

■ 解一元一次方程式

學習重點：算式符號的運算規則最主要的是移項法則。

等量公理：

在等式中，兩邊同時做加減乘除四則運算，則等式維持不變。

【範例】：當 $x = y$ ，兩邊同時做加減乘除四則運算，則：

$$\text{兩邊同時加一個數： } x + a = y + a ;$$

$$\text{兩邊同時減一個數： } x - a = y - a ;$$

$$\text{兩邊同時乘一個數： } a \times x = a \times y ;$$

$$\text{兩邊同時除一個數： } a \div x = a \div y ;$$

移項法則：

根據等量公理原則，等式兩邊可以同時做四則運算，則我們可以發現移項法則，也就是說，等式中一個數或未知數從等式一邊移到另一邊時，則要變號。

$$\begin{aligned} \text{【範例】：} & \quad 21 + 13 = 34 \cdots \cdots (1) \\ & \Leftrightarrow 21 + \cancel{13} - \cancel{13} = 34 - 13 \\ & \Leftrightarrow 21 = 34 - 13 \cdots \cdots (2) \end{aligned}$$

由(1)(2)式中，發現 $+13$ 移到等號另一邊時，則變成 -13 。

$$\begin{aligned} \text{【範例】：} & \quad 43 - 17 = 26 \cdots \cdots (1) \\ & \Leftrightarrow 43 - \cancel{17} + \cancel{17} = 26 + 17 \\ & \Leftrightarrow 43 = 26 + 17 \cdots \cdots (2) \end{aligned}$$

由(1)(2)式中，發現 -17 移到等號另一邊時，則變成 $+17$ 。

$$\begin{aligned} \text{【範例】：} & \quad 2x \times 7 = 42 \cdots \cdots (1) \\ & \Leftrightarrow 2x \times \cancel{7} \div \cancel{7} = 42 \div 7 \\ & \Leftrightarrow 2x = 42 \div 7 \cdots \cdots (2) \end{aligned}$$

由(1)(2)式中，發現 $\times 7$ 移到等號另一邊時，則變成 $\div 7$ 。

$$\begin{aligned} \text{【範例】：} & \quad 3x \div \frac{3}{5} = \frac{5}{7} \cdots \cdots (1) \\ & \Leftrightarrow 3x \div \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{5}{7} \times \frac{3}{5} \\ & \Leftrightarrow 3x = \frac{5}{7} \times \frac{3}{5} \cdots \cdots (2) \end{aligned}$$

由(1)(2)式中，發現 $\div \frac{3}{5}$ 移到等號另一邊時，則變成 $\times \frac{3}{5}$ 。

口訣 = 移 + 變 - ； 移 - 變 + ； 移 \times 變 \div ； 移 \div 變 \times

求解未知數 x 的值：

利用移項法則，將已知的放一邊，未知數放一邊，然後再計算其值。

【範例】： $x + 7 = 25$

$$\Leftrightarrow x = 25 - 7$$

$$\Leftrightarrow x = 18$$

【範例】： $13 - 2x = 25$

$$\Leftrightarrow 2x = 13 - 25$$

$$\Leftrightarrow 2x = -12$$

$$\Leftrightarrow x = -6$$

【範例】： $23 + 5x = 44 - 2x$

$$\Leftrightarrow 5x + 2x = 44 - 23$$

$$\Leftrightarrow 7x = 21$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

【範例】： $\frac{5}{2}x + 4 = x + \frac{3}{5}$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{2}x - x = \frac{3}{5} - 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x = -\frac{17}{5}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{17}{5} \times \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{34}{15}$$

【範例】： $-3(x-4) = 5(3x-12)$

$$\Leftrightarrow -3x + 12 = 15x - 60$$

$$\Leftrightarrow 12 + 60 = 15x + 3x$$

$$\Leftrightarrow 72 = 18x$$

$$\Leftrightarrow 18x = 72$$

$$\Leftrightarrow x = 4$$

【範例】：請化簡 $(2x+3) - (7x-10) = 0$ 。

解： $(2x+3) - (7x-10) = 0$

$$\Leftrightarrow 2x + 3 - 7x + 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - 7x + 3 + 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow -5x + 13 = 0$$

【範例】：求一元一次方程式： $3(x-1)-7(-2x-5)=0$ 之解。

$$\begin{aligned}\text{解} & : 3(x-1)-7(-2x-5)=0 \\ & \Leftrightarrow 3x-3-7(-2x)-7(-5)=0 \\ & \Leftrightarrow 3x-3+14x+35=0 \\ & \Leftrightarrow 3x+14x+35-3=0 \\ & \Leftrightarrow 14x+32=0 \\ & \Leftrightarrow x=-\frac{16}{7}\end{aligned}$$

【範例】：求一元一次方程式： $-(2x-7)-3(3x-11)=0$ 之解。

$$\begin{aligned}\text{解} & : \\ & -(2x-7)-3(3x-11)=0 \\ & \Leftrightarrow -2x+7-9x+33=0 \\ & \Leftrightarrow -2x-9x+7+33=0 \\ & \Leftrightarrow -11x+40=0 \\ & \Leftrightarrow 11x=40 \\ & \Leftrightarrow x=\frac{40}{11}\end{aligned}$$

【範例】：求一元一次方程式： $-(-3x-2)-(3x-8)+(-x+5)=0$ 之解。

$$\begin{aligned}\text{解} & : \\ & -(-3x-2)-(3x-8)+(-x+5)=0 \\ & \Leftrightarrow 3x+2-3x+8-x+5=0 \\ & \Leftrightarrow 3x-3x-x+8+2+5=0 \\ & \Leftrightarrow -x+15=0 \\ & \Leftrightarrow x=15\end{aligned}$$

【範例】：求一元一次方程式： $-2[-3+4(x-5)]=0$ 之解。

$$\begin{aligned}\text{解} & : \\ & -2[-3+4(x-5)]=0 \\ & \Leftrightarrow -2[-3+4x-20]=0 \\ & \Leftrightarrow -2[4x-23]=0 \\ & \Leftrightarrow -8x+46=0 \\ & \Leftrightarrow 8x=46 \\ & \Leftrightarrow x=\frac{23}{4}\end{aligned}$$

【範例】：求一元一次方程式： $10x - \{2x - [(5x - 3) - 3(2x - 7)]\} = 0$ 之解。

解：

$$\begin{aligned}
 & 10x - \{2x - [(5x - 3) - 3(2x - 7)]\} = 0 \\
 \Leftrightarrow & 10x - \{2x - [5x - 3 - 6x + 21]\} = 0 \\
 \Leftrightarrow & 10x - \{2x - [-x + 18]\} = 0 \\
 \Leftrightarrow & 10x - \{2x + x - 18\} = 0 \\
 \Leftrightarrow & 10x - \{3x - 18\} = 0 \\
 \Leftrightarrow & 10x - 3x + 18 = 0 \\
 \Leftrightarrow & 7x + 18 = 0 \\
 \Leftrightarrow & 7x = -18 \\
 \Leftrightarrow & x = -\frac{18}{7}
 \end{aligned}$$

【範例】：求一元一次方程式：

$$2[5x - 3(2x - 5)] - \{10x - [(7x - 1) - 3(2x - 3)]\} = 0 \text{ 之解。}$$

解：

$$\begin{aligned}
 & 2[5x - 3(2x - 5)] - \{10x - [(7x - 1) - 3(2x - 3)]\} = 0 \\
 \Leftrightarrow & 2[5x - 6x + 15] - \{10x - [7x - 1 - 6x + 9]\} = 0 \\
 \Leftrightarrow & 2[-x + 15] - \{10x - [x + 8]\} = 0 \\
 \Leftrightarrow & -2x + 30 - \{10x - x - 8\} = 0 \\
 \Leftrightarrow & -2x + 30 - \{9x - 8\} = 0 \\
 \Leftrightarrow & -2x + 30 - 9x + 8 = 0 \\
 \Leftrightarrow & -11x + 38 = 0 \\
 \Leftrightarrow & 11x = 38 \\
 \Leftrightarrow & x = \frac{38}{11}
 \end{aligned}$$



小 試 身 手

【例題 1】

- (1) $192 - 84 = 108$ 可以寫為：
 $84 = \underline{192 - 108}$ ， $192 = \underline{108 + 84}$ 。
- (2) $-320 + 229 = -91$ 可以寫為：
 $91 = \underline{320 - 229}$ ， $229 = \underline{320 - 91}$ 。
- (3) $73 - 95 = -22$ 可以寫為：
 $95 = \underline{73 + 22}$ ， $22 = \underline{95 - 73}$ 。

【例題 2】

- (1) $3.5 + 1.25 = 3.75$ 可以寫成：
 $1.25 = \underline{3.75 - 3.5}$ ， $3.5 = \underline{3.75 - 1.25}$ 。
- (2) $224 - 343 = -119$ 可以寫成：
 $119 = \underline{343 - 224}$ ， $224 = \underline{343 - 119}$ 。
- (1) $-108 + 91 = -17$ 可以寫成：
 $17 = \underline{108 - 91}$ ， $91 = \underline{108 - 17}$ 。

【例題 3】

計算下列的數：

- (1) $215 - 624 = \underline{-409}$ ，移項後得到正數
 可表示成 $\underline{409} + \underline{215} = \underline{624}$ 。
- (2) $35 - 98 = \underline{-63}$ ，移項後得到正數
 可表示成 $\underline{35} + \underline{63} = \underline{98}$ 。
- (3) $\frac{2}{7} - \frac{3}{11} = \underline{-\frac{1}{77}}$ ，移項後得到正數
 可表示成 $\underline{\frac{1}{77}} + \underline{\frac{3}{11}} = \underline{\frac{2}{7}}$ 。

【例題 4】

計算下列的數：

- (1) $209 - 635 = \underline{-426}$ ，移項後得到正數
 可表示成 $\underline{426} + \underline{209} = \underline{635}$ 。
- (2) $126 - 278 = \underline{-152}$ ，移項後得到正數
 可表示成 $\underline{152} + \underline{126} = \underline{278}$ 。
- (3) $2\frac{7}{9} - 1\frac{1}{2} = \underline{-\frac{23}{18}}$ ，移項後得到正數
 可表示成 $\underline{\frac{23}{18}} + \underline{1\frac{1}{2}} = \underline{2\frac{7}{9}}$ 。

【例題 5】

解下列各一元一次方程式：

(1) $x + 25 = 17$ (2) $x - 21 = 79$
 $x = -8$ $x = 100$

(3) $4 \times x = 936$ (4) $x \times 15 = 75$
 $x = 234$ $x = 5$

(5) $72 \div x = 9$
 $x = 8$

【例題 6】

解下列各一元一次方程式：

(1) $22 + x = 19$ (2) $109 - x = 81$
 $x = -3$ $x = 28$

(3) $31 \times x = 279$ (4) $x \div 4 = 17$
 $x = 9$ $x = 68$

(5) $494 \div x = 26$
 $x = 19$

【例題 7】

解下列各一元一次方程式：

$$(1) \begin{aligned} 2(3-x) &= -4(x+5) \\ 6-2x &= -4x-20 \\ 2x &= -26 \\ x &= -13 \end{aligned}$$

$$(2) \begin{aligned} 2(x-4)-(3x+4) &= -20+7x \\ 2x-8-3x-4 &= -20+7x \\ 8x &= 8 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$$(3) \begin{aligned} 5x+2 &= 2x+5 \\ 3x &= 3 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

【例題 9】

解下列各一元一次方程式：

$$(1) \begin{aligned} 2x &= \frac{2}{3}x+16 \\ \frac{4}{3}x &= 16 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

$$(2) \begin{aligned} 4x+16 &= \frac{20}{3}x \\ \frac{8}{3}x &= 16 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

$$(3) \begin{aligned} \frac{2}{3}x - \frac{3}{2} &= \frac{1}{4}x + \frac{3}{4} \quad \text{左右項同乘 12} \\ 8x - 18 &= 3x + 9 \\ 5x &= 27 \\ x &= \frac{27}{5} \end{aligned}$$

【例題 8】

解下列各一元一次方程式：

$$(1) \begin{aligned} 3x+1 &= 2x-5 \\ x &= -6 \end{aligned}$$

$$(2) \begin{aligned} 2(x-4)-(3x+4) &= -2 \\ 2x-8-3x-4 &= -2 \\ x &= -10 \end{aligned}$$

$$(1) \begin{aligned} 3(2x+1)-(x+2) &= (7x+1)-4x \\ 6x+3-x-2 &= 7x+1-4x \\ 2x &= 0 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

【例題 10】

解下列各一元一次方程式：

$$(1) \begin{aligned} \frac{3}{5}x + \frac{2}{5} &= \frac{2}{5}x - \frac{4}{5} \\ \frac{1}{5}x &= -\frac{6}{5} \\ x &= -6 \end{aligned}$$

$$(2) \begin{aligned} \frac{3}{2}x - 2 &= 2x + \frac{2}{5} \\ \frac{1}{2}x &= -\frac{12}{5} \\ x &= -\frac{6}{5} \end{aligned}$$

$$(3) \begin{aligned} \frac{1}{2}x + 3 &= \frac{2}{3}x - 17 \\ 3x + 18 &= 4x - 102 \\ x &= 120 \end{aligned}$$

【例題 11】

(1) $7x + 40 = 9x - 56$

$2x = 96$

$x = 48$

(2) $4(x - 3) - (x + 3) = 6$

$4x - 12 - x - 3 = 6$

$3x = 21$

$x = 7$

(3) $\frac{x}{6} - \frac{3}{2} = \frac{3}{4}x + 1$

$2x - 18 = 9x + 12$

$7x = -30$

$x = -\frac{30}{7}$

(4) $\frac{7x - 3}{2} = \frac{4x - 11}{3}$

$21x - 9 = 8x - 22$

$13x = -13$

$x = -1$

【例題 12】

(1) $3(x - 40) = 100 - x + 40$

$3x - 120 = 60 - x$

$4x = 180$

$x = 45$

(2) $2(x - 3) - 3(2x + 1) = 3$

$2x - 6 - 6x - 3 = 3$

$-4x = 12$

$x = -3$

(3) $\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}(150 - x) = 90$

$3x + 600 - 4x = 540$

$-x = -60$

$x = 60$

(4) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x = 5$

$3x + 2x = 30$

$5x = 30$

$x = 6$