

指數律與科學記號

指數律

【範例】：草履蟲每 6 小時會自身分裂來進行繁殖，下表是草履蟲繁殖 36 小時的紀錄情形。

請問 36 小時後草履蟲的繁殖數量為多少隻？

時間	0	6 小時	12 小時	18 小時	24 小時	30 小時	36 小時
草履蟲數量	1	2	2×2	4×2	8×2	16×2	?

解：

我們可以使用乘法簡記：

$$2 \times 2 = 2^2$$

$$4 \times 2 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

$$8 \times 2 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$$

$$16 \times 2 = 2^4 \times 2 = 2^5$$

$$32 \times 2 = 2^5 \times 2 = 2^6 \quad \therefore \text{答：有 } 2^6 \text{ 隻。}$$

乘方(次方)的意義：

同一個數的本身連乘若干次叫做「自乘」，所得到的積叫做此數的乘方(或次方)。

【範例】： $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{32}{243}$ 。

【範例】： $(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = (-3)^4 = 81$ 。

【範例】： $(-5) \times (-5) \times (-5) = (-5)^3 = -125$ 。

【範例】： $\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3} = -\frac{8}{27}$ 。

【範例】： $(0.1) \times (0.1) \times (0.1) = (0.1)^3 = 0.001$ 。

【範例】： $(-1.1) \times (-1.1) \times (-1.1) = (-1.1)^3 = -1.331$ 。

乘方(次方)的讀法：

一般來說，將一個數 a 連乘 n 次所得的積記為 a^n ，讀作「 a 的 n 次方」，我們稱 a 為乘方(或次方)的底數(或簡稱底)， n 為指數。

【範例】： 2^6 讀作：「2 的 6 次方」。

【範例】： $(-5)^3$ 讀作：「負 5 的 3 次方」。

【範例】： $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$ 讀作：「負三分之二的 3 次方」。

指數律運算規則：

若 m 、 n 都是正整數(或 0)，且 $m \geq n$ 、 $a \neq 0$ ，則：

$$1. a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$2. a^m \div a^n = a^{m-n}$$

【範例】： $(\frac{2}{3})^3 \times (\frac{2}{3})^2 = (\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}) \times (\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}) = (\frac{2}{3})^5 = (\frac{2}{3})^{3+2}$ 。

【範例】： $(-5)^3 \times (-5) = (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) = (-5)^4 = (-5)^{3+1}$ 。

【範例】： $(5)^3 \div (5)^2 = \frac{5 \times 5 \times 5}{5 \times 5} = 5 = 5^{3-2}$ 。

【範例】： $(-1.1)^4 \div (-1.1)^2 = (-1.1)^{4-2} = (-1.1)^2 = 1.21$ 。

附註： $(7)^3 \div (7)^3 = \frac{7 \times 7 \times 7}{7 \times 7 \times 7} = 1 = (7)^{3-3} = 7^0$ ，因此我們規定 $a^0 = 1$ 。

由於 a^0 的規定是依據兩個數相除得來的，而除數不能為 0，所以 a 必須不為 0，因此，對任意不為 0 的數 a ，我們規定 $a^0 = 1$ 。

【範例】： $(-5)^0 = 1$ 。

【範例】： $(-5)^0 \times (-3.25)^0 \times (-7)^3 = 1 \times 1 \times (-343) = -343$ 。

若 m 、 n 都是正整數(或 0)，且 $b \neq 0$ 、 $a \neq 0$ ，則：

$$3. a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (\text{因為 } \frac{1}{a^n} = a^0 \div a^n = 1 \div a^n = a^{0-n} = a^{-n})$$

$$4. (a^m)^n = a^{m \times n}$$

$$5. (a \times b)^m = a^m \times b^m$$

【範例】： $(6^3)^2 = (6 \times 6 \times 6) \times (6 \times 6 \times 6) = 6^6 = 6^{3 \times 2}$ 。

【範例】： $[(-5)^3]^2 = [(-5) \times (-5) \times (-5)] \times [(-5) \times (-5) \times (-5)]$
 $= (-5)^6 = (-5)^{3 \times 2}$ 。

【範例】： $(6^{-3})^2 = (\frac{1}{6^3})^2 = \frac{1}{6^3} \times \frac{1}{6^3} = \frac{1}{6^3 \times 6^3} = \frac{1}{6^6} = 6^{-6}$ 。

【範例】： $(4^5)^{-2} = \frac{1}{(4^5)^2} = \frac{1}{4^{10}} = 4^{-10}$ 。

$$\begin{aligned} \text{【範例】: } [(-5) \times 2]^3 &= [(-5) \times 2] \times [(-5) \times 2] \times [(-5) \times 2] \\ &= (-5) \times (-5) \times (-5) \times 2 \times 2 \times 2 \\ &= (-5)^3 \times 2^3。 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{【範例】: } (-2)^3 \times 6^2 \times (-2)^5 \times 6^{-4} &= (-2)^3 \times (-2)^5 \times 6^2 \times 6^{-4} \\ &= (-2)^8 \times 6^{-2} \\ &= (-2)^8 \times (2 \times 3)^{-2} \\ &= 2^8 \times 2^{-2} \times 3^{-2} \\ &= \frac{2^6}{3^2} \end{aligned}$$

有關乘方(或次方)正負數的判別：

【範例】：比較看看下列各乘方的解：

$$(-2)^2、(-2)^3、(-2)^4、(-2)^5、(-2)^6、(-2)^7。$$

解： $(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = 4。$

$$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8。$$

$$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16。$$

$$(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32。$$

$$(-2)^6 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 64。$$

$$(-2)^7 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -128。$$

所以，由上面的例子可得知： $(-a)^n$ ， $a > 0$ 且 $n > 0$ 則

1. 若 n 為偶數，則 $(-a)^n > 0$ 。

2. 若 n 為奇數，則 $(-a)^n < 0$ 。

有關指數律運算的應用：

【範例】：比較看看 $(-2)^4$ 和 -2^4 是否相等？

解： $(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16，$

但 $-2^4 = -(2^4) = -(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) = -16。$

所以 $(-2)^4$ 和 -2^4 是不相等的。

答： $(-2)^4 \neq -2^4$ 。

備註：在此範例中 (-2^4) 和 -2^4 試相等的，所以 $-2^4 = -(2^4) = -16$ 。

【範例】：下列各題何者為正、何者為負？

(1) $(-3)^{100}$ (2) $(-\frac{2}{3})^{99}$ (3) $(-99)^0$ (4) $-(\frac{1}{5})^{98}$

解：為正的是：(1) $(-3)^{100}$ 、 $(-99)^0$ 。 $\because (-99)^0 = 1$ 。

為負的是：(2) $(-\frac{2}{3})^{99}$ 、(4) $-(\frac{1}{5})^{98}$ 。

【範例】： 請求出下列各題的解：

$$(1) 2^7 \times 3^5 \div 6^3 \qquad (2) 3^{10} \times 5^{11} \times 11^7 \div 15^7$$

解：(1) $2^7 \times 3^5 \div 6^3 = (2^4 \times 2^3) \times (3^2 \times 3^3) \div 6^3$
 $= (2^4 \times 3^2) \times (2^3 \times 3^3) \div 6^3$
 $= (2^4 \times 3^2) \times 6^3 \div 6^3$
 $= 2^4 \times 3^2$

(2) $3^{10} \times 5^{11} \times 11^7 \div 15^7 = (3^7 \times 5^7) \times 3^3 \times 5^4 \times 11^7 \div 15^7$
 $= 15^7 \times 3^3 \times 5^4 \times 11^7 \div 15^7$
 $= 3^3 \times 5^4 \times 11^7$

答：(1) $2^7 \times 3^5 \div 6^3 = 2^4 \times 3^2$ 。 (2) $3^{10} \times 5^{11} \times 11^7 \div 15^7$ 。

底數為分數的運算：

【範例】： 請求出下列各題的解：

$$(1) \left(-\frac{4}{3}\right)^3 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 \qquad (2) \frac{3}{8} \div \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

解：(1) $\left(-\frac{4}{3}\right)^3 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = -\left(\frac{4^3}{3^3}\right) \times \left(\frac{3^2}{2^2}\right) = -\frac{4^3 \times 3^2}{3^3 \times 2^2} = -\frac{16}{3}$

(2) $\frac{3}{8} \div \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{3}{8} \div \frac{1}{2^4} = \frac{3}{8} \times 2^4 = 6$

【範例】： 請求出下列各題的解：

$$(1) \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{4}{3}\right)^2 \div \left(\frac{3}{5}\right)^2 \qquad (2) \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^4$$

解：(1) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{4}{3}\right)^2 \div \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{1}{2^4} \times \frac{4^2}{3^2} \times \frac{5^2}{3^2} = \frac{5^2}{3^2 \times 3^2} = \frac{5^2}{3^4}$

(2) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^8 = \frac{1}{2^8}$

指數比大小：

【範例】： 試比較 2^{24} 、 3^{16} 、 10^8 的大小關係？

解：因為 $2^{24} = (2^3)^8 = 8^8$

$$3^{16} = (3^2)^8 = 9^8$$

$$10^8$$

$$8^8 < 9^8 < 10^8$$

所以 $2^{24} < 3^{16} < 10^8$

【範例】：試比較 2^{55} 、 3^{44} 、 4^{33} 的大小關係？

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & \text{因為 } 2^{55} = (2^5)^{11} = 32^{11} \\ & 3^{44} = (3^4)^{11} = 81^{11} \\ & 4^{33} = (4^3)^{11} = 64^{11} \\ & 32^{11} < 64^{11} < 81^{11} \\ & \text{所以 } 2^{55} < 4^{33} < 3^{44} \end{aligned}$$

【範例】：試比較 2^{-24} 、 3^{-16} 、 10^{-8} 的大小關係？

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & \text{因為 } 2^{-24} = \frac{1}{2^{24}} = \frac{1}{(2^3)^8} = \frac{1}{8^8} \\ & 3^{-16} = \frac{1}{3^{16}} = \frac{1}{(3^2)^8} = \frac{1}{9^8} \\ & 10^{-8} = \frac{1}{10^8} \\ & \frac{1}{10^8} < \frac{1}{9^8} < \frac{1}{8^8} \\ & \text{所以 } 10^{-8} < 3^{-16} < 2^{-24} \end{aligned}$$

【範例】：試比較 -4^{44} 、 -2^{66} 、 -3^{55} 的大小關係？

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & \text{先比較 } 4^{44}、2^{66}、3^{55} \\ & \text{因為 } 4^{44} = (4^4)^{11} = 256^{11} \\ & 2^{66} = (2^6)^{11} = 64^{11} \\ & 3^{55} = (3^5)^{11} = 243^{11} \\ & 64^{11} < 243^{11} < 256^{11} \\ & \text{所以 } 2^{66} < 3^{55} < 4^{44} \\ & \text{即 } -2^{66} > -3^{55} > -4^{44} \end{aligned}$$

【範例】：試比較 $\left(\frac{1}{2}\right)^{24}$ 、 $\left(\frac{1}{3}\right)^{16}$ 、 $\left(\frac{1}{10}\right)^8$ 的大小關係？

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & \text{因為 } \left(\frac{1}{2}\right)^{24} = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^8 = \left(\frac{1}{8}\right)^8 \\ & \left(\frac{1}{3}\right)^{16} = \left[\left(\frac{1}{3}\right)^2\right]^8 = \left(\frac{1}{9}\right)^8 \\ & \left(\frac{1}{10}\right)^8 < \left(\frac{1}{9}\right)^8 < \left(\frac{1}{8}\right)^8 \\ & \text{所以 } \left(\frac{1}{10}\right)^8 < \left(\frac{1}{3}\right)^{16} < \left(\frac{1}{2}\right)^{24} \end{aligned}$$

【範例】：比較各數的大小 2^{20} 、 4^{12} 、 8^6 。

$$\text{解} : 2^{20}、4^{12} = (2^2)^{12} = 2^{24}、8^6 = (2^3)^6 = 2^{18}$$

$$\text{故} \quad 8^6 < 2^{20} < 4^{12}。$$

【範例】：比較各數的大小 3^5 、 9^4 、 27^2 。

$$\text{解} : 3^5、9^4 = (3^2)^4 = 3^8、27^2 = (3^3)^2 = 3^6$$

$$\text{故} \quad 3^5 < 27^2 < 9^4。$$

【範例】：比較各數的大小 2^{-20} 、 4^{-12} 、 8^{-6} 。

$$\text{解} : 2^{-20} = \frac{1}{2^{20}}、4^{-12} = (2^2)^{-12} = 2^{-24} = \frac{1}{2^{24}}、8^{-6} = (2^3)^{-6} = 2^{-18} = \frac{1}{2^{18}}$$

$$\text{故} \quad 4^{-12} < 2^{-20} < 8^{-6}。$$

【範例】：比較各數的大小 -3^5 、 -9^4 、 -27^2 。

$$\text{解} : -3^5、-9^4 = -(3^2)^4 = -3^8、-27^2 = -(3^3)^2 = -3^6$$

$$\text{故} \quad -9^4 < -27^2 < -3^5。$$

方法 3： $1 < a$ ，且 $m < n$ ，則 $a^m < a^n$ 。

$0 < a < 1$ ，且 $m < n$ ，則 $a^n < a^m$ 。

【範例】：比較各數的大小 $(\frac{5}{2})^5$ 、 $(\frac{5}{2})^4$ 、 $(\frac{5}{2})^3$

$$\text{解} : (\frac{5}{2})^3 < (\frac{5}{2})^4 < (\frac{5}{2})^5$$

【範例】：比較各數的大小 $(-\frac{5}{2})^5$ 、 $(-\frac{5}{2})^4$ 、 $(-\frac{5}{2})^3$ 、 $(-\frac{5}{2})^2$

$$\text{解} : (-\frac{5}{2})^5 = -(\frac{5}{2})^5, \quad (-\frac{5}{2})^3 = -(\frac{5}{2})^3, \quad (-\frac{5}{2})^4 = (\frac{5}{2})^4, \quad (-\frac{5}{2})^2 = (\frac{5}{2})^2$$

$$-(\frac{5}{2})^5 < -(\frac{5}{2})^3 < 0 < (\frac{5}{2})^2 < (\frac{5}{2})^4$$

$$\text{故} \quad (-\frac{5}{2})^5 < (-\frac{5}{2})^3 < (-\frac{5}{2})^2 < (-\frac{5}{2})^4$$

【範例】：比較各數的大小 $(\frac{1}{2})^5$ 、 $(\frac{1}{2})^4$ 、 $(\frac{1}{2})^3$

$$\text{解} : (\frac{1}{2})^5 < (\frac{1}{2})^4 < (\frac{1}{2})^3$$

【範例】：比較各數的大小 $(-\frac{1}{2})^5$ 、 $(-\frac{1}{2})^4$ 、 $(-\frac{1}{2})^3$ 、 $(-\frac{1}{2})^2$

解： $(-\frac{1}{2})^5 = -(\frac{1}{2})^5$ ， $(-\frac{1}{2})^3 = -(\frac{1}{2})^3$ ， $(-\frac{1}{2})^4 = (\frac{1}{2})^4$ ， $(-\frac{1}{2})^2 = (\frac{1}{2})^2$
 $-(\frac{1}{2})^3 < -(\frac{1}{2})^5 < 0 < (\frac{1}{2})^4 < (\frac{1}{2})^2$ ，
 故 $(-\frac{1}{2})^3 < (-\frac{1}{2})^5 < (-\frac{1}{2})^4 < (-\frac{1}{2})^2$

【範例】：比較各數的大小 $(-\frac{99}{100})^5$ 、 $(-\frac{99}{100})^4$ 、 $(-\frac{99}{100})^3$ 、 $(-\frac{99}{100})^2$

解： $(-\frac{99}{100})^5 = -(\frac{99}{100})^5$ ， $(-\frac{99}{100})^3 = -(\frac{99}{100})^3$
 $(-\frac{99}{100})^4 = (\frac{99}{100})^4$ ， $(-\frac{99}{100})^2 = (\frac{99}{100})^2$
 $-(\frac{99}{100})^3 < -(\frac{99}{100})^5 < 0 < (\frac{99}{100})^4 < (\frac{99}{100})^2$ ，
 故 $(-\frac{99}{100})^3 < (-\frac{99}{100})^5 < (-\frac{99}{100})^4 < (-\frac{99}{100})^2$

【範例】：比較各數的大小 21^{20} 、 22^{21} 、 22^{20}

解： $21^{20} < 22^{20}$ ，
 $22^{20} < 22^{21}$
 故 $21^{20} < 22^{20} < 22^{21}$ 。

【範例】：已知 $-a^n = 2$ 、 $a^{-m} = 3$ 、 $b^n = 5$ 、 $\frac{-1}{b^m} = 6$ ，計算下列各式的值：

(1) $-a^{2n} = ?$ (2) $2a^{3n} = ?$ (3) $a^{-4n} = ?$
 (4) $(a^{2n})^3 = ?$ (5) $a^{n+m} = ?$ (6) $9(ab)^{2m-n} = ?$
 (7) $(\frac{a^2}{b})^n = ?$ (8) $(b^3)^n = ?$ (9) $-(b^3)^n = ?$

解：因為 $-a^n = 2$ ，所以 $a^n = -2$

因為 $a^{-m} = 3$ ，所以 $\frac{1}{a^m} = 3$ ，所以 $a^m = \frac{1}{3}$

因為 $\frac{-1}{b^m} = 6$ ，所以 $b^m = -\frac{1}{6}$

(1) $-a^{2n} = -(a^{2n}) = -(a^{n \times 2}) = -[(a^n)^2] = -[(-2)^2] = -(4) = -4$

(2) $2a^{3n} = 2(a^{3n}) = 2(a^{n \times 3}) = 2[(a^n)^3] = 2[(-2)^3] = 2(-8) = -16$

$$(3) a^{-4n} = \frac{1}{a^{4n}} = \left(\frac{1}{a^n}\right)^4 = \left(\frac{1}{-2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

$$(4) (a^{2n})^3 = (a^{n \times 2})^3 = [(a^n)^2]^3 = (a^n)^6 = (-2)^6 = 64$$

$$(5) a^{n+m} = a^n \times a^m = (-2) \times \frac{1}{3} = -\frac{2}{3}$$

$$(6) 9(ab)^{2m-n} = 9(a^{2m-n} \times b^{2m-n}) = 9\left(\frac{a^{2m}}{a^n} \times \frac{b^{2m}}{b^n}\right) = 9 \times \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^2}{-2} \times \frac{(-6)^2}{5} = -\frac{18}{5}$$

$$(7) \left(\frac{a^2}{b}\right)^n = \frac{(a^2)^n}{b^n} = \frac{(-2)^2}{5} = \frac{4}{5}$$

$$(8) (b^3)^n = (b^n)^3 = (5)^3 = 125$$

$$(9) -(b^3)^n = -(b^n)^3 = -(5)^3 = -125$$



小 試 身 手

【例題 1】

求 $(-\frac{3}{5})^3$ 的值。

$$\text{解：}(-\frac{3}{5})^3 = -\frac{27}{125}$$

【例題 2】

求 $(-\frac{2}{3})^4$ 的值。

$$\text{解：}(-\frac{2}{3})^4 = \frac{16}{81}$$

【例題 3】

請問下列空格的數為何：

$$(1) 2^5 \times 2^3 = 2^{\square}$$

$$(2) (-3^3) \times (-3)^6 = (-3)^{\square}$$

答：(1) $\square=8$ (2) $\square=9$

【例題 4】

請問下列空格的數為何：

$$(1) 2^6 \div 2^3 = 2^{\square}$$

$$(2) 5^7 \div 5^4 = 5^{\square}$$

答：(1) $\square=3$ (2) $\square=3$

【例題 5】

(1) 計算 $(-\frac{2}{7})^3$ 的值。

(2) 計算 $\frac{2^3}{7^3}$ 的值。

答：(1) $-\frac{8}{343}$ 。 (2) $\frac{8}{343}$ 。

【例題 6】

(1) 計算 $(-\frac{2}{7})^2$ 的值。

(2) 計算 $(-\frac{7}{4})^3$ 的值。

答：(1) $\frac{4}{49}$ 。 (2) $-\frac{343}{64}$ 。

【例題 7】

計算下列各式的值：

$$(1) (\frac{3}{5})^3 \times (\frac{3}{5})^2 =$$

$$(2) (13)^{10} \div (13)^8 =$$

答：(1) $\frac{243}{3125}$ 。 (2) 169。

【例題 8】

計算下列各式的值：

$$(1) (-5)^3 \times 5^2 =$$

$$(2) (1.5)^{19} \div (1.5)^{17} =$$

答：(1) -3125。 (2) 2.25。

【例題 9】

求 $(-\frac{2}{3})^3 \times 3^2 \times (-\frac{1}{2})^4$ 的值。

答： $-\frac{1}{6}$ 。

【例題 10】

求 $(-1\frac{1}{2})^2 \times \frac{2}{5} \div (-2\frac{2}{5})$ 的值。

答： $-\frac{3}{8}$ 。

【例題 11】

以下 \square 都代表正數，請求出下列 \square 中的數為何：

- (1) $5^4 = \square^2$ ，則 $\square = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 (2) $3^6 = \square^3$ ，則 $\square = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 (3) $16^4 = \square^8$ ，則 $\square = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答：(1) $\square = 25$ (2) $\square = 9$
 (3) $\square = 4$

【例題 12】

以下 \square 、 \circ 都代表正數，請求出下列 \square 、 \circ 中的數為何：

- (1) $2^{12} = 4^\square = 8^\circ$ ，
 則 $\square = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 (2) $81 = \square^2 = \circ^4$ ，
 則 $\square = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 (3) $10^6 = 100^\square = 1000^\circ$ ，
 則 $\square = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答：(1) $\square = 6$ ， $\circ = 4$ 。
 (2) $\square = 9$ ， $\circ = 3$ 。
 (3) $\square = 3$ ， $\circ = 2$ 。

【例題 13】

求下列各式的值：

- (1) $(-1)^{10} \times (-1)^{21} \times 100^0 = ?$
 (2) $(-2)^4 \times (-3^2) \times 5^2 \div 2^2 = ?$
 (3) $|(3-9)^2 \div (7-10)| = ?$

答：(1) -1 (2) -900 (3) 12

【例題 14】

求下列各式的值：

- (1) $(15-22)^3 \div (9-16)^2 \times 99^0 = ?$
 (2) $(100-99)^{100} \div (299-300)^{201} = ?$
 (3) $-(-1)^3 - [(-1)^3]^4 = ?$

答：(1) -7 (2) -1 (3) 0

【例題 15】

求下列各式的值：

(1) $2^7 \times 3^5 \div 6^3$

(2) $3^{10} \times 5^{11} \times 11^7 \div 15^7$

解：

$$\begin{aligned} (1) \text{ 原式} &= (2^4 \times 2^3) \times (3^2 \times 3^3) \div 6^3 \\ &= (2^4 \times 3^2) \times (2^3 \times 3^3) \div 6^3 \\ &= (2^4 \times 3^2) \times 6^3 \div 6^3 = 2^4 \times 3^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ 原式} &= (3^7 \times 5^7) \times 3^3 \times 5^4 \times 11^7 \div 15^7 \\ &= 15^7 \times 3^3 \times 5^4 \times 11^7 \div 15^7 \\ &= 3^3 \times 5^4 \times 11^7 \end{aligned}$$

答：(1) $2^7 \times 3^5 \div 6^3 = 2^4 \times 3^2$

(2) $3^{10} \times 5^{11} \times 11^7 \div 15^7$

【例題 17】

比較下列各數的大小：

(1) 2^{24} 、 3^{16} 、 10^8

(2) 2^{20} 、 4^{12} 、 8^6

(3) $(-0.3)^2$ 、 $(-0.3)^3$ 、 $(-0.3)^4$

答：

$$(1) \because 2^{24} = 8^8, 3^{16} = 9^8, 10^8$$

$$\therefore 10^8 > 3^{16} > 2^{24}$$

$$(2) \because 4^{12} = 2^{24}, 8^6 = 2^{18}$$

$$\therefore 4^{12} > 2^{20} > 8^6$$

(3) $(-0.3)^2 > (-0.3)^4 > (-0.3)^3$

【例題 19】

比較下列各數的大小：

$(-\frac{4}{5})$ 、 $(-\frac{4}{5})^2$ 、 $(-\frac{4}{5})^3$ 、 $(-\frac{4}{5})^4$

答：

$(-\frac{4}{5})^2 > (-\frac{4}{5})^4 > (-\frac{4}{5})^3 > (-\frac{4}{5})$

【例題 16】

求下列各式的值：

(1) $6^{10} \times 3^5 \div 9^5$

(2) $8^{10} \times 2^{11} \times 128^7 \div 2^{30}$

解：

$$\begin{aligned} (1) \text{ 原式} &= (2 \times 3)^{10} \times 3^5 \div 3^{10} \\ &= 2^{10} \times 3^{10} \times 3^5 \div 3^{10} \\ &= 2^{10} \times 3^5 \end{aligned}$$

$$(3) \text{ 原式} = 2^{30} \times 2^{11} \times 2^{49} \div 2^{30}$$

$$= 2^{60}$$

【例題 18】

比較下列各數的大小：

(1) 3^5 、 9^4 、 27^2

(2) 2^{55} 、 3^{44} 、 4^{33}

(3) $(-1.5)^3$ 、 $(-1.5)^4$ 、 $(-1.5)^5$

答：(1) $\because 9^4 = 3^8, 27^2 = 3^6$

$\therefore 9^4 > 27^2 > 3^5$

(2) $\because 2^{55} = 8^{11}, 3^{44} = 81^{11}, 4^{33} = 64^{11}$

$\therefore 3^{44} > 4^{33} > 2^{55}$

(3) $(-1.5)^4 > (-1.5)^3 > (-1.5)^5$

【例題 20】

比較下列各數的大小：

$(-\frac{5}{3})$ 、 $(-\frac{5}{3})^2$ 、 $(-\frac{5}{3})^3$ 、 $(-\frac{5}{3})^4$

答：

$(-\frac{5}{3})^4 > (-\frac{5}{3})^2 > (-\frac{5}{3}) > (-\frac{5}{3})^3$