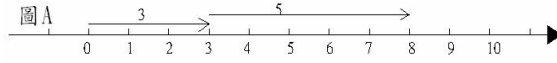


■ 正、負數的四則運算

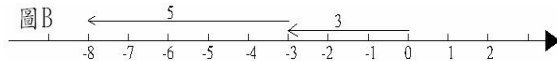
負數的加減法：

1. 正數加正數其和仍為正數。
2. 負數加負數其和仍為負數。

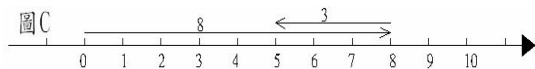
【範例 1】正數 + 正數： $(+3) + (+5) = +(3+5) = +8$ (圖 A)



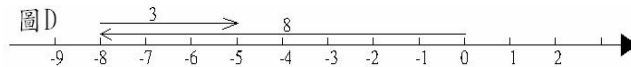
【範例 2】負數 + 負數： $(-3) + (-5) = -(3+5) = -8$ (圖 B)



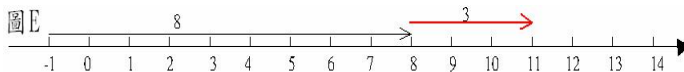
【範例 3】正數 + 負數： $8 + (-3) = 8 - 3 = 5$ (圖 C)



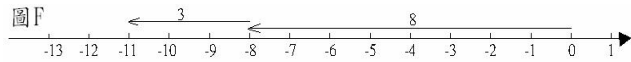
【範例 4】負數 + 正數： $-8 + 3 = -(8 - 3) = -5$ (圖 D)



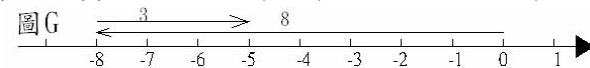
【範例 5】正數 - 負數： $8 - (-3) = 8 + 3 = 11$ (圖 E)



【範例 6】負數 - 正數： $-8 - 3 = -8 + (-3) = -(8 + 3) = -11$ (圖 F)



【範例 7】負數 - 負數： $-8 - (-3) = -8 + 3 = -(8 - 3) = -5$ (圖 G)



負數的乘除法：

1. 同號數相乘除其結果為正數。
2. 異號數相乘除其結果為負數。

【範例】： $4 \times 2 = 8$ ； $4 \div 2 = 2$

【範例】： $(-4) \times (-2) = 8$ ； $(-4) \div (-2) = 2$

【範例】： $4 \times (-2) = -8$ ； $(-4) \times 2 = -8$ ； $4 \div (-2) = -2$ ； $(-4) \div 2 = -2$

口訣 = 負正得負；負負得正

正、負分數的四則運算：

【範例】：正、負分數的加法：

$$\left(-\frac{2}{7}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) = \left(-\frac{6}{21}\right) + \left(-\frac{7}{21}\right) = -\left(\frac{6+7}{21}\right) = -\frac{13}{21}。$$

【範例】：正、負分數的減法：

$$\left(-\frac{4}{5}\right) - \left(-\frac{3}{4}\right) = \left(-\frac{16}{20}\right) - \left(-\frac{15}{20}\right) = -\frac{16}{20} + \frac{15}{20} = -\frac{1}{20}。$$

【範例】：正、負分數的乘法：

$$\left(-\frac{4}{9}\right) \times \frac{7}{12} = -\left(\frac{4 \times 7}{9 \times 12}\right) = -\left(\frac{1 \times 7}{9 \times 3}\right) = -\frac{7}{27}$$

$$\left(-\frac{5}{8}\right) \times \left(-\frac{4}{15}\right) = \frac{5 \times 4}{8 \times 15} = \frac{1 \times 1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}。$$

【範例】：正、負分數的除法：

1. 若兩數相乘等於1，則稱此兩數互為倒數。

2. 除以一個分數等於乘上此分數的倒數， $\frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \times \frac{c}{d} = \frac{b \times c}{a \times d}$ 。

例如：(1) $\left(-\frac{3}{7}\right) \div \frac{4}{5} = -\left(\frac{3}{7} \times \frac{5}{4}\right) = -\frac{15}{28}$ ，其中 $\frac{4}{5}$ 的倒數為 $\frac{5}{4}$ 。

$$(2) \frac{4}{9} \div \left(-\frac{2}{15}\right) = \frac{4}{9} \times \left(-\frac{15}{2}\right) = -\left(\frac{4}{9} \times \frac{15}{2}\right) = -\frac{5}{3}，$$

其中 $-\frac{2}{15}$ 的倒數為 $-\frac{15}{2}$ 。

正、負小數的四則運算：

【範例】：請求出下列各題的答案：

$$(1) -5.4 + (-3.8) \quad (2) 3.18 + (-25.18) \quad (3) -10.25 - (-5.75)$$

$$\text{解} : (1) -5.4 + (-3.8) = -(5.4 + 3.8) = -9.2$$

$$(2) 3.18 + (-25.18) = 3.18 - 25.18 = -22$$

$$(3) -10.25 - (-5.75) = -10.25 + 5.75 = -(10.25 - 5.75) = -4.5$$

【範例】：(1) $-0.25 \times (-6) = ?$ (2) $(-12.75) \div 1.5 = ?$

$$\text{解} : (1) -0.25 \times (-6) = 0.25 \times 6 = 1.5$$

$$(2) (-12.75) \div 1.5 = -(12.75 \div 1.5) = -8.5$$

分數與小數的混合四則運算：

通常是先將小數化成分數的形式，再作四則運算。

【範例】：(1) $2.25 \times \left(-\frac{1}{15}\right) = ?$ (2) $(-1.2) \times \frac{1}{5} \div \left(-\frac{2}{3}\right) = ?$

$$\text{解} : (1) 2.25 \times \left(-\frac{1}{15}\right) = -\left(2.25 \times \frac{1}{15}\right) = -0.15$$

$$(2) (-1.2) \times \frac{1}{5} \div \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{12}{10} \times \frac{1}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{3}{1} = \frac{9}{25}$$



小 試 身 手

【例題 1】

求下列各值：

$$(1) (-235) + 445 = 210$$

$$(2) 753 + (-233) + (-515) = 5$$

【例題 3】

求下列各值：

$$(1) \frac{5}{12} + \frac{11}{36} = \frac{13}{18}$$

$$(2) -\frac{11}{28} + \left(-\frac{7}{15}\right) = -\frac{361}{320}$$

$$(3) -\frac{7}{11} - \frac{5}{13} = -\frac{146}{143}$$

$$(4) -\frac{12}{13} + \frac{10}{17} = -\frac{74}{221}$$

【例題 5】

求下列各值：

$$(1) 25 \times (-15) = -375 \quad (2) -45 \div 15 = -3$$

$$(3) -120 \times (-6) = 720 \quad (4) -12 \times 7 \times (-15) \\ = 60 \times 21 = 1260$$

【例題 2】

求下列各值：

$$(1) (-513) + (-937) = -1450$$

$$(2) (-526) + (-193) + (-911) = -1630$$

【例題 4】

求下列各值：

$$(1) -\frac{12}{21} + \frac{11}{28} = -\frac{5}{28}$$

$$(2) \frac{11}{36} - \frac{11}{28} = -\frac{11}{126}$$

$$(3) -\frac{12}{121} + \frac{25}{33} = \frac{239}{363}$$

$$(4) -\frac{5}{24} + \left(-\frac{7}{15}\right) - \frac{27}{60} = -\frac{9}{8}$$

【例題 6】

求下列各值：

$$(1) -20 \times (-15) = 300 \quad (2) -90 \div 15 = -6$$

$$(3) -35 \times (-17) = 595 \quad (4) -1088 \div (-34) \div 2 \\ = 32 \div 2 = 16$$

【例題 7】

求下列各式的值：

$$(1) -\frac{5}{28} \times \left(-\frac{7}{15}\right) = \frac{1}{12}$$

$$(2) -\frac{25}{121} \div \frac{5}{66} = -\frac{30}{11}$$

$$(3) -\frac{16}{39} \times \frac{10}{34} \div \frac{15}{26} = -\frac{32}{153}$$

【例題 9】

數線上 P(-11)、R(9)，在 P、R 之間找一點 Q，使得 P 與 Q 的距離是 Q 與 R 的 3 倍，求 Q 點所代表的數。



答：Q 點所代表的數為 4。

【例題 11】

股票市場星期一下跌 110 點，星期二上漲 95 點，星期三又上漲 13 點，星期四下跌 27 點，星期五上漲 39 點，請問本週統計後共上漲或下跌多少點？

$$\begin{aligned} \text{解：} & (-110) + 95 + 13 + (-27) + 39 \\ & = 10 \end{aligned}$$

答：上漲 10 點。

【例題 8】

求下列各式的值

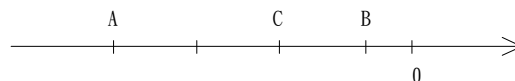
$$(1) -\frac{36}{69} \div \left(-\frac{48}{49}\right) = \frac{49}{12}$$

$$(2) -\frac{74}{168} \times \left(-\frac{252}{259}\right) = \frac{3}{7}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad & \frac{5}{24} \times \frac{36}{125} + \left(-\frac{6}{72}\right) \div \frac{7}{216} \\ & = \frac{3}{50} - \frac{18}{7} = -\frac{127}{50} \end{aligned}$$

【例題 10】

數線上 A(-24)、B(-6)，在 A、B 之間找一點 C，使得 A 與 C 的距離是 C 與 B 的 2 倍，求 C 點所代表的數。



答：C 點所代表的數為 -12。

【例題 12】

有一面牆高 180 公分，一隻蝸牛在牆上某處，第一天往上爬 45 公分，第二天下滑 19 公分，第三天往上爬 44 公分，第四天又下滑 21 公分，第五天再度往上爬 50 公分才到達牆頂，請問蝸牛開始的位置離地面多少公分？

$$\begin{aligned} \text{解：} & \because \square + 45 - 19 + 44 - 21 + 50 = 180 \\ & \therefore \square = 81 \end{aligned}$$

答：蝸牛開始的位置離地面 180 公分。

【例題 13】

有一隻青蛙在數線上座標為 -4 的A點開始向右跳，每次跳躍的距離都相等，方向不變，跳第三次時，落在座標為 5 的B點，若跳 20 次時，會落在C點，請問C點的座標為何？

$$\text{解：} \because 5 - (-4) = 9$$

$$9 \div 3 = 3$$

$$\therefore -4 + 3 \times 20 = 56$$

答：C點的座標為 56 。

【例題 15】

$$\begin{aligned} & 5\frac{4}{9} \times 4\frac{29}{49} \div (-1\frac{1}{4}) \\ &= \frac{49}{9} \times \frac{225}{49} \times (-\frac{4}{5}) = -20 \end{aligned}$$

【例題 17】

一條繩子分成 5 等分，已知 2 等分的長度是 $\frac{32}{5}$ 公尺，問繩子全長多少公尺？

$$\begin{aligned} \text{解：} \text{繩子全長為 } & \frac{32}{5} \div 2 \times 5 \\ &= 16 \end{aligned}$$

答：繩子全長 16 公尺。

【例題 14】

若甲數比 (-16) 大 (-5) ，而乙數比 (-4) 小 7 ，請問甲數 \times 乙數為多少？

$$\text{解：甲數} = (-16) + (-5) = -21$$

$$\text{乙數} = (-4) - 7 = -11,$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{甲數} \times \text{乙數} &= (-21) \times (-11) \\ &= 231 \end{aligned}$$

答：數 \times 乙數為 231 。

【例題 16】

$$\begin{aligned} & (-2\frac{1}{2}) \div (-4\frac{17}{27}) \times (-50) \\ &= -\frac{5}{2} \times \frac{27}{125} \times (-50) = -27 \end{aligned}$$

【例題 18】

水果店老闆買進一箱重 30 公斤蘋果，成本為 600 元，其中 $\frac{3}{4}$ 公斤壞掉不賣，剩下的 $\frac{1}{3}$ 為較大的以每公斤 36 元賣出，其餘的每公斤賣 24 元，若全部賣完可以賺多少元？

$$\begin{aligned} \text{解：} & (30 - \frac{3}{4}) \times \frac{1}{3} \times 36 + (30 - \frac{3}{4}) \times \frac{2}{3} \times 24 \\ &= (30 - \frac{3}{4}) \times (12 + 16) = 819 \end{aligned}$$

$$\therefore 819 - 600 = 219$$

答：全部賣完可以賺 219 元。



正負數加法練習

一、寫出下列各式的結果：(正數加正數)

1. $452 + 168 = \underline{620}$ 。
2. $328 + 392 = \underline{720}$ 。
3. $\frac{3}{8} + \frac{1}{6} = \underline{\frac{13}{24}}$ 。
4. $\frac{2}{13} + \frac{3}{7} = \underline{\frac{53}{91}}$ 。

二、寫出下列各式的結果：(正數加負數)

1. $100 + (-77) = \underline{23}$ 。
2. $225 + (-124) = \underline{101}$ 。
3. $325 + (-119) = \underline{206}$ 。
4. $261 + (-237) = \underline{24}$ 。
5. $\frac{5}{9} + (-\frac{7}{12}) = \underline{-\frac{1}{36}}$ 。
6. $\frac{4}{5} + (-\frac{7}{11}) = \underline{-\frac{9}{55}}$ 。
7. $1\frac{3}{7} + (-\frac{6}{11}) = \underline{\frac{68}{77}}$ 。
8. $\frac{1}{11} + (-\frac{5}{7}) = \underline{-\frac{48}{77}}$ 。

三、寫出下列各式的結果：(負數加正數)

1. $(-200) + 167 = \underline{-23}$ 。
2. $(-456) + 288 = \underline{-168}$ 。
3. $(-999) + 199 = \underline{-800}$ 。
4. $(-876) + 128 = \underline{-748}$ 。
5. $(-\frac{7}{12}) + \frac{5}{7} = \underline{\frac{11}{84}}$ 。
6. $(-\frac{2}{11}) + \frac{1}{9} = \underline{-\frac{7}{99}}$ 。
7. $(-\frac{1}{9}) + \frac{5}{36} = \underline{\frac{1}{36}}$ 。
8. $(-\frac{5}{12}) + \frac{4}{7} = \underline{\frac{13}{84}}$ 。

四、寫出下列各式的結果：(負數加負數)

1. $(-25) + (-53) = \underline{-78}$ 。
2. $(-95) + (-215) = \underline{-310}$ 。
3. $(-230) + (-26) = \underline{-256}$ 。
4. $(-326) + (-97) = \underline{-423}$ 。
5. $(-\frac{11}{36}) + (-\frac{7}{12}) = \underline{-\frac{8}{9}}$ 。
6. $(-\frac{11}{12}) + (-\frac{2}{11}) = \underline{-\frac{145}{132}}$ 。
7. $(-\frac{1}{19}) + (-\frac{9}{39}) = \underline{-\frac{70}{247}}$ 。
8. $(-\frac{7}{23}) + (-\frac{11}{69}) = \underline{-\frac{32}{69}}$ 。

五、寫出下列各式的結果：(綜合練習)

1. $32 + (-18) + 55 = \underline{69}$ 。
2. $(-66) + (-94) + 127 = \underline{-33}$ 。
3. $82 + (-74) + (-106) = \underline{-98}$ 。
4. $45 + 126 + (-77) = \underline{94}$ 。
5. $(-\frac{1}{2}) + (-\frac{1}{3}) + (-\frac{1}{5}) + (-\frac{1}{7}) = \underline{-\frac{247}{210}}$ 。
6. $(-\frac{5}{8}) + \frac{1}{6} + \frac{7}{12} + (-\frac{5}{18}) = \underline{-\frac{11}{72}}$ 。



正負數減法練習

一、寫出下列各式的結果：(正數減正數)

1. $125 - 59 = \underline{66}$ 。
2. $518 - 223 = \underline{295}$ 。
3. $225 - 89 = \underline{136}$ 。
4. $549 - 747 = \underline{-198}$ 。
5. $\frac{17}{39} - \frac{36}{78} = \underline{-\frac{1}{39}}$ 。
6. $\frac{12}{121} - \frac{7}{66} = \underline{-\frac{5}{726}}$ 。

二、寫出下列各式的結果：(正數減負數)

1. $99 - (-88) = \underline{187}$ 。
2. $17 - (-26) = \underline{43}$ 。
3. $\frac{12}{21} - (-\frac{7}{28}) = \underline{\frac{23}{28}}$ 。
4. $\frac{23}{72} - (-\frac{11}{36}) = \underline{\frac{5}{8}}$ 。
5. $\frac{24}{81} - (-\frac{11}{27}) = \underline{\frac{19}{27}}$ 。
6. $\frac{35}{188} - (-\frac{3}{47}) = \underline{\frac{1}{4}}$ 。

三、寫出下列各式的結果：(負數減正數)

1. $(-68) - 11 = \underline{-79}$ 。
2. $(-265) - 26 = \underline{-291}$ 。
3. $(-209) - 510 = \underline{-719}$ 。
4. $(-317) - 183 = \underline{-500}$ 。
5. $(-\frac{4}{12}) - \frac{7}{15} = \underline{-\frac{4}{5}}$ 。
6. $(-\frac{7}{36}) - \frac{5}{21} = \underline{-\frac{11}{18}}$ 。

四、寫出下列各式的結果：(負數減負數)

1. $(-48) - (-77) = \underline{29}$ 。
2. $(-88) - (-39) = \underline{-49}$ 。
3. $(-15) - (-96) = \underline{81}$ 。
4. $(-71) - (-67) = \underline{-4}$ 。
5. $(-\frac{15}{121}) - (-\frac{7}{11}) = \underline{\frac{62}{121}}$ 。
6. $(-\frac{11}{21}) - (-\frac{11}{30}) = \underline{-\frac{11}{70}}$ 。

五、寫出下列各式的結果：(綜合練習)

1. $-\frac{5}{8} + (-\frac{7}{9}) - \frac{23}{72} = \underline{-\frac{31}{18}}$ 。
2. $(-229) - 111 - (-80) = \underline{-260}$ 。
3. $-\frac{15}{28} + (-\frac{12}{49}) - \frac{25}{42} = \underline{-\frac{809}{588}}$ 。
4. $96 - (-88) - 34 = \underline{150}$ 。
5. $120 - (-102) - [(-30) - (-54)] = \underline{198}$ 。
6. $-\frac{27}{81} + (-\frac{12}{18}) - \frac{23}{36} = \underline{-\frac{59}{36}}$ 。



正負數乘除法練習

一、寫出下列各式的結果：(乘法)

口訣：正正得正、負負得正、負正得負、正負得負。

1. $11 \times 9 = \underline{99}$ 。
2. $(-19) \times 3 = \underline{-57}$ 。
3. $(-11) \times (-7) = \underline{77}$ 。
4. $32 \times (-7) = \underline{-224}$ 。
5. $\frac{11}{36} \times (-\frac{5}{66}) = \underline{-\frac{5}{216}}$ 。
6. $(-\frac{27}{60}) \times (-\frac{66}{36}) = \underline{\frac{33}{40}}$ 。
7. $(-\frac{7}{11}) \times (-\frac{26}{35}) = \underline{\frac{26}{55}}$ 。
8. $0 \times (-\frac{12}{81}) = \underline{0}$ 。

二、寫出下列各式的結果：(除法)

口訣：正正得正、負負得正、負正得負、正負得負。

1. $72 \div 3 = \underline{24}$ 。
2. $(-2356) \div (-6) = \underline{394}$ 。
3. $275 \div (-5) = \underline{-55}$ 。
4. $(-165) \div 11 = \underline{-15}$ 。
5. $0 \div (-\frac{12}{121}) = \underline{0}$ 。
6. $\frac{180}{221} \div (-\frac{63}{153}) = \underline{-\frac{180}{91}}$ 。
7. $(-\frac{25}{121}) \div (-\frac{5}{66}) = \underline{\frac{30}{11}}$ 。
8. $(-\frac{12}{121}) \div \frac{4}{33} = \underline{-\frac{9}{11}}$ 。

三、寫出下列各式的結果：(綜合練習)

1. $-\frac{12}{13} \div (-\frac{20}{221}) + \frac{10}{17} \div (-\frac{20}{221}) = \underline{-\frac{37}{10}}$ 。
2. $\frac{5}{24} \times \frac{36}{125} + (-\frac{6}{72}) \div \frac{7}{216} = \underline{-\frac{127}{50}}$ 。
3. $-\frac{7}{11} \times (-\frac{26}{35}) \times \frac{5}{13} = \underline{\frac{2}{11}}$ 。
4. $-\frac{12}{13} \times \frac{10}{17} \div \frac{5}{13} = \underline{-\frac{24}{17}}$ 。
5. $\frac{7}{12} \times \frac{3}{8} - (-\frac{6}{72}) \times \frac{63}{216} = \underline{\frac{7}{36}}$ 。
6. $48 \times (\frac{7}{12} + \frac{7}{8}) = \underline{70}$ 。
7. $\frac{7}{12} \times (\frac{24}{49} + \frac{5}{7}) = \underline{\frac{59}{84}}$ 。
8. $-\frac{48}{91} \div (-\frac{180}{663}) + \frac{10}{13} \div (-\frac{180}{663}) = \underline{-\frac{187}{210}}$ 。



正負數四則運算

一、寫出下列各式的結果：

1. $315 + (-234) + (-53) = \underline{28}$ 。

2. $-(-77) + (-33) - (-57) = \underline{101}$ 。

3. $2 - (-4) + 6 - (-8) - 10 + 12 = \underline{22}$ 。

4. $-(-3) + (-16) - (-32) + 24 = \underline{43}$ 。

5. $(-\frac{2}{3}) \times \frac{13}{16} \times (-\frac{8}{27}) = \underline{-\frac{13}{81}}$ 。

6. $(-\frac{4}{9}) \div \frac{7}{3} = \underline{-\frac{4}{21}}$ 。

7. $3\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} \div (-\frac{2}{3}) = \underline{-\frac{15}{4}}$ 。

8. $7 \times \frac{1}{3} - \frac{4}{5} \times (3 + \frac{1}{3}) = \underline{-\frac{1}{3}}$ 。

9. $(-5.5) + 4.5 \times (-\frac{1}{12}) = \underline{-\frac{47}{8}}$ 。

10. $(-\frac{8}{47}) \times 23 + (-\frac{8}{47}) \div \frac{1}{24} = \underline{-8}$ 。

二、寫出下列各式的結果：(先乘除後加減)

1. $\frac{2}{5} \times (-\frac{3}{4}) = \underline{-\frac{3}{10}}$ 。

2. $\frac{4}{7} \times (-\frac{3}{4}) \times (-1\frac{3}{4}) = \underline{\frac{3}{4}}$ 。

3. $\frac{7}{8} \div (-1\frac{3}{4}) = \underline{-\frac{1}{2}}$ 。

4. $10 - 2 \times \frac{7}{8} \div (-1\frac{3}{4}) = \underline{11}$ 。

5. $(-8) \div (-\frac{16}{9}) + 7 \times (-\frac{3}{14}) = \underline{3}$ 。

6. $3.3 \div (1\frac{1}{2}) - 4 \times (-2\frac{3}{4}) = \underline{\frac{66}{5}}$ 。

7. $2\frac{2}{3} \div (-1\frac{2}{3}) - (-\frac{1}{2}) \times (-\frac{2}{3}) = \underline{-\frac{29}{15}}$ 。

8. $[(-1\frac{5}{6}) - (-\frac{1}{6})] \div [\frac{2}{3} + (-\frac{1}{9})] = \underline{-3}$ 。

絕對值

【範例】：大寶體重 50 公斤，小寶體重 40 公斤，請問大寶和小寶體重相差多少公斤？

說明：

在這個範例中，可以用大寶體重減小寶體重： $50 - 40 = 10$ （公斤）

所以，大寶比小寶重 10 公斤。

也可以用小寶體重減大寶體重： $40 - 50 = -10$ （公斤）

小寶比大寶輕 10 公斤。

但我們所要答案是大小寶相差多少公斤，跟誰重誰輕並沒有關係，

所以，我們將 10 定義為 $(+10)$ 以及 (-10) 的絕對值。

換句話說，一個數的絕對值就是不考慮他前面的「+」、「-」號所得到的數。

【範例】：-5 的絕對值是 5，而 5 的絕對值也是 5。

絕對值：

當一個數不考慮其正負數所得之值，為此數的絕對值，以“ $|x|$ ”表示。

例如： $|-2| = 2$ ， $|2| = 2$ 。

另外，絕對值也可以表示為，一個數在數線上表示的點與原點的距離，叫做這個數的絕對值，以符號“ $| \quad |$ ”表示。

【範例】：如下圖 A 點與原點的距離為 2， $|2 - 0| = 2$ ，所以 2 的絕對值是 2，

記成 $|2| = 2$ ；

B 點與原點的距離為 2， $|0 - 2| = |-2| = 2$ ，所以 -2 的絕對值是 2，

記成 $|-2| = 2$ 。

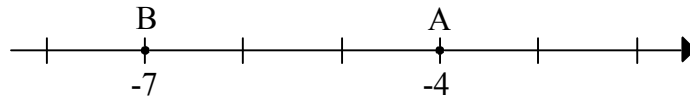


【範例】： $|-2 \times 3| = |-6| = 6$ ，所以 (-2×3) 的絕對值是在數線上 6 的位置。

【範例】： $|-4 + 2| = |-2| = 2$ ，所以 $(-4 + 2)$ 的絕對值是在數線上 2 的位置。

利用絕對值來表示數線上兩點的距離。

$\overline{AB} = |A - B|$ 下面數線 $A(-7)$ 、 $B(-4)$ ，則 $\overline{AB} = |(-7) - (-4)| = |-3| = 3$ ，
或是 $\overline{AB} = |(-4) - (-7)| = |-4 + 7| = |3| = 3$ ，



【範例】：若 $|a| = 4$ ，則 $a = 4$ 或 -4 。

【範例】：數線上絕對值小於 5 的整數有哪些？

解： $|x| < 5$ ， $-5 < x < 5$ ，

故有整數 -4 、 -3 、 -2 、 -1 、 0 、 1 、 2 、 3 、 4 。

結論：1. $|x| = |-x|$ ，例如： $|3| = |-3|$ 。

2. $|x| \geq 0$ ，例如： $|3| = |-3| = 3 > 0$ 。

3. $|x| = \begin{cases} x & \text{如果 } x \geq 0 \\ -x & \text{如果 } x < 0 \end{cases}$ 。

4. $|x - y| = |y - x|$ ，例如： $|3 - 2| = |2 - 3| = 1$ 。

有關絕對值的運算：

當算式有兩層絕對值的時候，先計算內層的絕對值，再往外計算外層的絕對值。

【範例】：計算 $|7 - |4 - 3|| = ?$

解： $|7 - |3 - 4|| = |7 - |-1||$
 $= |7 - 1|$
 $= |6|$
 $= 6$

答： $|7 - |4 - 3|| = 6$ 。

【範例】：計算 $||3 - 8| - |8 - 9|| = ?$

解： $||3 - 8| - |8 - 9|| = ||-5| - |-1||$
 $= |5 - 1|$
 $= |4|$
 $= 4$

答： $||3 - 8| - |8 - 9|| = 4$ 。

【範例】：計算 $||3-|-4-3|+2|-|8-12||=?$

$$\begin{aligned} \text{解} : ||3-|-4-3|+2|-|8-12|| &= ||3-|-7|+2|-|-4|| \\ &= ||3-7+2|-4| \\ &= ||-2|-4| \\ &= |2-4| \\ &= |-2| \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\text{答} : ||3-|-4-3|+2|-|8-12||=2。$$

【範例】：已知 $|x+5|+|y-3|=0$ ，求 $x+y=?$

解：因為絕對值出來的數一定大於或是等於0
 所以 $|x+5| \geq 0$ 且 $|y-3| \geq 0$
 故 $x+5=0$ 且 $y-3=0$
 所以 $x=-5$ 、 $y=3$ 即 $x+y=-2$

【範例】：已知 $-3 \leq x \leq 6$ ，則 $|x+4|+|x+5|=$

$$\begin{aligned} \text{解} : & \\ \text{⊕} & -3 \leq x \leq 6 \\ \therefore & x+4 \geq 0 \text{ 且 } x+5 \geq 0 \\ \text{所以去絕對值時不必加負號} & \\ & |x+4|+|x+5| \\ & = (x+4)+(x+5) \\ & = x+4+x+5 \\ & = 2x+9 \end{aligned}$$

【範例】：已知 $-9 \leq x \leq 3$ ，則 $|x-4|+|x+10|=$

$$\begin{aligned} \text{解} : & \\ \text{⊕} & -9 \leq x \leq 3 \\ \therefore & x-4 \leq 0 \text{ 且 } x+10 \geq 0 \\ \text{所以} & |x-4| \text{ 去絕對值時要加負號，} |x+10| \text{ 則不必加負號} \\ & |x-4|+|x+10| \\ & = -(x-4)+(x+10) \\ & = -x+4+x+10 \\ & = 14 \end{aligned}$$

絕對值不等式：

若已知 a 、 b 兩數，則將 a 、 b 掛絕對值後有下列兩個不等式恆成立。

1. $|a|+|b| \geq |a+b|$
2. $|a|-|b| \leq |a-b|$

說明：

1. 我們假設 4 種情況

情況 1： $a \geq 0$ 且 $b \geq 0$

$$\begin{aligned} \text{則 } |a| + |b| &= a + b = |a + b| \\ \text{符合式子 } |a| + |b| &\geq |a + b| \end{aligned}$$

情況 2： $a \geq 0$ 且 $b \leq 0$

$$\begin{aligned} \text{則 } |a| + |b| &= a - b \geq a + b = |a + b| \\ \text{符合式子 } |a| + |b| &\geq |a + b| \end{aligned}$$

情況 3： $a \leq 0$ 且 $b \geq 0$

$$\begin{aligned} \text{則 } |a| + |b| &= b - a \geq a + b = |a + b| \\ \text{符合式子 } |a| + |b| &\geq |a + b| \end{aligned}$$

情況 4： $a \leq 0$ 且 $b \leq 0$

$$\begin{aligned} \text{則 } |a| + |b| &= -a - b \geq a + b = |a + b| \\ \text{符合式子 } |a| + |b| &\geq |a + b| \end{aligned}$$

【範例】：已知式子 $|x+3| + |x-2|$ ，則當 x 為多少時，式子有最小值？

解：

$$\ominus |a| + |b| \geq |a \pm b|$$

$$\therefore |x+3| + |x-2| \geq |(x+3) + (x-2)|$$

所以當 $(x+3) + (x-2) = 0$ 時，式子有最小值

$$(x+3) + (x-2) = 0$$

$$2x+1=0$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

所以式子的最小值為 0



小 試 身 手

【例題 1】

將大於符號“>”或小於符號“<”或等於“=”符號，填入下列空格：

$$(1) |3| \underline{\quad} = \underline{\quad} 3$$

$$(2) |-5| \underline{\quad} > \underline{\quad} -5$$

$$(3) \left| -5\frac{1}{3} \right| \underline{\quad} > \underline{\quad} \left| 4\frac{1}{3} \right|$$

$$(4) \left| 3\frac{7}{8} \right| \underline{\quad} = \underline{\quad} |-3.875|$$

【例題 3】

(1) 試分別寫出 -2 、 8 、 -7 的絕對值。

(2) 若 $|甲| = 4.5$ ，請問甲是多少？

答：(1) $|-2| = 2$ 、 $|8| = 8$ 、 $|-7| = 7$

(2) 甲是 ± 4.5 。

【例題 5】

作一條數線，並在數線上標出絕對值小於 6 的所有整數點。

答： 0 、 ± 1 、 ± 2 、 ± 3 、 ± 4 、 ± 5 。

【例題 7】

求下列各式的值：

$$(1) |-5| = \underline{5}。$$

$$(2) -|-5| = \underline{-5}。$$

$$(3) \left| -2\frac{1}{3} \right| = \underline{2\frac{1}{3}}。$$

$$(4) |-4 \times 3| = \underline{12}。$$

$$(5) |3 + (-2 \times 6)| = \underline{9}。$$

【例題 2】

將大於符號“>”或小於符號“<”或等於“=”符號，填入下列空格：

$$(1) |7.2| \underline{\quad} = \underline{\quad} 7.2$$

$$(2) |-6| \underline{\quad} > \underline{\quad} -6$$

$$(3) |5.84| \underline{\quad} = \underline{\quad} |-5.84|$$

$$(4) \left| -5\frac{3}{4} \right| \underline{\quad} = \underline{\quad} |5.75|$$

【例題 4】

(1) 試分別寫出 -3.9 、 4 、 -5 的絕對值。

(2) 若 $|甲| = 5$ ，請問甲是多少？

答：(1) $|-3.9| = 3.9$ 、 $|4| = 4$ 、

$|-5| = 5$ 。

(2) 甲是 ± 5 。

【例題 6】

作一條數線，並在數線上標出絕對值小於 5.5 的所有整數點。

答： 0 、 ± 1 、 ± 2 、 ± 3 、 ± 4 、 ± 5 。

【例題 8】

求下列各式的值：

$$(1) |0| = \underline{0}。$$

$$(2) -| -(-2.5) | = \underline{-2.5}。$$

$$(3) \left| -\frac{1}{7} + \frac{2}{5} \right| = \underline{\frac{9}{35}}。$$

$$(4) |-4| + |-8| = \underline{12}。$$

$$(5) |(-2 \times 3)| - |-4| = \underline{2}。$$

【例題 9】

將下列各數由小到大排列：

$$-2\frac{1}{4}、|-4|、|5|、-|-5.5|、|3\times 2|$$

答：

$$-|-5.5| < -2\frac{1}{4} < |-4| < |5| < |3\times 2|。$$

【例題 10】

將下列各數由小到大排列：

$$-1\frac{2}{3}、|-4\times\frac{1}{2}|、|5+(-2)|、|-2\times 2|、-|-4|$$

答：

$$-|-4| < -1\frac{2}{3} < |-4\times\frac{1}{2}| < |-2\times 2| < |5+(-2)|。$$

【例題 11】

計算下列各式的結果：

$$(1) |3+5-7| + |7+11-13| = ? \quad (2) |\frac{1}{2}-1| + |\frac{1}{3}-\frac{1}{2}| + |\frac{1}{4}-\frac{1}{3}| = ?$$

解：(1) $1+5=6$

$$(2) 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

【例題 12】

計算下列各式的結果：

$$(1) |93-86| + |86-79| + |63-79| = ? \quad (2) |\frac{1}{8}-\frac{1}{10}| + |\frac{1}{8}-\frac{1}{6}| + |\frac{1}{3}-\frac{1}{6}| = ?$$

解：(1) $93-86+86-79+79-63$
 $= 93-63=30$

$$(2) \frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{1}{10} = \frac{7}{30}$$

【例題 13】

有 A、B 兩點，中點為 3，中點與 A 點相距為 5，則 A、B 兩點的座標為何？

解：設 A 點的座標為 a，B 點的座標為 b，

$$\text{則 } |a-3| = 5 \quad \therefore a=3+5 \text{ 或 } a=3-5 \quad \text{即 } a=8 \text{ 或 } a=-2$$

$$\therefore \text{當 } a=8、\text{則 } \frac{8+b}{2} = 3, \therefore b=-2 \text{ 或}$$

$$\text{當 } a=-2、\frac{-2+b}{2} = 3, \therefore b=8$$

【例題 14】

若 a 、 b 為整數，且 $3|a-6| + |b+2| = 1$ ，則 $a = ?$ $b = ?$

解：∵ a 、 b 為整數，且 $3|a-6| + |b+2| = 1$

$$\therefore |a-6| = 0、|b+2| = 1$$

$$\therefore a=6、b=-1 \text{ 或 } -3$$

【例題 15】

求 $2\frac{2}{3} + |-4\frac{1}{2}| \div |\frac{25}{4} - |-\frac{7}{2}|| = ?$

$$\begin{aligned} \text{解：} & 2\frac{2}{3} + |-4\frac{1}{2}| \div |\frac{25}{4} - |-\frac{7}{2}|| \\ &= 2\frac{2}{3} + 4\frac{1}{2} \div |\frac{25}{4} - \frac{7}{2}| \\ &= \frac{16}{6} + \frac{27}{6} \div |\frac{25}{4} - \frac{14}{4}| \\ &= \frac{43}{6} \div \frac{11}{4} \\ &= \frac{43}{6} \times \frac{4}{11} \\ &= \frac{86}{33} \end{aligned}$$

【例題 16】

求 $|-\frac{1}{2}| - (-|-\frac{1}{4}|) + (|-3\frac{1}{2}| - |-2\frac{1}{4}|) \times \frac{4}{5} = ?$

$$\begin{aligned} \text{解：} & |-\frac{1}{2}| - (-|-\frac{1}{4}|) + (|-3\frac{1}{2}| - |-2\frac{1}{4}|) \times \frac{4}{5} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + (3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4}) \times \frac{4}{5} \\ &= \frac{3}{4} + \frac{5}{4} \times \frac{4}{5} \\ &= \frac{3}{4} + 1 \\ &= \frac{7}{4} \end{aligned}$$

【例題 17】

化簡 $|| 2-3 | -2 | + |-7-5| = ?$

$$\begin{aligned} \text{解：} \quad & || 2-3 | -2 | + |-7-5| \\ & = |1-2| + 12 \\ & = 1 + 12 \\ & = 13 \end{aligned}$$

【例題 18】

化簡 $|| -12+3 | -(-5) | + 3 \times | 2-8 | = ?$

$$\begin{aligned} \text{解：} \quad & || -12+3 | -(-5) | + 3 \times | 2-8 | \\ & = |9+5| + 3 \times 6 \\ & = 14 + 18 \\ & = 32 \end{aligned}$$

【例題 19】

已知 $-2 \leq x \leq 5$ ，則 $|x+2| + |x+5| =$

$$\begin{aligned} \text{解：} \quad & \ominus -2 \leq x \leq 5 \\ & \therefore x+2 \geq 0 \text{ 且 } x+5 \geq 0 \\ & \text{所以去絕對值時不必加負號} \\ & \quad |x+2| + |x+5| \\ & = (x+2) + (x+5) \\ & = x+2+x+5 \\ & = 2x+7 \end{aligned}$$

【例題 20】

已知 $-9 \leq x \leq -2$ ，則 $|x+1| + |x+18| =$

$$\begin{aligned} \text{解：} \quad & \ominus -9 \leq x \leq -2 \\ & \therefore x+1 \leq 0 \text{ 且 } x+18 \geq 0 \\ & \text{所以 } |x+1| \text{ 去絕對值時要加負號，} |x+18| \text{ 則不必加負號} \\ & \quad |x+1| + |x+18| \\ & = -(x+1) + (x+18) \\ & = -x-1+x+18 \\ & = 17 \end{aligned}$$