 $\overline{AB}=\overline{AC}$，∠A＝$44^0$，∠1＝∠2，

則∠BDC＝？(A)100^0　(B)112^0　(C)115^0　(D)120^0

2.（　）如圖，若△ABC與△BCD均為直角三角形，則下列何者正確？

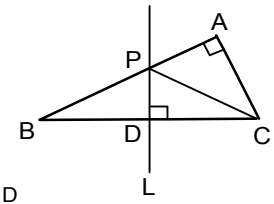


(A)∠1＝100^0　(B)∠2＝25^0

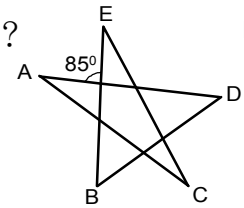
(C)∠3＝45^0　(D)∠DEC＝70^0

3.（　）如圖，L垂直平分 $\overline{BC}$，∠A＝90^0，$\overline{PC}=5$，$\overline{AP}=3$，則四邊形PDCA面積為多少？

(A)11　(B)12　(C)14　(D)15



4.（　）如圖，試求：∠B＋∠D－∠A－∠C－∠E＝？



(A)10^0　(B)20^0　(C)30^0　(D)40^0

5.（　）△ABC中，已知∠A＝75^0，∠B＝30^0，則下列四個選項中，哪一個是正確的？

(A) $\overline{AB}>\overline{BC}$　(B) $\overline{AB}>\overline{AC}$　(C) $\overline{AC}=\overline{BC}$　(D) $\overline{AB}=\overline{AC}$

6.（　）已知等腰三角形的頂角和一腰長，則利用下列哪一個全等性質作圖，可畫出所求的等腰三角形？

(A)SAS　(B)SSS　(C)RHS　(D)AAS

7.（　）在△ABC中，若∠A＞∠B＞∠C，則∠B最大<u>不超過</u>幾度？

(A)30^0　(B)45^0　(C)60^0　(D)90^0

8.（　）關於等腰三角形的敘述，何者<u>錯誤</u>？

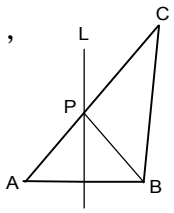
(A)其頂角角平分線會垂直平分底邊

(B)其底邊中垂線必通過頂點

(C)兩腰上的中線不一定等長

(D)兩腰上的高等長

9.（　）如圖，L為 $\overline{AB}$ 的垂直平分線，且交 $\overline{AC}$ 於P，若 $\overline{BC}=8$，$\overline{AC}=10$，



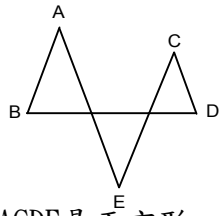
$\overline{PC}=6$，則 $\overline{BC}-\overline{PB}=$？

(A)1　(B)2　(C)3　(D)4

10.(　)△ABC中，∠A：∠B：∠C＝2：3：7，請問△ABC是何種三角形？

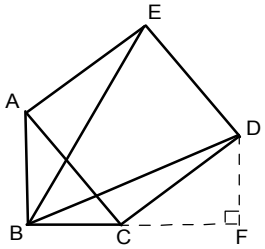
(A)銳角三角形　(B) 直角三角形　(C)鈍角三角形　(D)等腰三角形

二、填充題：



1.如圖，若∠E＝30^0，求∠A＋∠B＋∠C＋∠D＝？

2.如圖，△ABC中，∠B是直角，$\overline{AB}$＝5，$\overline{BC}$＝4，四邊形ACDE是正方形，試求：



(1)$\overline{BD}$＝_____

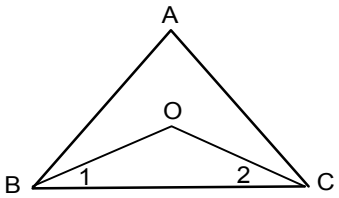
(2)$\overline{BE}$＝_____

3.如圖，在△ABC中，∠A＝80^0，∠B和∠C的平分線交於O，求：

(1)∠B＋∠C＝_____

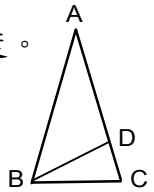
(2)∠1＋∠2＝_____

(3)∠BOC＝_____



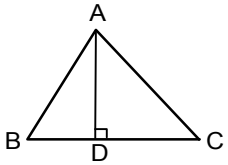
4.在直角三角形中，兩個銳角的外角和是_____度。

5.如圖，△ABC中，∠A＝30^0，且$\overline{AB}=\overline{AC}$，$\overline{BC}=\overline{BD}$，則∠ABD＝_____度。

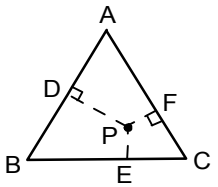


6.一正多邊形每一內角為140^0，則此多邊形共有對角線_____條。

7.如圖所示，在△ABC中，若$\overline{AB}<\overline{AC}$，$\overline{AD}\perp\overline{BC}$，則$\overline{BD}$_____$\overline{CD}$。



8.如圖，P為正三角形ABC內部任一點，$\overline{PD} \perp \overline{AB}$、$\overline{PE} \perp \overline{BC}$、$\overline{PF} \perp \overline{AC}$，△ABC面積是$25\sqrt{3}$平方公分，則$\overline{PD}+\overline{PE}+\overline{PF}=$_____公分。

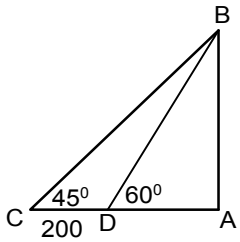


9.(1)△ABC 與△PRQ 中，若$\overline{AB}=\overline{PR}$，$\overline{BC}=\overline{RQ}$，∠B＝∠R，則△ABC≅△PRQ 是根據____全等性質。

(2)承(1)若∠A＝($4x$+3)^0，∠B＝($3x$ +14)^0，∠C＝($5x$ + 13)^0，則∠P=_____度。

三、計算證明題：

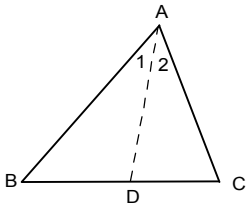
1.欲測量一山$\overline{AB}$的高度，在平直的$\overline{CA}$路上測得∠BCA＝45^0，而後向山的方向前進200 公尺，在 D 處測得∠BDA＝60^0，則山高$\overline{AB}$為多少公尺？



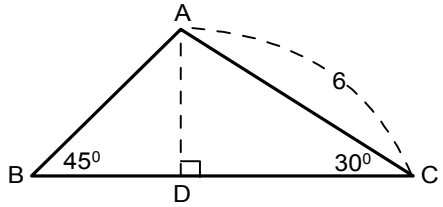
2.如上圖，△ABC中，$\overline{AD}$是∠BAC的角平分線，且∠C＝70^0，∠ADB＝100^0，求：

(1)∠1＝？

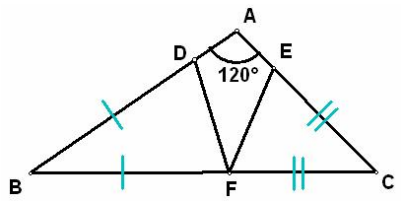
(2)∠B＝？



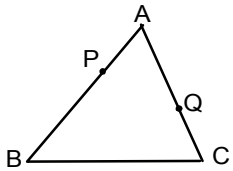
3. △ABC，∠B＝45^0，∠C＝30^0，$\overline{AC}$＝6，求：(1) △ABC 周長 (2) △ABC 面積



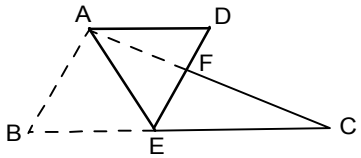
4. △DBF、△CEF 均為等腰三角形，∠A＝120^0，求∠DFE。



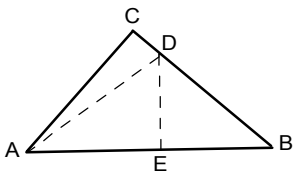
5. 如圖，在△ABC中，∠B=55^0，∠C=70^0，P為$\overline{AB}$上一點，Q為$\overline{AC}$上一點，則:
(1)小欣由P點出發，經過B點、C點最後抵達Q點，則小欣一共轉了_____度。
(2)小文由P點出發，經過A點、Q點、C點、B點再回到P點，則小文一共轉了_____度。



6. 如圖，將△ABC中的B點沿著摺痕$\overline{AE}$疊合到D點，且$\overline{AC}$剛好是$\overline{DE}$的中垂線，$\overline{AB}=\overline{BE}$，∠B=$50^0$，則∠C是幾度？



7. 如右圖，△ABC為直角三角形，∠C=90，若將B點對摺到A點，得摺痕$\overline{DE}$，如果$\overline{AB}$＝12cm，$\overline{BC}$＝9cm，$\overline{AC}$＝5cm，求△ADC的周長？



家庭作業 第三回

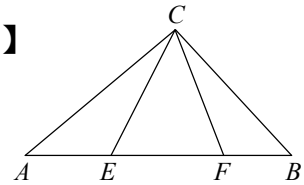
一、選擇題：

(　　) 1. 若使用兩塊全等的三角形紙板可緊密拼出一個大三角形，則原來的小紙板須是何種圖形？（A）等腰三角形（B）鈍角三角形（C）銳角三角形（D）直角三角形

【95 年第一次基測】

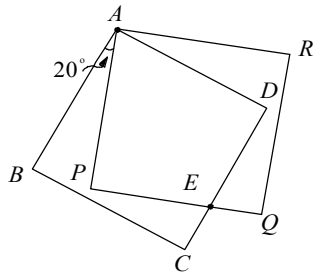
(　　) 2. 如右圖，$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB = 102^\circ$，$\overline{AF} = \overline{AC}$ 、$\overline{BE} = \overline{BC}$ ，求 $\angle ECF =$ ？

(A) 34°　(B) 39°　(C) 45°　(D) 56°　【94 年第二次基測】



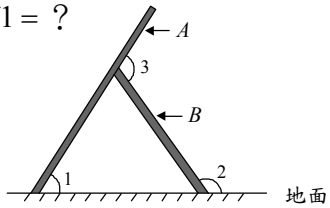
(　　) 3. 如右圖，四邊形 $ABCD$、$APQR$ 為兩全等正方形，$\overline{CD}$ 與 $\overline{PQ}$ 相交於 E 點。若 $\angle BAP = 20^\circ$，則 $\angle PEC =$ ？【94 年第二次】

(A) 60°　(B) 65°　(C) 70°　(D) 75°



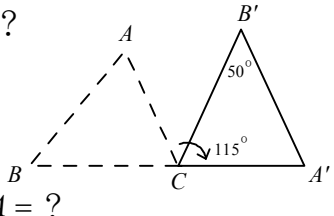
(　　) 4. 如右圖是 A 、B 兩片木板放在地面上的情形。圖中 $\angle 1$ 、$\angle 2$ 分別為 A 、B 兩木板與地面的夾角，$\angle 3$ 是兩木板間的夾角。若 $\angle 3 = 100^\circ$，則 $\angle 2 - \angle 1 =$ ？

(A) 55°　(B) 80°　(C) 90°　(D) 110°



(　　) 5. 如右圖，將 $\triangle ABC$ 以 $\angle C$ 為支點，依順時針方向旋轉 115°，使 B 、C 、A' 三點剛好成一直線，已知 $\angle ABC = 50^\circ$，則 $\angle B'A'C$ 的度數為下列何者？

(A) 45°　(B) 55°　(C) 65°　(D) 75°

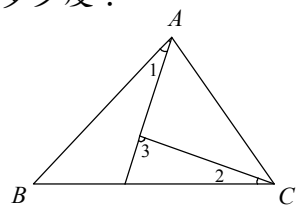


(　　) 6. 在 $\triangle ABC$ 中，如果 $\angle B$ 的外角是 120°，且 $3\angle C = 2\angle A$，試求 $\angle A =$ ？

(A) 36°　(B) 48°　(C) 60°　(D) 72°

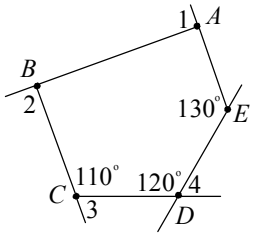
(　　) 7. 如右下圖，$\triangle ABC$ 中，$\angle B = 85^\circ$，試求 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ 的度數和是多少度？

(A) 75°　(B) 85°　(C) 95°　(D) 105°



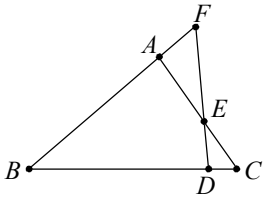
(　　) 8. 如右圖，多邊形 $ABCDE$ 為五邊形。若 $\angle AED=130°$，$\angle EDC=120°$，$\angle DCB=110°$，則 $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=$?

(A) 360°　(B) 310°　(C) 240°　(D) 180°



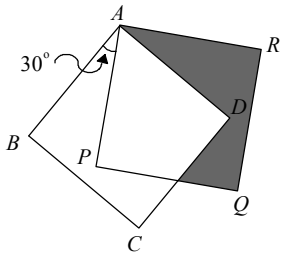
(　　) 9. 如右圖，$\triangle ABC$ 中，D 點在 $\overline{BC}$ 上，F 點在直線 AB 上，$\overline{DF}$ 交 $\overline{AC}$ 於 E 點。若 $\angle B=40°$，$\angle C=55°$，$\angle DEC=43°$，則 $\angle F=$?

(A) 40°　(B) 42°　(C) 43°　(D) 55°



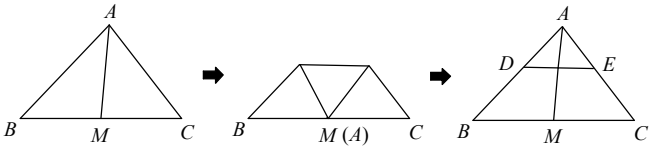
(　　) 10. 如右圖是兩全等的正方形 $ABCD$ 與 $APQR$ 重疊情形。若 $\angle BAP=30^{\circ}$，$\overline{AB}=6\sqrt{3}$，則圖中灰色部分面積為何？　【95 年第二次】

(A) 48　(B) 54　(C) $81-18\sqrt{3}$　(D) $108-36\sqrt{3}$



(　　) 11. 如附圖，$\overline{AM}$ 為 ΔABC 的中線，$\angle C>\angle B$。將 A 點摺向 M 點，使得 A、M 兩點重疊，出現摺線 $\overline{DE}$，如下圖中。若展開，如下圖右所示，則對於 $\overline{DE}$ 的敘述，下列哪一個選項是正確的？　【95 年第二次】

(A) $\overline{DE}$ 平行 $\overline{BC}$　(B) $\overline{DE}$ 垂直 $\overline{AM}$　(C) $\overline{DE}$ 平分 $\overline{AB}$　(D) $\overline{DE}$ 平分 $\overline{AC}$



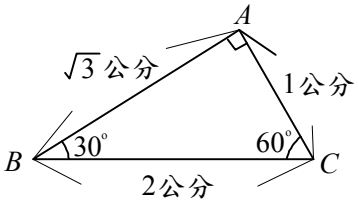
(　　) 12. 甲、乙、丙、丁四位同學分別想依列下列的條件作出一個與△ABC 全等的三角形，如右圖所示。已知四人所用的條件如下：

甲：$\overline{AB}=\sqrt{3}$ 公分，$\overline{AC}=1$ 公分，$\angle B=30^{\circ}$

乙：$\overline{AB}=\sqrt{3}$ 公分，$\overline{BC}=2$ 公分，$\angle B=30^{\circ}$

丙：$\overline{AB}=\sqrt{3}$ 公分，$\overline{AC}=1$ 公分，$\overline{BC}=2$ 公分

丁：$\overline{AB}=\sqrt{3}$ 公分，$\overline{BC}=2$ 公分，$\angle A=90^{\circ}$



若發現其中一人作出的三角形<u>沒有</u>與上圖的△ ABC 全等，則此人是誰？

(A) 甲　(B) 乙　(C) 丙　(D) 丁

(　　) 13. 在直徑為 a 的圓上依逆時針方向取 A、B、C、D 四點。已知 $\overline{AB}\,//\,\overline{DC}$，$\overline{AB}\neq\overline{DC}$，且 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 交於 P 點。請問下列哪一個選項是正確的？

(A) $\overline{AC}=\overline{BD}$　(B) $\overline{AP}=\overline{CP}$　(C) $\overline{AC}=a$　(D) $\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{CD})=a$

(　　) 14. 已知有長 3 公分、6 公分之兩線段，下列敘述何者錯誤？　　【94 年第一次】

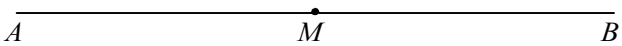
(A) 若另有一長為 3 公分的線段，則此三線段可構成等腰三角形

(B) 若另有一長為 6 公分的線段，則此三線段可構成等腰三角形

(C) 若另有一長為 $3\sqrt{3}$ 公分的線段，則此三線段可構成直角三角形

(D) 若另有一長為 $3\sqrt{5}$ 公分的線段，則此三線段可構成直角三角形

(　　) 15. 如右下圖，$\overline{AB}$ 為一條拉直的繩子，M 為此繩子的中點。若以 $\overline{AB}$ 為周長，A 為頂點，將繩子圍成△ AXY ，如右下圖所示，則關於 M 點在△ AXY 上的位置，下列敘述何者正確？【94 年第二次】

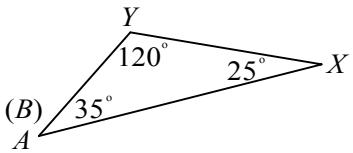


(A) 在 $\overline{XY}$ 的中點上

(B) 在 $\overline{AX}$ 上，且距 X 點較近，距 A 點較遠

(C) 在 $\overline{XY}$ 上，且距 X 點較近，距 Y 點較遠

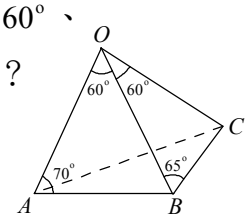
(D) 在 $\overline{XY}$ 上，且距 Y 點較近，距 X 點較遠



(　　) 16. 在△ ABC 中，$\overline{AB} < \overline{AC}$ ，$\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 且 H 在 $\overline{BC}$ 上，下列哪一個選項是正確的？　(A) $\angle B = \angle C$　(B) $\angle B < \angle C$　(C) $\angle BAH = \angle CAH$　(D) $\angle BAH < \angle CAH$

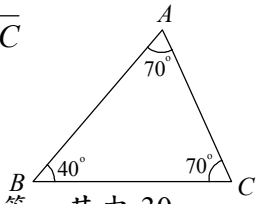
(　　) 17. 如右圖，在斜角錐 $OABC$ 中，$\angle OAB = 70^\circ$、$\angle AOB = 60^\circ$、$\angle BOC = 60^\circ$、$\angle OBC = 65^\circ$。請問在 $\overline{OA}$ 、$\overline{AB}$ 、$\overline{BC}$ 、$\overline{OC}$ 四個邊中哪一個最長？

(A) $\overline{OA}$　(B) $\overline{AB}$　(C) $\overline{BC}$　(D) $\overline{OC}$



(　　) 18. △ ABC 中，已知 $\angle A = 70°$，$\angle B = 40°$，則下列四個選項中，哪一個是正確的？

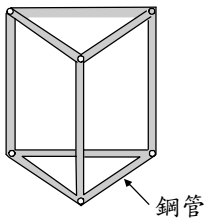
(A) $\overline{AB} > \overline{BC}$　(B) $\overline{AB} > \overline{AC}$　(C) $\overline{AC} = \overline{BC}$　(D) $\overline{AB} = \overline{AC}$



(　　) 19. 阿俊拼裝完成了直角柱形的燈架，如右圖所示。他共用了 9 支鋼管，其中 30 公分長的有 4 支，40 公分長的有 3 支，50 公分長的有 2 支。請問此燈架的三角形底面三邊長分別為多少？

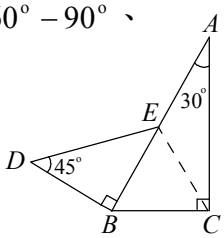
(A) 30 公分、30 公分、50 公分　(B) 30 公分、30 公分、40 公分

(C) 30 公分、40 公分、50 公分　(D) 40 公分、40 公分、50 公分

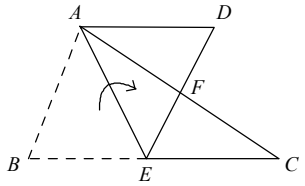


(　　) 20. 如右圖，有兩個直角三角形 ABC、BDE，三內角分別為 $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$、$45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$。已知 $\overline{BD} = \overline{BC}$，求 $\angle DEC =$？

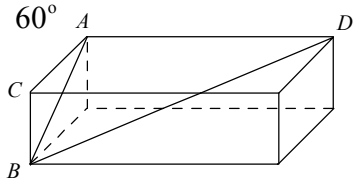
(A) 90°　(B) 105°　(C) 135°　(D) 150°



(　　) 21. 如右圖，將△ABC 中的 B 點沿著摺痕 $\overline{AE}$ 疊合到 D 點，且 $\overline{AC}$ 剛好是 $\overline{DE}$ 的中垂線，$\overline{AB}=\overline{AE}$，$\angle B=60^{\circ}$，則 $\angle C$ 是幾度？(A) 30°　(B) 40°　(C) 50°　(D) 60°



(　　) 22. 如圖，有一長方體的盒子，$\overline{AC}=\overline{BC}=\sqrt{2}$，$\overline{AD}=2\sqrt{3}$，其對角線之夾角 $\angle ABD=$？(A) 30°　(B) 40°　(C) 50°　(D) 60°

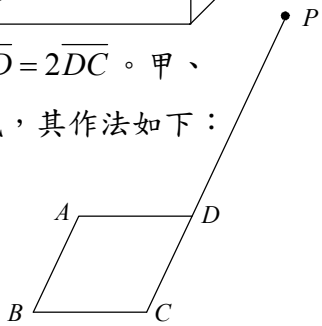


(　　) 23. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 為一平行四邊形，P 在直線 CD 上，且 $\overline{PD}=2\overline{DC}$。甲、乙兩人想過 P 點作一直線，將平行四邊形分成兩個等面積的區域，其作法如下：

甲：取 $\overline{AD}$ 中點 E，作直線 PE，即為所求。

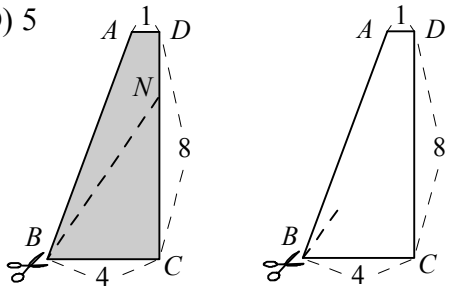
乙：連接 $\overline{BD}$、$\overline{AC}$ 交於 O，作直線 PO，即為所求。

對於甲、乙兩人的作法，下列判斷何者正確？　【94 年第一次】



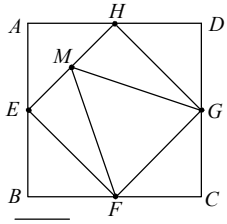
(A)甲、乙皆正確　(B)甲、乙皆錯誤　(C)甲正確，乙錯誤　(D)甲錯誤，乙正確

(　　) 24. 如右圖，梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AD}//\overline{BC}$，$\overline{CD}\perp\overline{BC}$，其中 $\overline{AD}=1$、$\overline{BC}=4$、$\overline{CD}=8$。今自 B 點剪出 $\overline{BN}$，使得 $\overline{BN}$ 將梯形分成兩塊面積相等的圖形。若 N 在 $\overline{CD}$ 上，則 $\overline{DN}=$? (A) 1　(B) 3　(C) 4　(D) 5



(　　) 25. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 為一正方形，E、F、G、H 為四邊中點。若 M 為 $\overline{EH}$ 中點，$\overline{MF}=4$，則△MFG 面積為何?

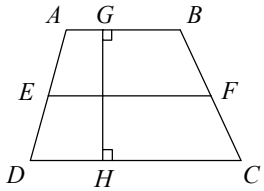
(A) $2\sqrt{3}$　(B) $4\sqrt{3}$　(C) $\dfrac{32}{5}$　(D) $\dfrac{32}{9}$



(　　) 26. 如右圖 $ABCD$ 為一梯形，$\overline{AB}//\overline{CD}$，若 E、F 分別為兩腰 $\overline{AD}$、$\overline{BC}$ 之中點，$\overline{GH}$ 為此梯形的一高，則下列哪一個選項可表示梯形 $ABCD$ 的面積？

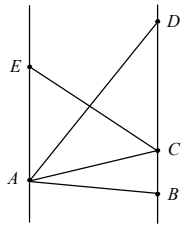
(A) $\overline{AB}\times\overline{GH}$　(B) $\overline{EF}\times\overline{GH}$

(C) $(\overline{AB}+\overline{CD})\times\overline{GH}$　(D) $(\overline{AD}+\overline{BC})\times\overline{GH}$



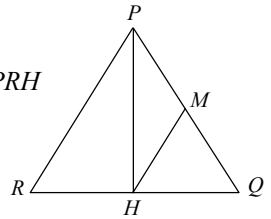
(　　) 27. 如右圖，$\overline{AE} // \overline{BD}$，$C$ 在 $\overline{BD}$ 上。若 $\overline{AE}=5$，$\overline{BD}=8$，$\triangle ABD$ 的面積為 24，則 $\triangle ACE$ 的面積為多少？

(A) 10　　(B) 12　　(C) 15　　(D) 18



(　　) 28. 如右圖中，直線 PH 是 $\triangle PQR$ 的對稱軸，$\overline{PQ} \neq \overline{RQ}$，$M$ 是 $\overline{PQ}$ 中點。下列哪一個選項是錯誤的？

(A) $\overline{MH}=\overline{HQ}$　　(B) $\overline{MH} // \overline{PR}$　(C) $\overline{MH}=\overline{MP}$　　(D) $\triangle PQH \cong \triangle PRH$

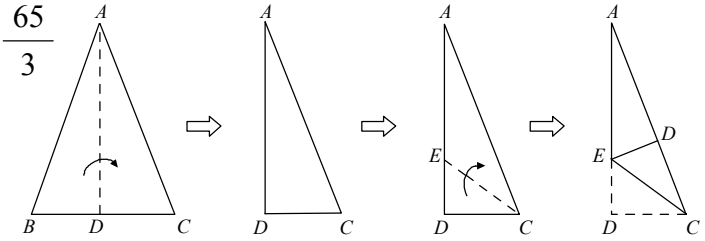


(　　) 29. 如圖(一)，$\triangle ABC$ 為等腰三角形，$\overline{AB}=\overline{AC}=13$，$\overline{BC}=10$

(1)將 $\overline{AB}$ 向 $\overline{AC}$ 方向摺過去，使得 $\overline{AB}$ 與 $\overline{AC}$ 重合，出現摺線 $\overline{AD}$，如圖(二)。

(2)將 $\overline{CD}$ 向 $\overline{AC}$ 方向摺過去，如圖(三)，使得 $\overline{CD}$ 完全疊合在 $\overline{AC}$ 上，出現摺線 $\overline{CE}$，如圖(四)。則 $\triangle AEC$ 的面積為何？

(A) 15　　(B) $\frac{65}{4}$　　(C) 20　　(D) $\frac{65}{3}$



圖(一)　圖(二)　圖(三)　圖(四)