

# ■ 解一元一次不等式

## 什麼是一元一次不等式的解？

『凡是使得一元一次不等式成立的數，都是這個不等式的解。』

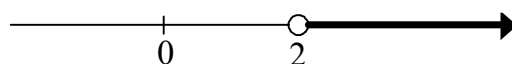
## 解一元一次不等式的方法：

### 【解不等式 $ax+b>c$ 】

【範例】：解下列不等式：(1)  $3x-2>4$       (2)  $-5x+3\geq 5$

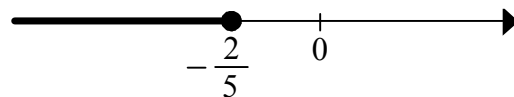
解法：

$$\begin{aligned} (1) \quad 3x-2 > 4 &\Rightarrow 3x-2+2 > 4+2 \\ &\Rightarrow 3x > 4+2 \\ &\Rightarrow 3x > 6 \\ &\Rightarrow x > 2 \end{aligned}$$



所以，不等式的解為所有大於2的數，並可用集合  $\{x \mid x > 2\}$  來表示。

$$\begin{aligned} (2) \quad -5x+3 &\geq 5 \Rightarrow -5x \geq 2 \\ &\Rightarrow x \leq -\frac{2}{5} \end{aligned}$$



所以，不等式的解為所有小於或等於  $-\frac{2}{5}$  的數，並可用集合

$\{x \mid x \leq -\frac{2}{5}\}$  來表示。

### 【解不等式 $ax+b>cx+d$ 】

如何解形如  $ax+b>cx+d$  的不等式呢？（其中  $a$ 、 $b$ 、 $c$  和  $d$  為常數）

【範例】：解不等式  $3x-1\geq 5x-3$ 。

解法：

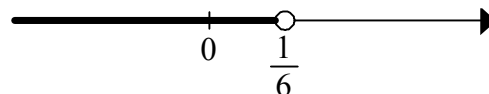
$$\begin{aligned} 3x-1 &\geq 5x-3 \Rightarrow 3x-5x \geq -3+1 \\ &\Rightarrow -2x \geq -2 \\ &\Rightarrow x \leq 1 \end{aligned}$$



【範例】：解不等式  $4x+6<-2x+7$ 。

解法：

$$\begin{aligned} 4x+6 &< -2x+7 \Rightarrow 4x+2x < 7-6 \\ &\Rightarrow 6x < 1 \\ &\Rightarrow x < \frac{1}{6} \end{aligned}$$



所以，不等式的解為所有小於或等於1的數，並可用集合  $\{x \mid x \leq 1\}$  表示。

兩個不等式， $2x < 3x-5$  和  $3x-5 < 13$  同時成立，我們可以用下列的合併不等式表示： $2x < 3x-5 < 13$ 。

**【解不等式  $ax+b > cx+d > ex+f$ 】**

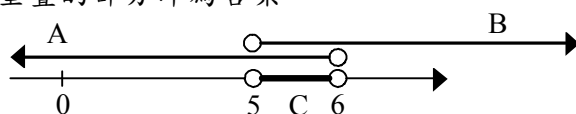
**【範例】：** 解一元一次不等式  $2x < 3x - 5 < 13$ 。

**解法：** 因為  $2x < 3x - 5 < 13$  表示  $2x < 3x - 5$  和  $3x - 5 < 13$  同時成立，因此，先將這兩組不等式分別化簡成最簡不等式後，再找出解的共同部分。

$$\begin{array}{lcl} 2x < 3x - 5 & \text{且} & 3x - 5 < 13 \\ \Rightarrow -x < -5 & & \Rightarrow 3x < 18 \\ \Rightarrow x > 5 & & \Rightarrow x < 6 \end{array}$$

又因為  $x > 5$  和  $x < 6$  須同時成立，因此，原不等式的解為所有大於 5 且小於 6 的數，並可用集合  $\{x \mid x > 5 \text{ 且 } x < 6\}$ （或可用  $\{x \mid 5 < x < 6\}$ ）來表示。

當然，我們也可在數線上圖示  $2x < 3x - 5 < 13$  的解：將上面的結果分別標示在數線上，重疊的部分即為答案：



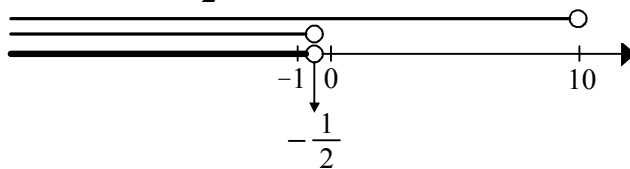
圖中 C 線段即為  $\{x \mid x < 6\}$  與  $\{x \mid x > 5\}$  的共同部分

**【範例】：** 解一元一次不等式  $3x - 6 < 2x + 4 < -2x + 2$ 。

**解法：**

$$\begin{array}{lcl} 3x - 6 < 2x + 4 & & 2x + 4 < -2x + 2 \\ \Rightarrow 3x - 2x < 4 + 6 & & \Rightarrow 2x + 2x < 2 - 4 \\ \Rightarrow x < 10 \text{---} \textcircled{1} & & \Rightarrow 4x < -2 \\ & & \Rightarrow x < -\frac{1}{2} \text{---} \textcircled{2} \end{array}$$

綜合①跟②， $x < -\frac{1}{2}$  (如下圖)



**解有絕對值的不等式的方法：**

我們來解含有絕對值的不等式。因為可用  $|a-b|$  來表示數線上 A(a) 與 B(b) 兩點的距離，並且  $|x|=3$  可寫成  $|x-0|=3$ ，所以  $|x|=3$  可表示在數線上與原點的距離為 3 的點 P(x)。因此，x 可以等於 3 或 -3。同理，介於 -3 與 3 之間的任何一個數都能滿足不等式  $|x| < 3$ ，也就是說，不等式  $|x| < 3$  的解即為所有介於 -3 與 3 之間的數。因此，它的解可以圖示如下：



顯然的，對於任何一個正數  $a$ ，不等式  $|x| < a$  的解即為所有介於  $-a$  與  $a$  之間的數，並可用集合  $\{x \mid -a < x < a\}$  來表示。

其實，含有絕對值符號的不等式都可改寫成不含絕對值符號的不等式。

$$(1) |x| < a \Leftrightarrow -a < x < a。$$

$$(2) |x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a。$$

$$(3) |x| > a \Leftrightarrow x > a \text{ 或 } x < -a。$$

$$(4) |x| \geq a \Leftrightarrow x \geq a \text{ 或 } x \leq -a。$$

如果這個新不等式為一元一次式，我們就可用前面提到的方法來解原不等式。

**【範例】**：將下列含絕對值的不等式改為不含絕對值的不等式：

$$(1) |x| < 2 \quad (2) |x| \leq 3 \quad (3) |x| > 2 \quad (4) |x| \geq 3。$$

解：(1)  $|x| < 2 \Leftrightarrow -2 < x < 2。$

$$(2) |x| \leq 3 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3。$$

$$(3) |x| > 2 \Leftrightarrow x > 2 \text{ 或 } x < -2。$$

$$(4) |x| \geq 3 \Leftrightarrow x \geq 3 \text{ 或 } x \leq -3。$$

**【範例】**：解下列各不等式：(1)  $|x| + 1 < 2$  (2)  $|x| - 2 > 1$

解：(1)  $|x| + 1 < 2$  先移項化簡成  $|x| < 1$ ，再去掉絕對值  
即為  $-1 < x < 1。$

(2)  $|x| - 2 > 1$  先移項化簡成  $|x| > 3$ ，再去掉絕對值  
即為  $x > 3$  或  $x < -3。$

**【範例】**：解不等式： $|x - 2| < 1。$

解：先去掉絕對值， $-1 < x - 2 < 1$ ，在移項化簡為  
 $-1 + 2 < x < 1 + 2 \Leftrightarrow 1 < x < 3$   
故此不等式解為  $1 < x < 3。$

**【範例】**：解不等式： $|x + 2| > 4。$

解：先去掉絕對值， $x + 2 > 4$  或  $x + 2 < -4$ ，在移項化簡為  
 $x + 2 > 4 \Leftrightarrow x > 4 - 2 \Leftrightarrow x > 2$   
 $x + 2 < -4 \Leftrightarrow x < -2 - 4 \Leftrightarrow x < -6$   
故此不等式解為  $x > 2$  或  $x < -6。$

**【範例】**：解下列不等式： $|2x-1| < 5$ ，並在數線上標示其範圍。

$$\begin{aligned} \text{解} : \quad |2x-1| < 5 &\Leftrightarrow -5 < 2x-1 < 5 \\ &\Leftrightarrow -5+1 < 2x < 5+1 \\ &\Leftrightarrow -4 < 2x < 6 \\ &\Leftrightarrow -2 < x < 3 \end{aligned}$$



因此，不等式的解為所有介於-2及3的數，並可用集合 $\{x \mid -2 < x < 3\}$ 來表示。

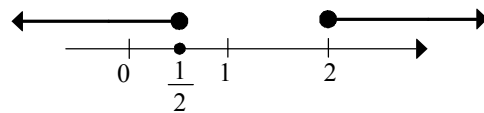
**【範例】**：解不等式： $|-4x+5| \geq 3$ ，並在數線上標示其範圍。

$$\text{解} : \quad |-4x+5| \geq 3 \Leftrightarrow -4x+5 \geq 3 \text{ 或 } -4x+5 \leq -3$$

$$\begin{aligned} (1) \text{ 當 } -4x+5 \geq 3 &\Leftrightarrow 2 \geq 4x \\ &\Leftrightarrow x \leq \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ 當 } -4x+5 \leq -3 &\Leftrightarrow 8 \leq 4x \\ &\Leftrightarrow 2 \leq x \end{aligned}$$

故其解為  $x \geq 2$  或  $x \leq \frac{1}{2}$ 。

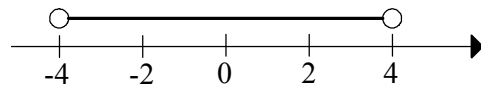


**注意**：我們知道  $-4 < x < 4 \Leftrightarrow |x| < 4 \Leftrightarrow |x-0| < 4$ 。

如果是不等式  $-4 < x < 2$ ，我們將如何改為含絕對值的不等式？

我們先計算2與-4的中點為-1，-1與2及4都相差3，因此

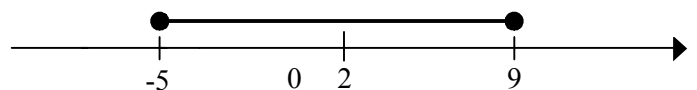
我們有  $|x - (-1)| < 3 \Leftrightarrow |x + 1| < 3$



**【範例】**：將  $-5 < x < 9$  改為含絕對值的不等式？

**解**：-5與9的距離為 $|9 - (-5)| = 14$ ，其一半的距離為7，故其中點為2。

因此我們有  $|x - 2| < 7$

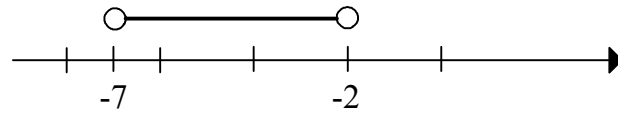


**【範例】**：將  $-7 < x < -2$  改為含絕對值的不等式？

解：-7 與 -2 的距離為  $|-7 - (-2)| = 5$ ，其一半的距離為  $\frac{5}{2}$ ，

故其中點為  $-2 - \frac{5}{2} = -\frac{9}{2}$ 。

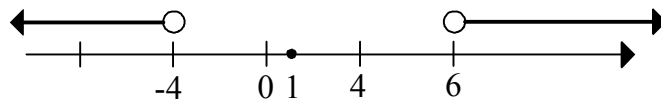
因此我們有  $|x - (-\frac{9}{2})| < 5 \Leftrightarrow |x + \frac{9}{2}| < 5$



**注意**：我們知道  $x < -4$  或  $x > 4 \Leftrightarrow |x| > 4 \Leftrightarrow |x - 0| > 4$ 。

如果是不等式  $x < -4$  或  $x > 6$ ，我們將如何改為含絕對值的不等式？

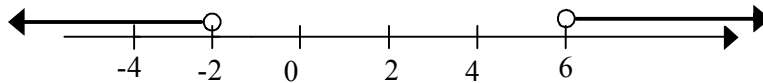
我們先計算 6 與 -4 相距為 10，故其兩點的中點為 1，-4 與 1 及 6 與 1 都相差 5，因此我們有  $|x - 1| > 5$



**【範例】**：將  $x < -2$  或  $x > 6$  改為含絕對值的不等式？

解：-2 與 6 的距離為  $|6 - (-2)| = 8$ ，其一半的距離為 4，故其中點為 2。

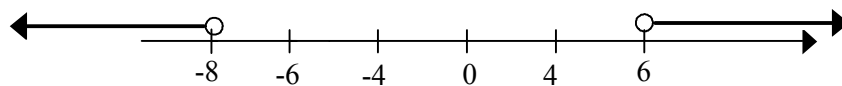
因此我們有  $|x - 2| > 4$ 。



**【範例】**：將  $x < -8$  或  $x > 6$  改為含絕對值的不等式？

解：-8 與 6 的距離為  $|6 - (-8)| = 14$ ，其一半的距離為 7，故其中點為 -1。

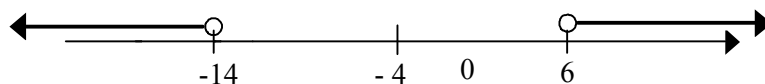
因此我們有  $|x - (-1)| > 7 \Leftrightarrow |x + 1| > 7$ 。



**【範例】**：將  $x < -14$  或  $x > 6$  改為含絕對值的不等式？

解：-14 與 6 的距離為  $|6 - (-14)| = 20$ ，其一半的距離為 10，故其中點為 -4。

因此我們有  $|x - (-4)| > 10$ 。



**解不等式應用問題的方法：**

**【範例】：**想買每個售價 45 元的茶杯  $x$  個，和每個售價 80 元的桌墊 4 個，若總價要在 500 元以下，則茶杯最多有幾個？

解：

茶杯  $x$  個共售  $45x$  元

茶杯加桌墊的總售價為  $(45x + 80 \times 4)$  元

總價要在 500 元以下也就是說要小於等於 500 元

所以依題意可列式為：

$$45x + 80 \times 4 \leq 500$$

$$\Rightarrow 45x + 320 \leq 500$$

$$\Rightarrow 45x \leq 500 - 320$$

$$\Rightarrow x \leq 180 \div 45$$

$$\Rightarrow x \leq 4$$

答：茶杯最多有 4 個

**【範例】：**已知山路長  $x$  公里，若上山每小時走 3 公里，沿原路下山每小時走 5 公里，且上山與下山的來回時間不超過 6 小時，則山路長幾公里？

解：

上山的時間為  $\frac{x}{3}$  小時；下山的時間為  $\frac{x}{5}$  小時不到 6 小時也就是小於 6 小時。

所以依題意可列式為：

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{5} < 6$$

$$\Rightarrow \frac{5x}{15} + \frac{3x}{15} < 6$$

$$\Rightarrow \frac{8x}{15} < 6$$

$$\Rightarrow 8x < 6 \times 15$$

$$\Rightarrow 8x < 90$$

$$\Rightarrow x < 90 \div 8$$

$$\Rightarrow x < \frac{45}{4}$$

答：山路長小於  $\frac{45}{4}$  公里

**【範例】**：水梨 1 公斤 70 元，蘋果 1 公斤 60 元，小誠家請客，至少需要買 6 公斤的水果，如果小誠的爸爸已經挑選 2 公斤的水梨，在總價不超過 500 元的條件下，爸爸最多可以買到多少公斤的蘋果？最少需要買多少公斤的蘋果？

**解**：設爸爸需要買  $x$  公斤的蘋果。

依題意可列不等式如下：

$$x + 2 \geq 6 \cdots \cdots (1) \quad (\text{至少需要買 6 公斤的水果})$$

$$70 \cdot 2 + 60 \cdot x \leq 500 \cdots \cdots (2) \quad (\text{總價不超過 500 元})$$

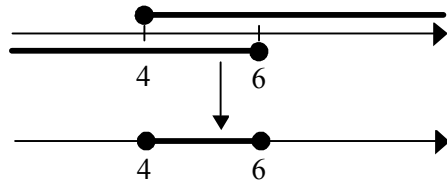
由(1)可得： $x \geq 4$

由(2)可得： $140 + 60x \leq 500 \Rightarrow 60x \leq 360$

$$\Rightarrow x \leq 6$$

$\therefore x \geq 4$  且  $x \leq 6$  將兩不等式合併為： $4 \leq x \leq 6$

所以爸爸最多可以買 6 公斤的蘋果，最少需要買 4 公斤的蘋果。



**【範例】**：如果有一個長方體紙箱，他的三邊長為  $(x - 30)$  公分、 $x$  公分、 $(x + 30)$  公分。如果要符合「最長邊不得超過 150 公分，且另外兩邊和的兩倍加上最長邊不得超過 300 公分。」請問  $x$  的範圍是多少？

**解**：最長邊為  $x + 30$ ，

依題意可列不等式如下：

$$x + 30 \leq 150 \cdots \cdots (1) \quad (\text{最長邊不得超過 150 公分})$$

$$x + 30 + 2(x - 30 + x) \leq 300 \cdots \cdots (2)$$

(另外兩邊和的兩倍加上最長邊不得超過 300 公分)

$$\text{又} \because \text{邊長一定為正數}, \therefore \text{最小邊 } x - 30 > 0 \cdots \cdots (3)$$

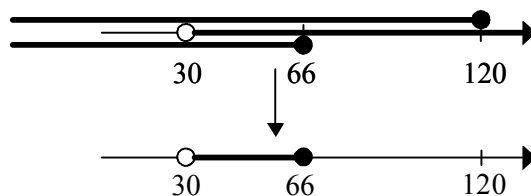
由(1)可得： $x \leq 120$

由(2)可得： $5x \leq 330 \Rightarrow x \leq 66$

由(3)可得： $x > 30$

將  $x \leq 120$ 、 $x \leq 66$ 、 $x > 30$  合併可得： $30 < x \leq 66$

所以  $x$  的範圍是  $30 < x \leq 66$ 。





## 小 試 身 手

### 【例題 1】

解下列不等式：

$$(1) 2x - 4 < x - 28 \quad (2) 5x + 20 > 25$$

答：(1)  $x < -24$

$$(2) 5x > 5$$

$$\therefore x > 1$$

### 【例題 3】

解下列不等式：

$$(1) \frac{3}{5}x - 5 \leq 55 + \frac{1}{5}x$$

$$(2) \frac{1}{2}x - 4 \geq 32$$

答：(1)  $\frac{2}{5}x \leq 60$

$$\therefore x \leq 150$$

$$(2) \frac{1}{2}x \geq 36$$

$$\therefore x \geq 72$$

### 【例題 5】

解下列不等式：

$$(1) x + 1 < 3x - 9 < x - 1$$

$$(2) 2x < 4x + 8 < 20$$

解：(1)  $x + 1 < 3x - 9$

$$\Rightarrow 10 < 2x \Rightarrow x > 5 \text{---①}$$

$$3x - 9 < x - 1$$

$$\Rightarrow 2x < 8 \Rightarrow x < 4 \text{---②}$$

$\therefore$  由①跟②可知  $\Rightarrow x > 5$  或  $x < 4$

$$(2) 2x < 4x + 8$$

$$\Rightarrow 2x > -8 \Rightarrow x > -4 \text{---①}$$

$$4x + 8 < 20$$

$$\Rightarrow 4x < 12 \Rightarrow x < 3 \text{---②}$$

$\therefore$  由①跟②可知  $\Rightarrow -4 < x < 3$

### 【例題 2】

解下列不等式：

$$(1) 3x - 2 > x - 2 \quad (2) 7x - 28 \leq 49$$

答：(1)  $2x > 0$

$$\therefore x > 0$$

$$(2) 7x \leq 77$$

$$\therefore x \leq 11$$

### 【例題 4】

解下列不等式：

$$(1) \frac{1}{2}x + 22 \geq 2x - 11$$

$$(2) 15x + 20 \leq 5x - 30$$

答：(1)  $x + 44 \geq 4x - 22$

$$3x \leq 66 \quad \therefore x \leq 22$$

$$(2) 15x + 20 \leq 5x - 30$$

$$10x \leq -50$$

$$\therefore x \leq -5$$

### 【例題 6】

解下列不等式：

$$(1) 3x < 3x + 7 < 6x - 2$$

$$(2) 2x - 3 < 3x + 5 < 13$$

解：(1)  $3x < 3x + 7$

$$\Rightarrow 0 < 7, x \text{ 為任意數---①}$$

$$3x + 7 < 6x - 2$$

$$\Rightarrow 3x > 9 \Rightarrow x > 3 \text{---②}$$

$\therefore$  由①跟②可知  $\Rightarrow x > 3$

$$(2) 2x - 3 < 3x + 5$$

$$\Rightarrow x > -8 \text{---①}$$

$$3x + 5 < 13$$

$$\Rightarrow 3x < 8 \Rightarrow x < \frac{8}{3} \text{---②}$$

$\therefore$  由①跟②可知  $\Rightarrow -8 < x < \frac{8}{3}$



**【例題 7】**

解下列不等式：

(1)  $\frac{1}{2}x + 6 < 2x - 33 < \frac{3}{4}x + 2$

(2)  $3x + 2 < \frac{1}{3}x + 1 < \frac{3}{4}x - 2$

解：(1)  $\frac{1}{2}x + 6 < 2x - 33$

$$\Rightarrow 39 < \frac{3}{2}x \Rightarrow x > 26 \text{---①}$$

$$2x - 33 < \frac{3}{4}x + 2$$

$$\Rightarrow \frac{5}{4}x < 35 \Rightarrow x < 28 \text{---②}$$

 $\therefore$  由①跟②可知  $\Rightarrow 26 < x < 28$ 

(2)  $3x + 2 < \frac{1}{3}x + 1$

$$\Rightarrow \frac{8}{3}x < -1 \Rightarrow x < -\frac{3}{8}$$

$$\frac{1}{3}x + 1 < \frac{3}{4}x - 2$$

$$\Rightarrow 4x + 12 < 9x - 24$$

$$\Rightarrow 5x > 36 \Rightarrow x > \frac{36}{5}$$

 $\therefore \Rightarrow x > \frac{36}{5}$  或  $x < -\frac{3}{8}$ **【例題 9】**

解下列不等式：

(1)  $2|x + 1| \leq 8$

(2)  $|4x - 1| < 31$

解：(1)  $|x + 1| \leq 4$

$$\Rightarrow -4 \leq x + 1 \leq 4$$

$$\Rightarrow -5 \leq x \leq 3$$

(2)  $-31 < 4x - 1 < 31$

$$\Rightarrow -30 < 4x < 32$$

$$\Rightarrow -\frac{15}{2} < x < 8$$

**【例題 8】**

解下列不等式：

(1)  $\frac{1}{2}x - 10 < 3x < \frac{1}{5}x + 28$

(2)  $\frac{1}{2}x - 1 < 2\frac{1}{2}x + 1 < 2x$

解：(1)  $\frac{1}{2}x - 12 < 3x$

$$\Rightarrow -10 < \frac{5}{2}x \Rightarrow x > -4 \text{---①}$$

$$3x < \frac{1}{5}x + 28$$

$$\Rightarrow \frac{14}{5}x < 28 \Rightarrow x < 10 \text{---②}$$

 $\therefore$  由①跟②可知  $\Rightarrow -4 < x < 10$ 

(2)  $\frac{1}{2}x - 1 < 2\frac{1}{2}x + 1$

$$\Rightarrow 2x > -2 \Rightarrow x > -1$$

$$2\frac{1}{2}x + 1 < 2x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}x < -1 \Rightarrow x < -2$$

 $\therefore \Rightarrow x > -1$  或  $x < -2$ **【例題 10】**

解下列不等式：

(1)  $-|2x - 1| \leq -19$

(2)  $-3|x + 8| > -102$

解：(1)  $|2x - 1| \geq 19$

$$\Rightarrow 2x - 1 \geq 19 \text{ 或 } 2x - 1 \leq -19$$

$$\Rightarrow x \geq 10 \text{ 或 } x \leq -9$$

(2)  $|x + 8| < 34$

$$\Rightarrow -34 < x + 8 < 34$$

$$\Rightarrow -42 < x < 26$$

**【例題 11】**

解下列不等式：

$$(1) \left| \frac{1}{2}x - 4 \right| \geq 5$$

$$(2) \left| \frac{2}{3}x + 1 \right| \leq \frac{3}{4}$$

$$\text{解：(1) } \frac{1}{2}x - 4 \geq 5 \text{ 或 } \frac{1}{2}x - 4 \leq -5 \\ \Rightarrow x \geq 18 \text{ 或 } x \leq -2$$

$$(2) -\frac{3}{4} \leq \frac{2}{3}x + 1 \leq \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow -\frac{7}{4} \leq \frac{2}{3}x \leq -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow -\frac{21}{8} \leq x \leq -\frac{1}{4}$$

**【例題 12】**

解下列不等式：

$$(1) \left| \frac{1}{2}x - 4 \right| \leq 5$$

$$(2) -\left| \frac{2}{5}x - 3 \right| \geq -1\frac{1}{4}$$

$$\text{解：(1) } -5 \leq \frac{1}{2}x - 4 \leq 5 \\ \Rightarrow -1 \leq \frac{1}{2}x \leq 9 \Rightarrow -2 \leq x \leq 18$$

$$(2) \left| \frac{2}{5}x - 3 \right| \leq 1\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow -1\frac{1}{4} \leq \frac{2}{5}x - 3 \leq 1\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{4} \leq \frac{2}{5}x \leq \frac{17}{4} \Rightarrow \frac{35}{8} \leq x \leq \frac{85}{8}$$

**【例題 13】**

設  $0 < a < 7$ ，且  $ax - x + 9 \geq 3(2x - 1)$  的解為  $x \leq 6$ ，則  $a = \underline{\quad 5 \quad}$ 。

解：

$$ax - x + 9 \geq 3(2x - 1)$$

$$ax - x \geq 6x - 3 - 9$$

$$ax - x - 6x \geq -12$$

$$ax - 7x \geq -12$$

$$x(a - 7) \geq -12$$

$$\because 0 < a < 7 \quad \therefore x \leq -\frac{12}{a-7}$$

$$\because x \leq 6 \quad \therefore 6 = -\frac{12}{a-7}$$

$$\therefore -2 = a - 7, \text{ 即 } a = 5$$

**【例題 14】**

設  $a < 1$ ，解  $x$  的不等式  $ax + a - x - 1 > 0$ ，得  $x$  的範圍為  $\underline{x < -1}$ 。

$$\text{解： } ax + a - x - 1 > 0$$

$$ax - x + a - 1 > 0$$

$$x(a - 1) > -a + 1$$

$$x(a - 1) > 1 - a$$

$$x < \frac{1-a}{a-1}, \quad \because a < 1 \quad \therefore x < -1$$

**【例題 15】**

$$\text{解不等式 } \frac{2x-3}{3} < \frac{x+4}{4} - \frac{27}{4}$$

$$\text{解： } 4(2x-3) < 3(x+4) - 81$$

$$8x - 12 < 3x + 12 - 81$$

$$\therefore 5x < -57$$

$$\therefore x < -\frac{57}{5}$$

**【例題 16】**

$$\text{解不等式 } \frac{1}{5}x - \frac{2x-3}{3} + 1 \leq 0$$

$$\text{解： } 3x - 5(2x-3) + 15 \leq 0$$

$$3x - 10x + 15 + 15 \leq 0$$

$$7x \geq 30$$

$$\therefore x \geq \frac{30}{7}$$

## 【例題 17】

不等式  $x-1 > -2(8-3x)$  的正整數解共有 2 個。

$$\text{解： } x-1 > -16+6x$$

$$5x < 15$$

$$\therefore x < 3$$

$\therefore x$  為正整數

$\therefore x=1、2$  共有 2 個

## 【例題 19】

阿達比小倩高，小倩比吉米高，偉恩比阿達高，所以四個人的身高（依序由高到低）是 偉恩 > 阿達 > 小倩 > 吉米。

解：阿達 > 小倩，小倩 > 吉米，

偉恩 > 阿達，

所以四個人的身高依序為

偉恩 > 阿達 > 小倩 > 吉米。

## 【例題 21】

有甲、乙兩容器，甲容器內裝有 60ℓ 的水，乙容器內裝有 15ℓ 的水。請問最少要從甲容器中取多少 ℓ 的水到乙容器中，甲容器內的水才會是乙容器內水的 2 倍以下？

解：設最少要從甲容器中取  $x$ ℓ 的水到

乙容器中

$$\therefore 60-x \leq 2(15+x)$$

$$60-x \leq 30+2x$$

$$\therefore 3x \geq 30 \quad \text{即 } x \geq 10$$

答：最少要從甲容器中取 10ℓ 的水到乙容器中。

## 【例題 18】

若  $7x+10 \leq 9x+4$ ，則在  $x$  的範圍中，不滿 7 的所有整數為 3、4、5、6。

$$\text{解： } \because 7x+10 \leq 9x+4$$

$$\Rightarrow 2x \geq 6$$

$$\Rightarrow x \geq 3$$

$\therefore x$  不滿 7 的所有整數為 3、4、5、6。

## 【例題 20】

若某次數學競賽中，明華的成績不比美英差，美英的成績也不比明華差，則兩人的成績誰比較好？

答：明華的成績  $\geq$  美英的成績。

解：明華的成績  $\geq$  美英的成績，

美英的成績  $\geq$  明華的成績，

$\therefore$  明華的成績 = 美英的成績

## 【例題 22】

想買每個售價 50 元的咖啡杯  $x$  個，和每個售價 90 元的水壺 6 個，若總價要在 900 元以下，則咖啡杯最多可以買幾個？

$$\text{解： } 50x + 90 \times 6 \leq 900$$

$$\therefore 50x \leq 360$$

$$\therefore x \leq 7.2$$

$\therefore$  咖啡杯最多可以買 7 個

答：咖啡杯最多可以買 7 個。

**【例題 23】**

解下列不等式：

$$\frac{5x-2}{3} - (4x+3) \geq \frac{x-7}{5}$$

$$\text{解：} 5(5x-2) - 15(4x+3) \geq 3(x-7)$$

$$25x - 10 - 60x - 45 \geq 3x - 21$$

$$38x \leq -34$$

$$\therefore x \leq -\frac{17}{19}。$$

**【例題 25】**

回答下列各題：

(1) 解  $|4x-2| < 7$ 。

(2) 若  $|x-m| \leq n$  的解為  $2 \leq x \leq 6$ ，求  $m$ 、 $n$  的值。(3) 若  $|ax-b| < 4$  的解為  $1 < x < 5$ ，求  $a$ 、 $b$  的值。

解：

$$\begin{aligned} (1) \quad |4x-2| < 7 &\Rightarrow -7 < 4x-2 < 7 \\ &\Rightarrow -5 < 4x < 9 \\ &\Rightarrow -\frac{5}{4} < x < \frac{9}{4} \end{aligned}$$

(2) 因為  $2 \leq x \leq 6$ 

2 與 6 的中點為 4

所以可將不等式  $2 \leq x \leq 6$ 還原成  $|x-4| \leq 2$ 對照式子  $|x-m| \leq n$  可得

$$m=4, n=2$$

(3)  $|ax-b| < 4 \Rightarrow$  將左右式同除  $a$ 

$$\left| x - \frac{b}{a} \right| < \frac{4}{a}$$

因為  $1 < x < 5$ 

1 與 5 的中點為 3

所以可將不等式  $1 < x < 5$ 還原成  $|x-3| \leq 2$ 對照式子  $\left| x - \frac{b}{a} \right| < \frac{4}{a}$  可得

$$a=2, b=6$$

**【例題 24】**

解下列不等式：

$$0.8(x+2) - (2x-1) < 0.1(3x+5)$$

$$\text{解：} 8(x+2) - 10(2x-1) < 3x+5$$

$$8x+16-20x+10 < 3x+5$$

$$15x > 21$$

$$\therefore x > \frac{7}{5}。$$

**【例題 26】**

回答下列各題：

(1) 解  $|5x-4| < 61$ 。

(2) 若  $|x-m| \leq n$  的解為  $7 \leq x \leq 13$ ，求  $m$ 、 $n$  的值。(3) 若  $|ax+b| < 7$  的解為  $2 < x < 9$ ，求  $a$ 、 $b$  的值。

解：

$$\begin{aligned} (1) \quad |5x-4| < 61 &\Rightarrow -61 < 5x-4 < 61 \\ &\Rightarrow -57 < 5x < 65 \\ &\Rightarrow -\frac{57}{5} < x < 13 \end{aligned}$$

(2) 因為  $7 \leq x \leq 13$ 

7 與 13 的中點為 10

所以可將不等式  $7 \leq x \leq 13$ 還原成  $|x-10| \leq 3$ 對照式子  $|x-m| \leq n$  可得

$$m=10, n=3$$

(3)  $|ax+b| < 7 \Rightarrow$  將左右式同除  $a$ 

$$\left| x + \frac{b}{a} \right| < \frac{7}{a}$$

因為  $2 < x < 9$ 2 與 9 的中點為  $\frac{11}{2}$ 所以可將不等式  $2 < x < 9$ 還原成  $\left| x - \frac{11}{2} \right| < \frac{7}{2}$ 對照式子  $\left| x + \frac{b}{a} \right| < \frac{7}{a}$  可得

$$a=2, b=-11$$