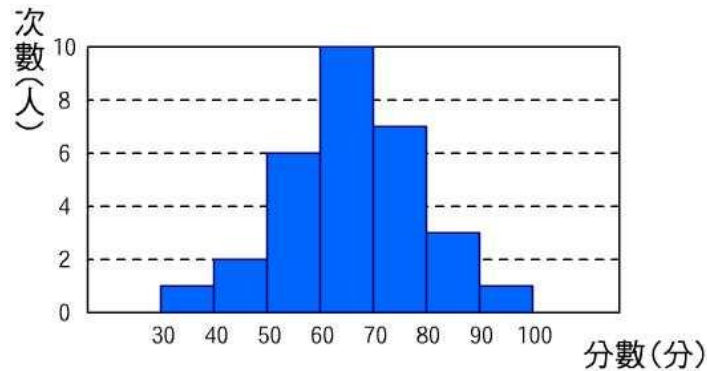


## ■ 算術平均數、中位數、眾數

上一節中我們已經學會如何將一組資料轉變成一個圖表，以下圖(數學成績直方圖)為例，我們很容易的可以看出學生成績集中在 60~70 分，成績在 30 分以下及 90 分以上的同學比較少：



而為了具體描述與比較分析資料，我們將在此章節介紹用來衡量資料特性的統計測量值(統計量)，其中包括呈現中央趨勢、分散度衡量。

統計量：由一組樣本資料所算出的單一數值，包括：

1. 中央趨勢：呈現資料分配之中心位置或是共同趨勢。而常用的中央趨勢測量值主要有**算術平均數、中位數、眾數、百分位數、四分位數**等五種。
2. 分散度衡量：在資料的分析中，除了中央趨勢外，資料的分散程度或變異性也常是一種重要的考量。舉例來說，某次月考甲、乙兩班的數學成績平均都為 70，但甲班最低 0 分，最高 100 分，而乙班則通通在 60 分與 90 分之間，顯然雖然甲、乙兩班的分數平均數一致，但成績的分布並不一樣。而常用來衡量資料整體的分布情況的統計量有**全距**與**四分位距**兩種。而最後則有**盒狀圖**來綜合全距與四分位距的資訊。

在上述的統計量裡，我們不只要會將他們計算出來，重要的是要學會透過這些統計量就能得知原始資料的型態。下面我們將為各位逐一介紹上述的統計量。

**算術平均數**：最常用的群體資料代表值就是**算術平均數**，我們常聽到：全班平均身高、國民平均所得等等。平均數有什麼用途呢？例如我們知道狗的平均壽命為20歲，而人的平均壽命是80歲，所以5歲的狗像20歲的人一樣正值青年期，而15歲的狗已經像60歲的人了。又例如知道某甲打一種電玩的平均得分是某乙的兩倍，因為某乙已經打的很不錯了，所以我可以知道某甲是個頂尖高手。由上面的例子我們可以感覺到以算術平均數做為某一群體現象的代表值所表示的意義了。

求算術平均數的方法很簡單，一組資料的算術平均數為：

$$(\text{資料數值的總和}) \div (\text{資料的個數})$$

其數學式如下：

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}$$

但因為我們手中所執有的資料有分成未分組資料和已分組資料，因此我們將算術平均數的算法細分成未分組資料與已經組資料兩種如下：

1. **未分組時**：將各數值直接加起來的總和 ÷ 個數。

**【範例】**：華裔溜冰選手關穎珊參加溜冰比賽，7名評審對她的評分如下：

5.8、5.6、5.7、5.8、5.6、5.9、5.8（滿分6分）

求7位評審的平均評分為何？

**解**： $(5.8+5.6+5.7+5.8+5.6+5.9+5.8) \div 7 = 40.2 \div 7 = 5.7429$ 分

2. **已分組時**：(1)總和是將各組的組中點乘以次數再相加。

(2)個數是將各組次數加起來。

(3)算術平均數 = 總和 ÷ 個數。

**【範例】**：下表為三年三班學生的體重次數分配表：

請問：該班體重的算術平均數為\_\_\_\_\_公斤。

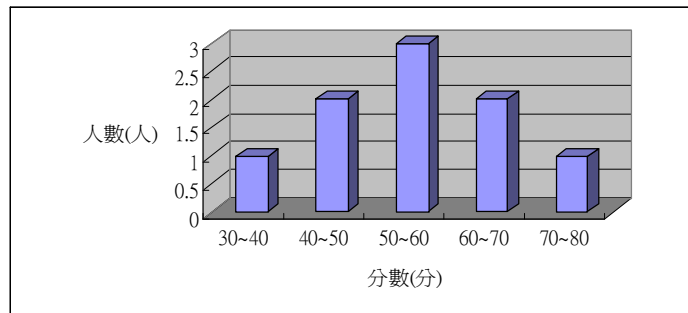
|            |       |       |       |       |       |       |       |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 體重<br>(公斤) | 35~40 | 40~45 | 45~50 | 50~55 | 55~60 | 60~65 | 65~70 |
| 次數<br>(人)  | 4     | 7     | 15    | 12    | 5     | 5     | 2     |

解： 總和 =  $37.5 \times 4 + 42.5 \times 7 + 47.5 \times 15 + 52.5 \times 12 + 57.5 \times 5 + 62.5 \times 5 + 67.5 \times 2$   
 $= 2525$

算術平均數 =  $2525 \div (4 + 7 + 15 + 12 + 5 + 5 + 2) = 50.5$  (公斤)

配合上節我們討論的統計圖表，我們必須學會觀察統計圖表來判斷資料平均數的大約值，我們將在下面幾個範例中為各位解說：

**【範例】**：若一班裡的成績分配圖表如下圖(對稱圖)，則試判斷全班的算術平均數。

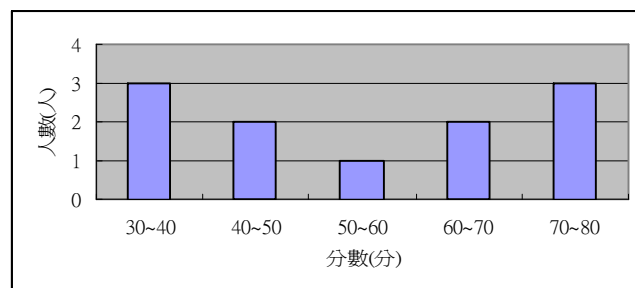


解： 總和 =  $35 \times 1 + 45 \times 2 + 55 \times 3 + 65 \times 2 + 75 \times 1 = 495$

算術平均數 =  $495 \div (1 + 2 + 3 + 2 + 1) = 55$  (分)

由圖形的對照可發現此對稱圖形中間的分數即為此題之算術平均數

**【範例】**：若一班裡的成績分配圖表如下圖(對稱圖)，則試判斷全班的算術平均數。



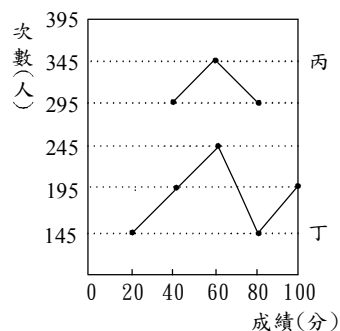
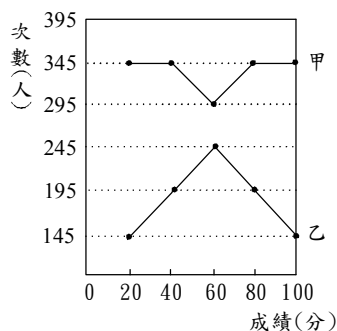
解： 總和 =  $35 \times 3 + 45 \times 2 + 55 \times 1 + 65 \times 2 + 75 \times 3 = 605$

算術平均數 =  $605 \div (3 + 2 + 1 + 2 + 3) = 55$  (分)

由圖形的對照可發現此對稱圖形中間的分數即為此題之算術平均數

我們發現此例圖形中間的分數亦是算術平均數。故由此兩例我們可以推知對稱型之算術平均數即為中間的數字。

【範例】：附圖左是甲、乙兩校的工藝成績折線圖，附圖右是丙、丁兩校的家政成績折線圖。



根據圖中的資訊，判斷下列敘述何者正確？

【95年第二次基測】

- (A) 甲校工藝成績的平均分數比乙校高      (B) 甲校工藝成績的平均分數比乙校低  
 (C) 丙校家政成績的平均分數比丁校高      (D) 丙校家政成績的平均分數比丁校低

解：

$$\text{甲} : \frac{345 \times 20 + 345 \times 40 + 295 \times 60 + 345 \times 80 + 345 \times 100}{345 + 345 + 295 + 345 + 345} = \frac{100500}{1675} = 60$$

$$\text{乙} : \frac{145 \times 20 + 195 \times 40 + 245 \times 60 + 195 \times 80 + 145 \times 100}{145 + 195 + 245 + 195 + 145} = \frac{55500}{925} = 60$$

$$\text{丙} : \frac{295 \times 40 + 345 \times 60 + 295 \times 80}{295 + 345 + 295} = \frac{56100}{935} = 60$$

$$\text{丁} : \frac{145 \times 20 + 195 \times 40 + 245 \times 60 + 145 \times 80 + 195 \times 100}{145 + 195 + 245 + 145 + 195} = \frac{56500}{925} \approx 61.1 \quad \text{答案選 (D)}$$

【範例】：附圖是小克班上同學工藝成績折線圖。根據圖中的數據，判斷該班平均工藝成績為幾分？

- (A) 75      (B) 77.5      (C) 82.5      (D) 90

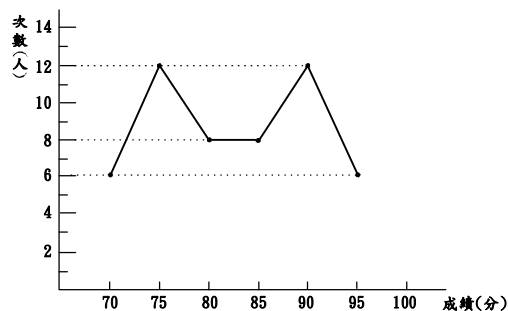
【95年第一次基測】

解：

以成績為 82.5 分畫一垂直線，

可知其直線為圖形的對稱軸

所以可以知道平均成績為 82.5 分



答案選 (C)。

**眾數**：在選班長時，我們可以用得票數最高的人當選方式，也就是得票最多的人可作為該班的班長，這種概念也可以用來選擇數值資料中的代表值，例如某班有 30 位同學，其中身高為 168 公分的有 18 位，所以我們就說該班身高代表值是 168 公分，這個代表值就被稱為**眾數**，其定義如下：

在資料中，出現次數最多且大於 1 次的數值。因此眾數可能不只一個，甚至若資料均只出現一次，則沒有眾數為何。

**【範例】**：已知某資料為 1、2、3、4、5、6，試求該組資料的眾數

**解**：

因為此組資料的數值每個都不一樣，也就是說同樣的數值筆數沒有大於 1 筆  
因此此組資料並沒有眾數存在

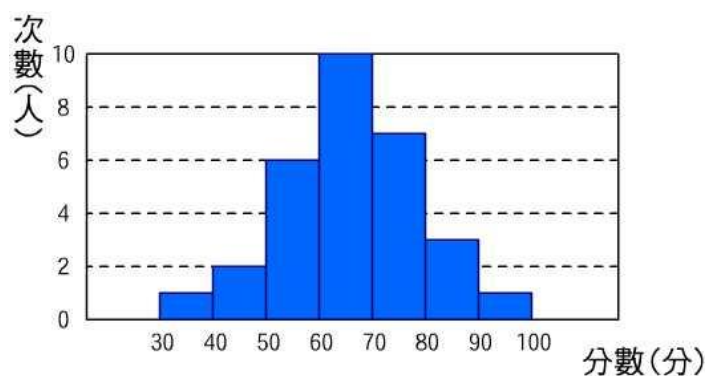
**【範例】**：某班 10 位同學的家庭人口數分別為 4，3，5，10，3，7，4，8，3，9；

則眾數為多少？

**解**：

家庭人口數為 3 的出現 3 次為最多，所以眾數為 3。

**【範例】**：二年信班的數學段考成績如下圖，試求眾數為何。



**解**：我們可輕易發現 60~70 的人數為此圖表最多人，故眾數為 65 分。

**【範例】：**華裔溜冰選手關穎珊參加溜冰比賽，7名評審對她的評分如下：

5.9、5.5、5.7、5.8、5.6、5.9、5.8（滿分6分）

求7位評審分數的眾數為何？

**解：**

評審分數為5.8與5.9出現2次為最多，所以眾數為5.8與5.9。

**【範例】：**若一組資料為{1,1,1,494,495,496,497,498,499}則此資料的眾數為何？

**解：**這一組資料我們發現1這一個數字是重複最多次的數字，故該組

所得的眾數為1。但除了1以外，其他的數皆與1相差勝遠，故舊此例而言

若只用眾數來觀察整組資料的狀況就略顯不足。因此我們又定另一種群體代表值中位數來顯示資料型態。

**中位數：**另外一種群體代表值的選法，是依據排名，我們可以用排名正好在中間的值作為代表值，我們稱這個值為中位數。而其詳細的定義與求法如下：

1. 將一群數值資料由小而大排列，如果

(1)資料的個數是奇數個，最中間的資料值稱為該資料的中位數。

(2)資料的個數是偶數個，最中間兩個資料值的平均值稱為該資料的中位數

**【範例】：**華裔溜冰選手關穎珊參加溜冰比賽，7名評審對她的評分如下：

5.8、5.6、5.7、5.8、5.6、5.9、5.8（滿分6分）

求7位評審分數的中位數為何？算數平均數為何？

**解：**將資料由小排到大：5.6、5.6、5.7、5.8、5.8、5.8、5.9

最中間的資料值：5.8（分）為該組資料的中位數

算術平均數 =  $(5.6 + 5.6 + 5.7 + 5.8 + 5.8 + 5.8 + 5.9) \div 7 \approx 5.74$ （分）

故我們發現中位數和算術平均數所算出來的答案並不相同，但是由於算術平均數的計算為繁雜，此時中位數即可扮演較快推估的一個腳色。

**【範例】**：若一組資料為{1, 2, 3, 4, 5, 496, 497, 498, 499} 則此資料的中位數為何？

**解**：此組資料共有 9 個，故中間的資料值為：5（分）為該組資料的中位數

由上面範例我們得知，此資料由於大小落差過大，較大的數與較小的數皆很集中，小的數的個數也比大的數的個數多 1，故此題用中位數的方法較不為適當，整體資料的集中狀況無法明顯的表現出來。

**【範例】**：逢甲電腦公司十位職員的年齡如下：

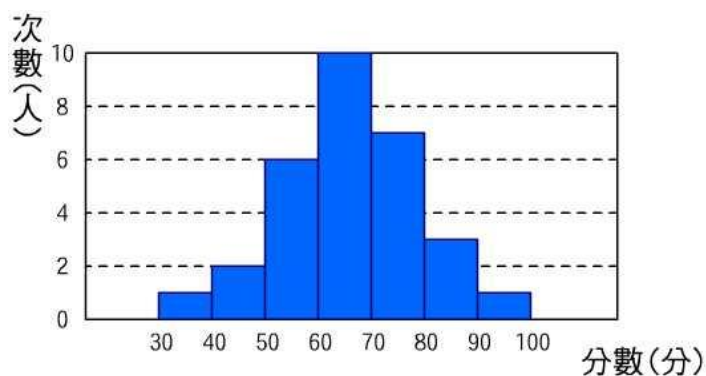
18、20、22、25、31、35、27、24、27、30(歲)，則中位數為\_\_\_\_\_，算數平均數為\_\_\_\_\_。

**解**：將資料由小排到大：18，20，22，24，25，27，27，30，31，35

則中位數為  $\frac{25+27}{2} = 26$ (歲)

算術平均數為  $(18+20+22+25+31+35+27+24+27+30) \div 10 = 25.9$ (歲)

**【範例】**：二年信班的數學段考成績如下圖，試求中位數。



**解**：一半人數 =  $(1+2+6+10+9+3+1) \div 2 = 15$

故中位數要取第 15 及 16 人的平均數，但由此圖發現第 15、16 人落在 60~70 分的區會裡，故中位數為 65 分

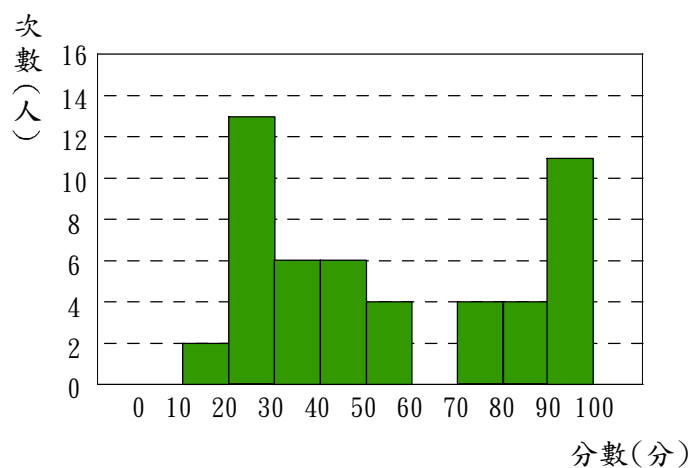
在學完算術平均數、眾數與中數後，我們會發現沒有一統計量，其本身就能完全詮釋資料的原始形態，我們將在下面兩個例子來說明此件事情。

**【範例】：**下面表格為三年甲班 50 位同學的期中考數學成績，試根據此筆資料匯出直方圖，並算出算術平均數、眾數與中位數。

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
| 10 | 10 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 25 | 25 | 30 | 30 | 35 | 35 | 35 | 35 | 40 | 40 | 40 | 45 |
| 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 45 | 45 | 50 | 55 | 55 | 55 | 75 | 75 | 75 | 75 | 85 | 85 | 85 | 85 | 90 | 90 | 90 | 95 | 95 | 95 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 |

**解：**以組距為 10 做次數分配表如下：

| 分數     | 計數欄 | 次數(人) |
|--------|-----|-------|
| 0~10   |     | 0     |
| 10~20  |     | 2     |
| 20~30  |     | 13    |
| 30~40  |     | 6     |
| 40~50  |     | 6     |
| 50~60  |     | 4     |
| 60~70  |     | 0     |
| 70~80  |     | 4     |
| 80~90  |     | 4     |
| 90~100 |     | 11    |



算術平均數： 班上分數總和 ÷ 班上人數 =  $2650 \div 50 = 53$  分

眾數： 由題目表格資料知 20 分有 11 人，為數最多，故眾數為 20 分，此比平均數為低。

中位數： 50 個人的中位數為第 25 位高與第 26 位高學生的平均  
 $(45 + 45) \div 2 = 45$  分，此比平均數低。

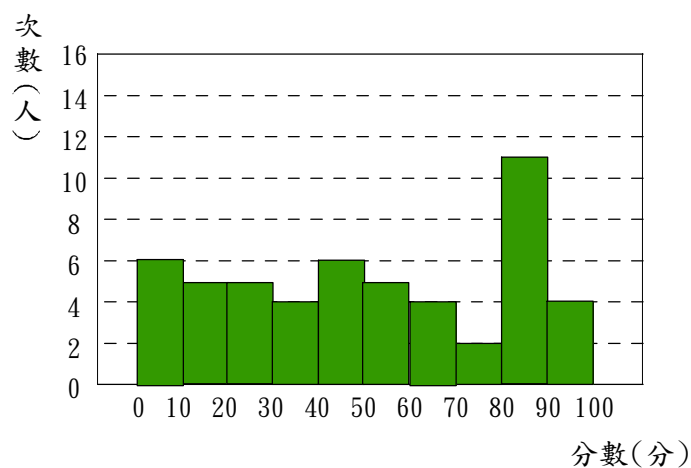


**【範例】：**下面表格為三年甲班 50 位同學的期中考數學成績，試根據此筆資料匯出直方圖，並算出算術平均數、眾數與中位數。

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
| 0  | 0  | 0  | 0  | 5  | 7  | 10 | 10 | 11 | 15 | 18 | 20 | 20 | 20 | 21 | 22 | 30 | 31 | 31 | 33 | 40 | 42 | 42 | 48 | 49 |
| 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 49 | 51 | 51 | 54 | 54 | 56 | 60 | 60 | 63 | 63 | 71 | 75 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 83 | 86 | 89 | 91 | 92 | 98 | 99 |

**解：**以組距為 10 做次數分配表如下：

| 分數     | 計數欄 | 次數(人) |
|--------|-----|-------|
| 0~10   |     | 6     |
| 10~20  |     | 5     |
| 20~30  |     | 5     |
| 30~40  |     | 4     |
| 40~50  |     | 6     |
| 50~60  |     | 5     |
| 60~70  |     | 4     |
| 70~80  |     | 2     |
| 80~90  |     | 9     |
| 90~100 |     | 4     |



算術平均數： 班上分數總和 ÷ 班上人數 =  $2350 \div 50 = 47$  分

眾數： 由題目表格資料知 80 分有 6 人，為數最多，故眾數為 80 分，比平均數高。

中位數： 50 個人的中位數為第 25 位高與第 26 位高學生的平均  $(49+49) \div 2 = 49$  分，比平均數高。

【範例】： ※請閱讀下列的敘述後，回答下列問題：

【92年第一次基測】

已知三年四班全班 35 人身高的算術平均數與中位數都是 158，但後來發現其中有一位同學的身高登記錯誤，將 160 公分寫成 166 公分。經重新計算後，正確的算術平均數為  $a$  公分，中位數為  $b$  公分。

1. 關於算術平均數  $a$  的敘述，下列何者正確？

(A) 大於 158 (B) 小於 158 (C) 等於 158 (D) 資料不足，無法確定。

2. 關於中位數  $b$  的敘述，下列何者正確？

(A) 大於 158 (B) 小於 158 (C) 等於 158 (D) 資料不足，無法確定。

解：

1. 依題意表示算術平均數為  $a$ ，中位數為  $b$

而有一人多登記 6 公分，以致  $158 = \frac{\text{全部身高總和}}{35} = \frac{\text{全部正確身高總和} + 6}{35}$

$$\therefore 158 = \frac{\text{全部正確身高總和}}{35} + \frac{6}{35} = a + \frac{6}{35}, \therefore a = 158 - \frac{6}{35} < 158。$$

答案選 (B)

2. 全班 35 人

⇒ 中位數是第 18 人，原 160 公分的人是超過中間第 18 (158 公分)

所以 160 登記成 166，並不會影響到第 18 人的順序。 ∴  $b$  仍是 158。

答案選 (C)

在講完整個章節後。我們知道算術平均數、中位數、眾數皆是了解整體資料趨勢的一種方式，但並非能用某一種統計量就能完整的描述出資料的整體架構。因此我們必須三者皆考慮，這樣才能較精準的描述出原來的資料分布情形。而在了解完資料的中央趨勢後，緊接著我們將會在下個章節來介紹另外的統計量用來瞭解資料整體的分散情況，這樣我們就能根據這些統計量來將龐大的資料作濃縮與還原的動作。

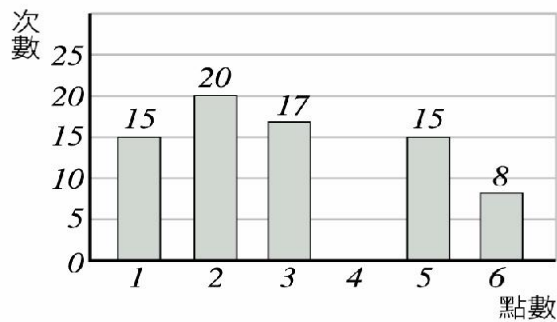


## 小 試 身 手

### 【練習一】

小名投擲一粒骰子 100 次，將點數出現的情形繪製成如右的長條圖，其中點數為 4 的長條不小心遺漏了。請找出：

- (1) 4 點出現的次數為 25 次。
- (2) 此 100 次出現點數的算術平均數為 3.29 點。
- (3) 此 100 次出現點數的中位數為 3 點。



### 【練習二】

下表是 40 位學生平時測驗的次數分配表：

|        |    |    |    |    |    |    |    |     |
|--------|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 成 績(分) | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
| 次 數(人) | 2  | 4  | 10 | 6  | 8  | 6  | 3  | 1   |

求分數比算術平均數低的人數占全部人數的 55 %。

解： 算術平均數 =  $(30 \times 2 + 40 \times 4 + 50 \times 10 + 60 \times 6 + 70 \times 8 + 80 \times 6 + 90 \times 3 + 100 \times 1) \div 40$   
 $= 62.25$

$$(2 + 4 + 10 + 6) \div 40 = 55\%$$

### 【練習三】

三年二班數學能力分組，前 20 人平時測驗的成績次數分配表如下：

|       |    |    |    |    |    |     |
|-------|----|----|----|----|----|-----|
| 成績(分) | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
| 次數(人) | 2  | 3  | x  | 4  | y  | 2   |

若其算術平均數為 75.5 分，則：

試求  $x =$            ， $y =$            。

中位數為            分，眾數為            分。

解：

$$2+3+x+4+y+2=20 \Rightarrow x+y=9 \cdots \textcircled{1}$$

$$(50 \times 2 + 60 \times 3 + 70 \times x + 80 \times 4 + 90 \times y + 100 \times 2) \div 20 = 75.5$$

$$\Rightarrow 7x + 9y = 71 \cdots \textcircled{2}$$

$$\text{由 } \textcircled{1}、\textcircled{2} \Rightarrow y=4, x=5$$

$\therefore$  中位數為 75 分，眾數為 70 分。

#### 【練習四】

右表是某班數學測驗後成績的分析統計表，但有部分資料不小心被塗汙了，試求：

- (1) 60~80 分及 80~100 分的人數分別是多少人？
- (2) 試求其算術平均數。
- (3) 中位數落在哪一組？
- (4) 眾數落在哪一組？

| 分 數    | 中間值 | 人 數 | 中間值×人數 |
|--------|-----|-----|--------|
| 0~20   | 10  | 3   | 30     |
| 20~40  | 30  | 4   | 120    |
| 40~60  | 50  | 9   | 450    |
| 60~80  | 70  |     |        |
| 80~100 | 90  |     |        |
| 合 計    |     | 40  | 2480   |

解：

- (1) 設 60~80 分的人數為  $x$  人

80~100 分的人數為  $y$  人

$$\begin{cases} x + y = 24 \\ 70x + 90y = 1880 \end{cases}$$

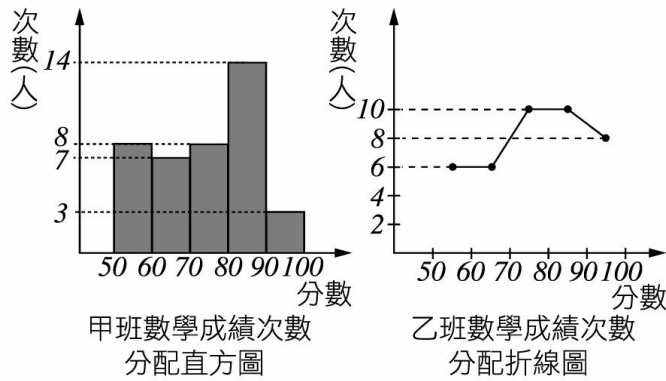
$$\Rightarrow x=14; y=10$$

$\therefore$  60~80 分的人數為 14 人；80~100 分的人數為 10 人

- (2) 算術平均數 =  $2480 \div 40 = 62$  (分)
- (3) 中位數落在 60~80 分這一組
- (4) 眾數落在 60~80 分這一組

**【練習五】**

甲、乙兩班均有 40 名學生，某次數學成績分配圖如下：



- 請問：(1) 甲、乙兩班，70 分以上的人數，哪一班較多？答：\_\_\_。
- (2) 甲班的算術平均數為\_\_\_\_\_分。
- (3) 甲班的眾數在哪一組？答：\_\_\_\_\_。
- (4) 乙班的中位數在哪一組？答：\_\_\_\_\_。

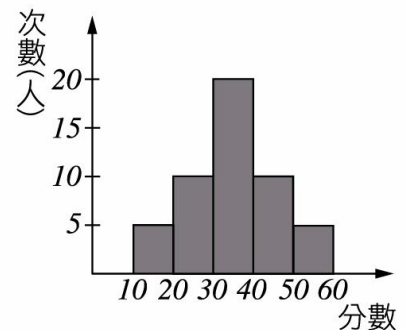
解：

- (1) 甲班 70 分以上的人數有  $8+14+3=25$  人  
 乙班 70 分以上的人數有  $10+10+8=28$  人  
 $\therefore$  乙班較多。
- (2) 算術平均數 =  $(55 \times 8 + 65 \times 7 + 75 \times 8 + 85 \times 14 + 95 \times 3) \div 40$   
 $= 74.25$  (分)
- (3) 80~90 分
- (4) 70~80 分

**【練習六】**

右圖為某班學生數學成績次數分配直方圖，則：

- (1) 全班成績共分\_\_\_\_\_組。
- (2) 全班體重的中位數在哪一組 答：\_\_\_\_\_。
- (3) 由於全班成績不好，老師將每個人的分數乘以 1.2 當作新成績，則全班的算術平均數變為\_\_\_\_\_分。



- 解： (1) 5 組
- (2) 全班共有 50 人，中位數在 30~40 分這一組
- (3) 算術平均數 =  $[(15 \times 5 + 25 \times 10 + 35 \times 20 + 45 \times 10 + 55 \times 5) \times 1.2] \div 50$   
 $= 42$  分

【練習七】

某班 10 位同學的家庭人口數分別為 4、3、5、4、12、6、4、8、3、6，設其算術平均數為  $a$ ，中位數為  $b$ ，眾數為  $c$ ，則  $a+b-2c$  之值為多少？

解： 將資料由小而大排列：3、3、4、4、4、5、6、6、8、12

$$\text{中位數} = b = 4.5 \qquad \text{眾數} = c = 4$$

$$\text{算術平均數} = a = (3+3+4+4+4+5+6+6+8+12) \div 10 = 5.5$$

$$\therefore a+b-2c = 2$$

【練習八】

甲群資料由小到大依序排列為  $x$ ，16，16，20，20， $y$ ，若甲群資料之算術平均數為 19，眾數為 16，則乙群資料  $x$ ， $2x$ ， $3x$ ， $y$ ， $2y$ ， $y$ ， $2y$  之算術平均數為多少？

解： 在甲群資料中，因為眾數為 16，所以  $x=16$

$$\text{又因為算術平均數為 19，所以 } \frac{16+16+16+20+20+y}{6} = 19, \text{ 得 } y = 26$$

$$\text{所以乙群的算術平均數為 } \frac{16+32+48+26+52+26+52}{7} = 36$$

【練習九】

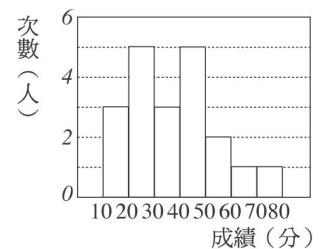
如附圖是某班學生的數學成績「次數分配直方圖」，請問

中位數會落在哪一組？

解： 由圖之該班的總人數為

$$3+5+3+5+2+1+1=20$$

所以中位數即落在 30 到 40 這組



【練習十】

六個數由小排到大，已知六數之平均數為 25，若前二數之平均數為 11，後二數之平均數為 34，則中位數為何？

解： 因為前兩數平均為 11，所以前兩數總和為 22

因為後兩數平均為 34，所以後兩數總和為 68

因為六數平均為 25，所以六數總和為 150

故中間兩數的總和為 60，所以中位數為  $60 \div 2 = 30$

【練習十一】

下表是 25 位遊客年齡的次數分配表，因不小心 5 歲與 6 歲的資料被墨汁塗汙了，  
已知這群遊客年齡的中位數是 5 歲，眾數是 6 歲，則這群遊客的平均年齡是多少歲？

|       |   |   |   |   |    |    |
|-------|---|---|---|---|----|----|
| 年齡(歲) | 3 | 4 | 5 | 6 | 44 | 50 |
| 次數(人) | 2 | 3 |   |   | 2  | 1  |

解：因為中位數為 5 歲，所以第 13 個落在 5 歲這組

又因為眾數落在 6 歲這組，所以 6 歲這組的人數最多

由上面兩個條件我們可以推得 5 歲這組有 8 人，而 6 歲這組有 9 人

$$\text{所以平均年齡} = \frac{3 \times 2 + 4 \times 3 + 5 \times 8 + 6 \times 9 + 44 \times 2 + 50 \times 1}{25} = 10 \text{ 歲}$$

【練習十二】

某班學生第一次段考數學成績，最低分是 40 分，最高分是 95 分，算術平均數為 74 分，因有一題的題目錯誤，每人加 5 分，即最低分數成為 45 分，則此班數學成績的算術平均數變為幾分？

解：

因為班上每人都加 5 分，所以算術平均數也隨之加 5 分

所以加分後的算術平均數為  $74 + 5 = 79$  分

【練習十三】

向日葵國中某次段考全校的數學成績中，第一名至第十二名的算術平均數為 93 分，第一名至第十四名的算術平均數為 92 分，但第十三名與第十四名的得分相同，則第十三名的數學成績是\_\_\_\_\_分。

解：

由題意得前 12 名的總分為  $93 \times 12 = 1116$

前 14 名的總分為  $92 \times 14 = 1288$

所以第 13 名與第 14 名的總分為  $1288 - 1116 = 172$

又因為第 13 名與第 14 名同分，所以第 13 名的分數為  $172 \div 2 = 86$  分

【練習十四】有 50 位同學作數學學力測試，試題只有 A、B 兩題，配分是 A 題 40 分，B 題 60 分，已知答對 A 題的有 36 人，答對 B 題的有 26 人，兩題都答對的有 15 人，則：

(1) 兩題都答錯的有 \_\_\_\_\_ 人。 (2) 所有同學得分的算術平均數為 \_\_\_\_\_ 分。

解：(1) 由排容原理得  $50 - 36 - 26 + 15 = 3$  人

(2) 只對 A 題的有  $36 - 15 = 21$  人，只對 B 題的有  $26 - 15 = 11$  人

兩題都對的有 15 人，所以算術平均數為  $\frac{40 \times 21 + 60 \times 11 + 15 \times 100}{50} = \frac{3000}{50} = 60$

所以所有同學得分的算術平均數為 60 分

【練習十五】下表是 A、B、C、D、E 五個人的體重與全班體重算術平均數的差額表，設 A、E 兩人體重的算術平均數比 B、C、D 三人體重的算術平均數多 10 公斤，且 C 的體重比全班的平均體重大  $x$  公斤，則：

| 學生          | A  | B  | C   | D  | E |
|-------------|----|----|-----|----|---|
| 體重-平均體重(公斤) | 10 | -3 | $x$ | -5 | 6 |

(1)  $x = ?$  (2) A、B、C、D、E 五個人的平均體重比全班的平均體重大(或少)幾公斤？

解：(1) 由表知 AE 的平均平均體重為 8，而 AE 的平均體重比 BCD 多 10 公斤，

所以 BCD 的平均平均體重應為 -2， $\frac{(-3) + x + (-5)}{3} = -2$ ，所以得  $x = 2$

(2) 因為  $\frac{10 + (-3) + 2 + (-5) + 6}{5} = 2$  所以 ABCDE 五人的平均體重比班上平均體重重 2 公斤

【練習十八】

附表是 21 位旅客年齡的次數分配表，因不小心被墨汁塗汙了  $a$ 、 $b$ 、 $c$  ( $abc \neq 0$ )

三項次數，已知這群遊客年齡的中位數是 15 歲，眾數是 16 歲，求：

(1)  $a = ?$   $b = ?$   $c = ?$

|       |    |     |    |     |    |     |
|-------|----|-----|----|-----|----|-----|
| 年齡(歲) | 13 | 14  | 15 | 16  | 25 | 26  |
| 次數(人) | 4  | $a$ | 1  | $b$ | 2  | $c$ |

(2) 這群遊客年齡的算術平均數是多少歲？

(用四捨五入法，求至小數第一位)

解：(1) 因為有 21 位旅客，所以中位數應落在第 11 位旅客身上，

所以 15 歲以前的有 11 人，即 14 歲該組有  $11 - 1 - 4 = 6$  人

又因為眾數落在 16 那組，所以 16 該組人數要比 6 人為多，但  $c$  不為 0，

所以 16 歲該組有 7 人且 26 歲該組有 1 人

故得  $a = 6$ ， $b = 7$ ， $c = 1$

(2) 旅客的平均年齡為  $\frac{13 \times 4 + 14 \times 6 + 15 \times 1 + 16 \times 7 + 25 \times 2 + 26 \times 1}{21} = 16.1$

所以旅客的平均年齡未 16.1 歲



## ■ 百分位數、二分位數、四分位數

### 累積次數折線圖：

累積次數折線圖乃是後面組距的數量加上前面組距的數量，層層累積上去。舉例來說，如果現在有兩身高組為 160~165 和 165~170，現在 160~165 有 5 人，165~170 有 3 人，則根據累積次數，165~170 累積 160~165 那組的人數就成為 8 人。因此要介紹累積次數折線圖時，我們必須先瞭解累積次數分配表。

【範例】逢甲國中三年一班上學期數學成績(單位：分)如附表所示：

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 座號 | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  |
| 成績 | 27 | 64 | 35 | 78 | 36 | 43 | 44 | 82 |
| 座號 | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 成績 | 83 | 48 | 52 | 55 | 58 | 64 | 65 | 68 |
| 座號 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| 成績 | 69 | 70 | 74 | 35 | 80 | 80 | 80 | 45 |
| 座號 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 |
| 成績 | 47 | 33 | 84 | 84 | 85 | 89 | 21 | 64 |
| 座號 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 成績 | 41 | 49 | 77 | 59 | 66 | 69 | 89 | 78 |

- (1) 試畫出次數分配表、累積次數分配表。(10分為組距)
- (2) 試畫出累積百分率圖、累積次數折線圖。
- (3) 試求出剛好贏過20人的那一點分數為何？

解：(1)

| 成績(分)   | 人數 | 計數欄 |
|---------|----|-----|
| 20 ~ 30 | 2  |     |
| 30 ~ 40 | 4  |     |
| 40 ~ 50 | 7  |     |
| 50 ~ 60 | 4  |     |
| 60 ~ 70 | 8  |     |
| 70 ~ 80 | 5  |     |
| 80 ~ 90 | 10 |     |

圖(一) 次數分配表

| 成績(分)   | 人數 | 累積次數 | 相對累積次數(%) |
|---------|----|------|-----------|
| 20 ~ 30 | 2  | 2    | 5         |
| 30 ~ 40 | 4  | 6    | 15        |
| 40 ~ 50 | 7  | 13   | 32.5      |
| 50 ~ 60 | 4  | 17   | 42.5      |
| 60 ~ 70 | 8  | 25   | 62.5      |
| 70 ~ 80 | 5  | 30   | 75        |
| 80 ~ 90 | 10 | 40   | 100       |

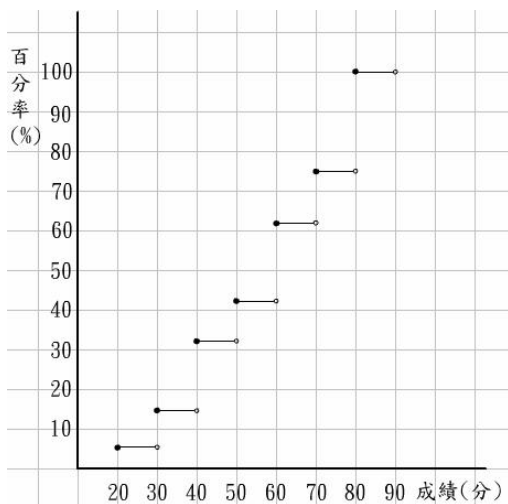
圖(二) 累積次數分配表

首先我們拿到一組離散的資料，我們要先對資料作統整，以方便作統計圖表。以這一題為例，我們是以10分為一組距，故我們要先統計次數分配表。如圖(一)所示。

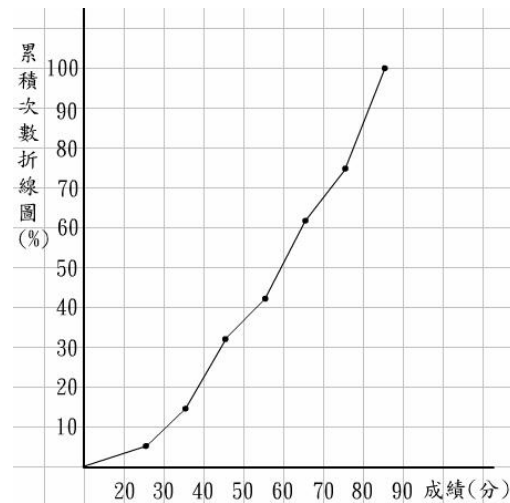
我們把每一組距裡的人數做好統計之後，下一步我們要畫累積次數分配表。因為20~30分的人數只有2個人，所以同列的累積次數為2。再來是30~40分的累積次數，這一組累積次數=之前累積人數+此組人數，故4+2=6人，之後以此類推。

因為全部人數為40人，所以相對累積次數即為 $\frac{\text{此組累積人數}}{\text{全體人數}} \times 100\%$ ，所以20~30分之相對累積次數為 $\frac{2}{40} \times 100\% = 5\%$ ，同理，可以算出其它相對累積次數，即可完成圖(二)的累積次數分配表。

(2) 在我們完成累積次數分配表之後，我們再來需要畫上累積百分率圖，首先先把座標軸先標示出來，因為20~30分的百分率皆為5%，所以我們就在20~30分的格子裡對應5%的位子上劃一條橫線。再來要注意實點與空點，以20~30分這一組來看，20分是包含在裡面，但不包括30分，所以我們在20分的位子點上畫上實心，但30分的位子點上則畫上空心點。如此即可完成如圖(三)所示的累積百分率圖。



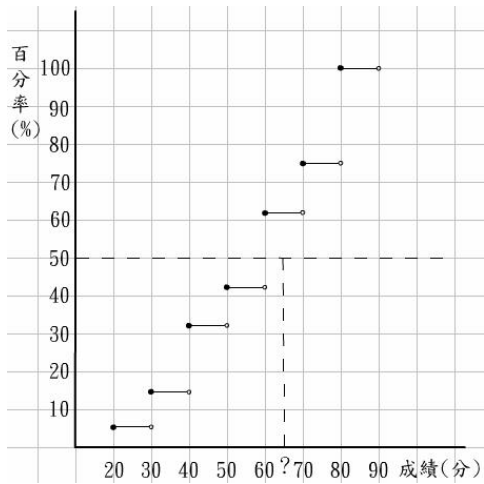
圖(三)累積百分率圖



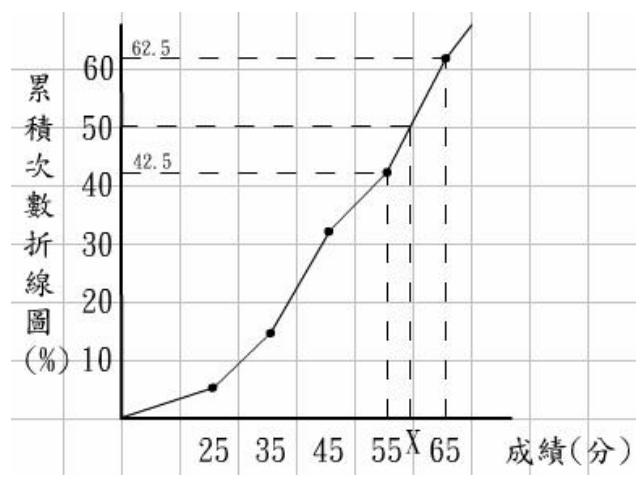
圖(四)累積次數折線圖

累積次數折線圖就是把累積百分率圖各組距的中點連接起來即為所求，如圖(四)所示。

(3) 若要求第50百分位數的分數為何？則對照累積百分率圖，如下圖(五)，我們發現大約是在60分，這只是估算值和實際值不一定相同或正確。所以第50百分位數該如何求會比較精確呢？如下圖(六)所示，累積次數折線圖成績55~65分之間為斜直線，所以可以利用斜率相等的方法來求得大約對應的值。



圖(五) 累積百分率圖



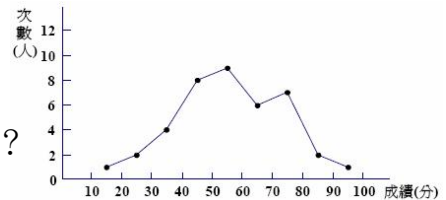
圖(六) 累積次數折線圖

$$\begin{aligned} \text{比值} &= \frac{y \text{ 值差}}{x \text{ 值差}} \Rightarrow \frac{62.5 - 42.5}{65 - 55} = \frac{50 - 42.5}{x - 55} \Rightarrow \frac{20}{10} = \frac{7.5}{x - 55} \\ &\Rightarrow 75 = 20x - 1100 \\ &\Rightarrow 20x = 1175 \Rightarrow x = 58.75 \end{aligned}$$

故剛好贏過20人的那一點分數為58.75分

【範例】下圖為二年級同學的數學成績次數分配折線圖

- 則：(1) 試畫出次數分配表、累積次數分配表。  
 (2) 試畫出累積百分率圖、累積次數折線圖。  
 (3) 試求出剛好贏過 20 人的那一點分數為何？



解：(1)

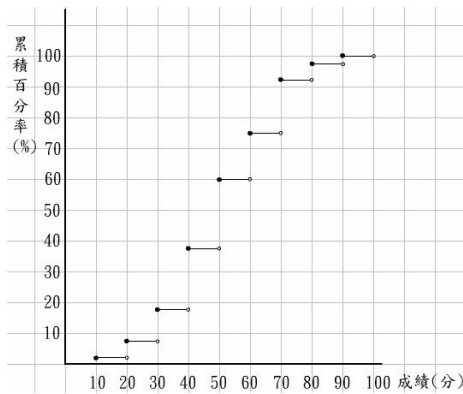
| 成績(分)    | 人數 | 計數欄    |
|----------|----|--------|
| 10 ~ 20  | 1  |        |
| 20 ~ 30  | 2  |        |
| 30 ~ 40  | 4  |        |
| 40 ~ 50  | 8  | /      |
| 50 ~ 60  | 9  | /    / |
| 60 ~ 70  | 6  | /      |
| 70 ~ 80  | 7  | /      |
| 80 ~ 90  | 2  |        |
| 90 ~ 100 | 1  |        |

次數分配表

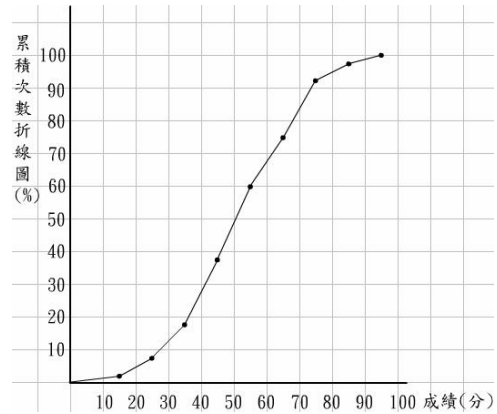
| 成績(分)    | 人數 | 累積次數 | 相對累積次數(%) |
|----------|----|------|-----------|
| 10 ~ 20  | 1  | 1    | 2.5       |
| 20 ~ 30  | 2  | 3    | 7.5       |
| 30 ~ 40  | 4  | 7    | 17.5      |
| 40 ~ 50  | 8  | 15   | 37.5      |
| 50 ~ 60  | 9  | 24   | 60        |
| 60 ~ 70  | 6  | 30   | 75        |
| 70 ~ 80  | 7  | 37   | 92.5      |
| 80 ~ 90  | 2  | 39   | 97.5      |
| 90 ~ 100 | 1  | 40   | 100       |

累積次數分配表

(2)



累積百分率圖



累積次數折線圖

(3)

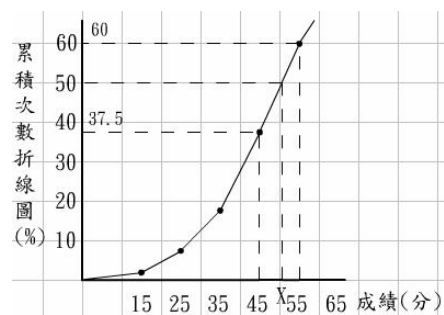
我們由上圖累積次數折線圖，可以由比率相等的方法求得：

$$\frac{60 - 37.5}{55 - 45} = \frac{50 - 37.5}{x - 45} \Rightarrow \frac{22.5}{10} = \frac{12.5}{x - 45}$$

$$\Rightarrow 10 = 1.8x - 81$$

$$\Rightarrow x = 50.5555 \approx 50.56$$

故剛好贏過20人的那一點分數為50.56分



上面所述的累積次數分配表與累積次數折線圖都是層層累加，而相反的也有由最高層層遞減的累積次數分配表與累積次數折線圖。為了區分兩者，以上累加的我們就稱為以上累積次數折線圖，向下遞減的我們就稱為以下累積次數折線圖。而其定義分別如下：

**以上累積次數折線圖：**以較大數值至較小數值累積，並以以上累積次數（各組下限）為坐標點繪圖，並將各點相連成折線圖。

**以下累積次數折線圖：**以較小數值至較大數值累積，並以以下累積次數（各組上限）為坐標點繪圖，並將各點相連成折線圖。

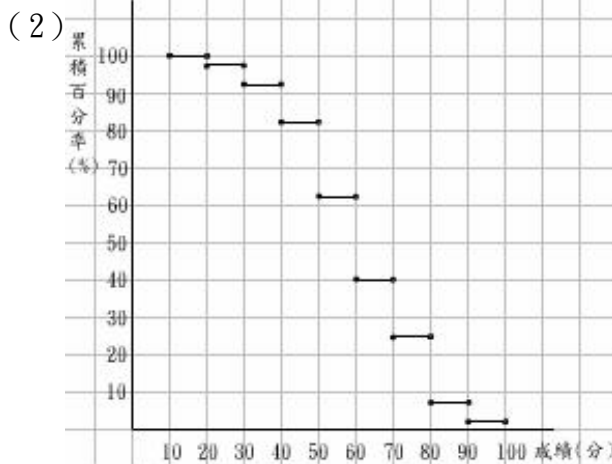
- 【範例】**承上題則：(1) 試畫出以上累積次數分配表。  
(2) 試畫出以上累積百分率圖、以上累積次數折線圖。  
(3) 試求出剛好贏過 20 人的那一點分數為何？

解：(1)

| 成績(分)    | 人數 | 計數欄 |
|----------|----|-----|
| 90 ~ 100 | 1  |     |
| 80 ~ 90  | 2  |     |
| 70 ~ 80  | 7  |     |
| 60 ~ 70  | 6  |     |
| 50 ~ 60  | 9  |     |
| 40 ~ 50  | 8  |     |
| 30 ~ 40  | 4  |     |
| 20 ~ 30  | 2  |     |
| 10 ~ 20  | 1  |     |

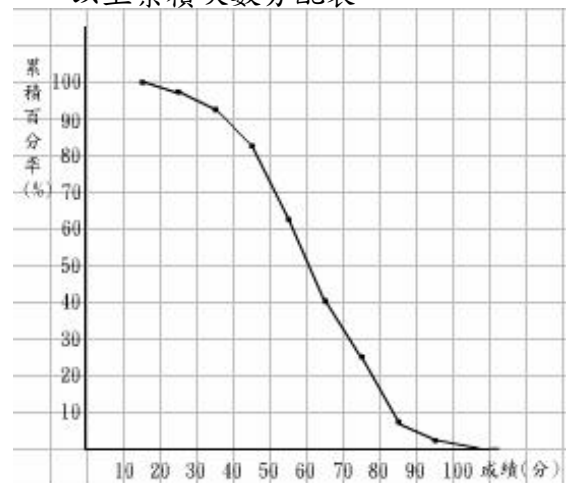
| 成績(分)    | 人數 | 累積次數 | 相對累積次數(%) |
|----------|----|------|-----------|
| 90 ~ 100 | 1  | 1    | 2.5       |
| 80 ~ 90  | 2  | 3    | 7.5       |
| 70 ~ 80  | 7  | 10   | 25        |
| 60 ~ 70  | 6  | 16   | 40        |
| 50 ~ 60  | 9  | 25   | 62.5      |
| 40 ~ 50  | 8  | 33   | 82.5      |
| 30 ~ 40  | 4  | 37   | 92.5      |
| 20 ~ 30  | 2  | 39   | 97.5      |
| 10 ~ 20  | 1  | 40   | 100       |

以上次數分配表



以上累積百分率圖

以上累積次數分配表



以上累積次數折線圖

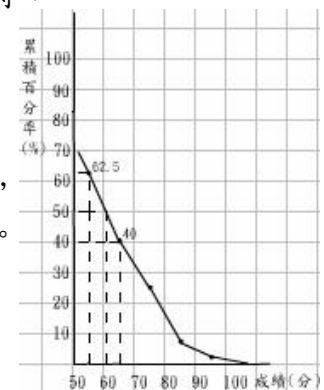
(3)

我們由上圖以上累積次數折線圖，可以由比率相等的方法求得：

$$\frac{62.5-50}{x-55} = \frac{62.5-40}{55-45}$$

$$x = 60.55$$

所以贏過20人的分數為60.5分，比較以上題以上及以下累積，我們發現中位數算出來的答案會有所不同。是因為資料太少。



除了製作統計圖表外，更重要為解讀統計表。在介紹完上述五個統計圖表後，我們發現並不是每筆資料都適合用任一個統計圖表，且每個統計圖表也都有個別的功用，因此底下章節我們將位各位介紹這些統計圖表的比較與用途。

有甲、乙、丙、丁、戊五位同學參加數學競試，成績分別為 70、87、85、92、75，我們將這五位同學視為一個群體，為了了解丙同學在群體中之表現，我們將五位同學之成績排序，排序的方式有兩種，一種是由小排到大，另一種則是由大排到小，下面表格式兩種排序的結果。

|      |    |    |    |    |    |
|------|----|----|----|----|----|
| 學生   | 甲  | 乙  | 丙  | 丁  | 戊  |
| 成績   | 70 | 87 | 85 | 95 | 75 |
| 由小到大 | 1  | 4  | 3  | 5  | 2  |
| 由大到小 | 5  | 2  | 3  | 1  | 4  |

由上表知道，甲的由小到大排序的序號為 1，表示甲的成績最低，是倒數第一名，而丁的由大到小排序的序號為 1，表示丁的成績最高，是第一名。

現在我們來看表中丙同學的排序，丙同學的由小到大排序的序號和由大到小的序號都為 3，也就是說丙是倒數第 3 名也是第 3 名。

在一般人的觀感，若某人考倒數第 3 名，會被覺得成績很差，而當某人考第 3 名時，則會覺得他成績很好，那是因為我們不知道總共有多少人參加考試，而依經驗猜想參加考試的人很多，當我們知道只有五個人參加考試時，就知道第 3 名或倒數第 3 名都表示丙的成績中等，而不會覺得丙的成績很好或很差了，所以我們如果要能正確了解丙同學在群體中的成績表現，就需要同時知道丙同學的名次排序  $i$  及總共參加考試的人數  $N$ 。

為了方便起見，我們將名次排序  $i$  與總人數  $N$  合併成一個訊息。方法是用相對比值  $\frac{i}{N}$ ，以前面範例為例，我們選用由小到大的排序方式，則他們排序的序號與總人數的相對比值如下所示：

|               |     |     |     |    |     |
|---------------|-----|-----|-----|----|-----|
| 學生            | 甲   | 乙   | 丙   | 丁  | 戊   |
| 成績            | 70  | 87  | 85  | 95 | 75  |
| 由小到大          | 1   | 4   | 3   | 5  | 2   |
| 相對比值( $i/5$ ) | 0.2 | 0.8 | 0.6 | 1  | 0.4 |

現在我們告訴你，丙同學考試由小到大排序之序號的相對比值為 0.6 時，我們就可以解讀為：這次考試中有 60% 的人其成績小於或等於丙同學的成績，有 40% 的人其成績大於丙同學的成績。所以我們知道了丙同學的成績在群體中的位置。

為了能夠清楚的了解某人在團體中的表現，我們定義了百分等級及百分位數來描述某人在整個團體中的表現情形，而百分等級與百分位數的定義分別如下：

**百分等級(Percentile Rank，簡稱PR值)：**

**意義：**表示一個人所得到的分數在團體中被依序分為一百個等級的情況下，可以勝過幾個等級。

有5000人參加英檢的考試，若得到的PR值為80，表示將所有的資料分成100份，贏過其中的80份， $5000 \div 100 = 50$ ， $50 \times 80 = 4000$ ，也就是贏過其中的4000人。而PR值的概念與以上累積的觀念相類似。

**【範例】**我們由下列累積次數分配表來看PR值。(1)若小名的分數為50分，求其PR值為多少？(2)若大胖的分數為65分，求其PR值為多少？

| 成績       | 人數 | 累積次數 | 相對累積次數 | 成績       | 人數 | 累積次數 | 相對累積次數 |
|----------|----|------|--------|----------|----|------|--------|
| 90 ~ 100 | 10 | 10   | 2.5    | 10 ~ 20  | 10 | 10   | 2.5    |
| 80 ~ 90  | 20 | 30   | 7.5    | 20 ~ 30  | 20 | 30   | 7.5    |
| 70 ~ 80  | 70 | 100  | 25     | 30 ~ 40  | 40 | 70   | 17.5   |
| 60 ~ 70  | 60 | 160  | 40     | 40 ~ 50  | 80 | 150  | 37.5   |
| 50 ~ 60  | 90 | 250  | 62.5   | 50 ~ 60  | 90 | 240  | 60     |
| 40 ~ 50  | 80 | 330  | 82.5   | 60 ~ 70  | 60 | 300  | 75     |
| 30 ~ 40  | 40 | 370  | 92.5   | 70 ~ 80  | 70 | 370  | 92.5   |
| 20 ~ 30  | 20 | 390  | 97.5   | 80 ~ 90  | 20 | 390  | 97.5   |
| 10 ~ 20  | 10 | 400  | 100    | 90 ~ 100 | 10 | 400  | 100    |

以上累積次數分配表

以下累積次數分配表

解：(1) (I) 以上累積次數分配表結果：

小名的分數為50分，累積到50~60分這一組的人有250人

排名為250名，故贏過 $400 - 250 = 150$  (人)

所以小名的PR值為 $\frac{150}{400} = 37.5$  B 37

(II) 以下累積次數分配表結果：

累積到40~50分的人數有150人，所以小名的PR值為 $\frac{150}{400} \times 100\% = 37.5$  B 37

(2) (I) 以上累積次數分配表結果：

大胖的分數為65分，50~60分這一組的人有60人，

大胖65分，初估 $60 \times \frac{5}{10} = 30$  (人)，排名為 $100 + 30 = 130$ 名

所以大胖贏過 $400 - 130 = 270$ 人，故PR值為 $\frac{270}{400} \times 100\% = 67.5$  B 67

(II) 以下累積次數分配表結果：

累積到50~60分的人數有240人，又小胖的分數為65分，這組距裡有60人

65分之前有60, 61, 62, 63, 64五個數字， $60 \times \frac{6}{10} = 36$ 人

所以初估贏過 $240 + 36 = 276$ 人，PR值為 $\frac{276}{400} \times 100\% = 69$

百分位數會受到分配狀況的影響，數字分配的越不平均，百分位數跳躍越厲害，所以拿兩個百分位數做比較，只能比較兩者的大小關係，但差異程度就不能以數字來判斷了。而百分等級旨在比較該範圍相對於全體資料的大小。

### PR 值特性：

【性質 1】統計學上是討論大約的參考值，允許有較小的誤差存在。

【範例】某考試有 30000 位考生，其中之一考生得到的 PR 值 = 53，則該考生的名次又應為何呢？

解： $30000 \div 100 = 300$ （人）每份有 300 人

PR 值 = 53， $300 \times 53 = 15900$ （人），贏過了 15900 人。

$30000 - 15900 = 14100$ （名），所以 PR = 53 中最後一名考生的名次為 14100 名。

$14100 - 300 + 1 = 13801$ （名），所以 PR = 53 中第一名考生的名次是 13801 名。

因此 PR = 53，排名在 13801~14100 名之間。但到底要回答 13801~14100 還是 13800~14100 呢？

在任何考試中，我們都無法排除有可能會有同分的狀況出現，名次也無法準確算出，因此可告知學生此種概念，此時只要回答約為 13800~14100 名即可。

【性質 2】以無條件捨去法來決定一組人數。

【範例】若考試人數為 35862 人，分成 100 組，則一組應為多少人呢？

解： $35862 \div 100 = 358.62 \approx 358$  取一組 358 人來計算。

因為有可能學生同分之類的因素，因此每一組實際人數皆不盡相同，故若分成 100 組，我們只要有一組大約有多少人的想法即可，以本例可能以 358 人為一組，共分成 100 組。

【性質 3】PR 值一樣，分數不一定會相同。因為在同一組別當中，可有很多種成績存在。

例如在分 100 組時，位於同一組別當中。名次也無法確認，只能大約推算。



【性質 4】考生分數相同，則 PR 值相同。且應以分數贏過多少人來計算 PR 值。

1. 若某些考生分數相同，分組時落在同一組別當中，這些考生的百分等級當然相同。
2. 若某些考生分數雖然相同，但在分組時恰好位於不同的組別，但這些考生贏過的人數都固定，百分等級當然相同，且應以排名較差考生落在的組別來計算百分等級。

【範例】

|      |           |             |             |     |                 |                 |                 |
|------|-----------|-------------|-------------|-----|-----------------|-----------------|-----------------|
| 名次   | 1~<br>300 | 301~<br>600 | 601~<br>900 | ... | 29101~<br>29400 | 29401~<br>29700 | 29701~<br>30000 |
| PR 值 | 99        | 98          | 97          | ... | 2               | 1               | 0               |

若排名在 298、299、300、301、302 這些考生的分數相同，則這五人都只贏過排名在 303 之後的考生，因此這五位考生的百分等級都應與排名 302 名者相同，也就是 PR=98。

【性質 5】並非所有百分等級都一定存在。如同前一問題所述，可能有同分的狀況存在，若超過一組人數的考生都同分，則全部的人的百分等級都會往下拉，因此，有可能某一百分等級就消失不見了。

【性質 6】有 PR=0 卻無 PR=100。

1. PR=0 表示排名勝過介於 0% ~1% 之間的人，因此存在。
2. PR=100 表示贏過所有的考生，此時亦包含自己，此狀況當然不可能出現。

在學測中心公佈出來的 PR 值只有  $PR \leq 5$ ，以及 PR=6、7、8 … 99。此為將 PR=0 至 PR=5 合併成  $PR \leq 5$ 。可猜測這些例子都是因為顧及考生的面子，因此將較低的 PR 值隱藏。

【總結】

所以在做 PR 值的題目之前，我們了解先要把資料分成 100 份，若不為整數的則無條件捨去法去決定人數，而我們算出來的 PR 值並非 0~99 的數字都是存在的，且分數相同 PR 值會相同，反之 PR 值相同成績可能不同。

百分等級之計算：

已知全部的人數 N，名次由小排到大，已知排名為 R，求 PR=？

1. 未分組距： $PR = 100 - \frac{100R - 50}{N}$ ，其中 N 為人數，R 為 N 人中的排名。

【範例】得知甲生的百分等級為 95，表示甲生的國文科考試分數勝過本校百分之九十五的高二同學，同時也表明了同學中有百分之五在國文科的分數上勝過甲生。

2. 分組距：PR =  $\frac{100}{N} \left[ \frac{(X-L)f_p}{h} + F \right]$ ，其中 X：任何數的原始分數、h：組距

L：X 所在組的真正下限、 $f_p$ ：X 所在組的次數、F：L 以下的累積次數

【範例】試依據下表求出 33 分的百分等級？

| 組距(分) | 人數 | 累積次數(人) |
|-------|----|---------|
| 45~49 | 1  | 50      |
| 40~44 | 2  | 49      |
| 35~39 | 4  | 47      |
| 30~34 | 8  | 43      |
| 25~29 | 15 | 35      |
| 20~24 | 10 | 20      |
| 15~19 | 4  | 10      |
| 10~14 | 4  | 6       |
| 5~9   | 2  | 2       |

$$\begin{aligned} \text{解：PR} &= \frac{100}{50} \left[ \frac{(33-29.5) \times 8}{5} + 35 \right] = 2[5.6 + 35] \\ &= 81.2 = 81 \end{aligned}$$

**PR 值之運用：**課本上的敘述「若學測中心公佈：某新竹市的考生，考試成績在全國排名的 PR 值為 90，則該生在新竹市分數排名的 PR 值也應該是 90。」此敘述是在於沒有城鄉差距的前提下才成立（及各地學生的程度素質表現狀況都差不多）。但實際的狀況之下，以台中市及台中縣大肚鄉來舉例，若某考生學測的 PR 值為 90，則該生成績拿在台中市來論可能 PR 值提升大約為 95，若該生成績拿至台中縣大肚鄉來比較，則 PR 值可能晉升為 99。

**PR 值綜合範例：**

【範例】大雄去參加了英檢，共有 5000 人應考，若大雄考 4500 名，則大雄的 PR 值為多少？

$$\begin{aligned} \text{解：(解法一)} \quad & 5000 \div 100 = 50 \\ & (5000 - 4500) \div 50 = 10 \\ & \text{則大雄的 PR 值為 } 10 \end{aligned}$$

$$\text{(解法二)} \quad \text{PR} = 100 - \frac{100 \times 4500 - 50}{5000} = 100 - 89.99 = 10.01 \approx 10$$

【範例】宜靜亦去參加了 5000 人的英檢考試，若宜靜的 PR 值為 95，則宜靜大約是第幾名？

解：(解法一)  $5000 \div 100 = 50$

$$50 \times 95 = 4750$$

$5000 - 4750 = 250$ ，所以 PR=95 中最後一名考生的名次為 250 名。

$250 - 50 + 1 = 201$ ，所以 PR=95 中第一名考生的名次是 201 名。

因此 PR=95，則宜靜大約排名在 201~250 名之間。

$$\text{(解法二)} \quad 95 = 100 - \frac{100R - 50}{5000} \Rightarrow 100R - 50 = 5000 \times 5$$

$$\Rightarrow 100R = 25050 \Rightarrow R = 250.5 \doteq 250$$

【範例】若某一個國小學生共有 3469 個學生，則小胖名列 1234 名，則小胖的 PR 值為多少？

解：(解法一)  $3469 \div 100 = 34.69 \doteq 34$

$$PR = (3469 - 1234) \div 34 = 2235 \div 34 \doteq 65.7 \doteq 65$$

$$\text{(解法二)} \quad PR = 100 - \frac{100 \times 1234 - 50}{3469} = 100 - \frac{123350}{3469} \doteq 64.44 \doteq 64$$

【範例】某考試有 37895 位考生，其中之一考生得到的 PR 值=53，則該考生的名次又應為何呢？

解：(解法一)  $37895 \div 100 = 378.95 \doteq 378$

$$37895 \times \frac{53}{100} = 20084.35 \doteq 20084, \text{ 贏過了 } 20084 \text{ 人。}$$

$30000 - 20084 = 17811$ (名)，所以 PR=53 中最後一名考生的名次為 17811 名。

$17811 - 378 + 1 = 17434$ (名)，所以 PR=53 中第一名考生的名次是 17434 名。

因此 PR=53，排名在 17434~17811 名之間。

$$\text{(解法二)} \quad 53 = 100 - \frac{100R - 50}{37895} \Rightarrow 100R - 50 = 47 \times 37895 + 50$$

$$\Rightarrow 100R = 1781115 \Rightarrow R = 17811.15 \doteq 17811$$

【範例】下圖為小胖這學期兩次段考成績

|       |      | 國文 | 英語 | 數學 |
|-------|------|----|----|----|
| 第一次段考 | 考試成績 | 78 | 65 | 58 |
|       | 百分等級 | 58 | 70 | 73 |
| 第二次段考 | 考試成績 | 69 | 60 | 70 |
|       | 百分等級 | 58 | 78 | 69 |

(1) 小胖第一次段考數學成績百分等級為\_\_\_\_\_，表示同年級學生至少有\_\_\_\_\_%的同學成績大於或等於 58 分，至少有\_\_\_\_\_%的同學成績小於或等於 58 分。

(2) 就兩次英語科段考分數而言，進步還是退步？\_\_\_\_\_。

(3) 就兩次英語科段考排名而言，進步還是退步？\_\_\_\_\_。

解：(1) 73 ， 27 ， 73

(2) 就分數而言，退步。(3) 就排名(百分等級)而言，進步。

## 百分位數 (percentile):

百分位數就是累積相對次數，1%、2%、...、99%所對應的數，這些數就稱為1、2、...、99百分位數，其中第 $k$ 百分位數表示至少有 $k\%$ 的資料小於或等於這個數。

## 百分位數與 PR 值之關係：

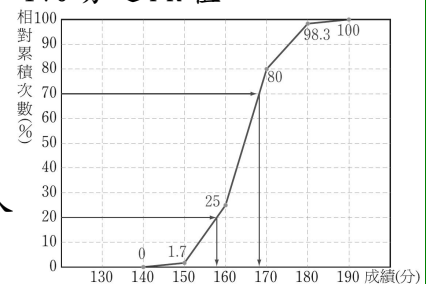
- 1、第 $K$ 百分位數的資料值其PR 值為 $K-1$ 。(若 $K$ 為整數)
- 2、第 $K$ 百分位數的資料值其PR 值為 $<[K]$ 。(若 $K$ 不為整數，因為從累積次數折線圖算出來可能有小數點)， $[ ]$ 為高斯符號。

**【範例】：**請根據附圖，求該組資料的第40百分位數。並求170分之PR值。

解：設第40百分位數為 $x$ ，則 $\frac{70-25}{170-160} = \frac{40-25}{x-160}$ ，

$x=162.7\cdots \approx 163$ ，故第40百分位數約為163分。

由圖可知累積到170分為80%，所以贏過79%的人  
故PR值為79



**【範例】：**中山國中三年一班上學期數學成績(單位：分)如附表所示：

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 序號 | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
| 成績 | 25 | 33 | 35 | 35 | 36 | 43 | 44 | 45 | 47 | 48 |
| 序號 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 成績 | 52 | 55 | 58 | 64 | 64 | 65 | 68 | 69 | 70 | 74 |
| 序號 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 成績 | 78 | 80 | 80 | 80 | 82 | 83 | 84 | 84 | 85 | 89 |

試求這組資料的第25、第50及第75百分位數。

解： $30 \times \frac{25}{100} = 7.5 \Rightarrow$  第8個  $\Rightarrow 45(\text{分})$

$30 \times \frac{50}{100} = 15 \Rightarrow$  第15、16個平均  $\Rightarrow (64+65) \div 2 = 64.5(\text{分})$

$30 \times \frac{75}{100} = 22.5 \Rightarrow$  第23個  $\Rightarrow 80(\text{分})$

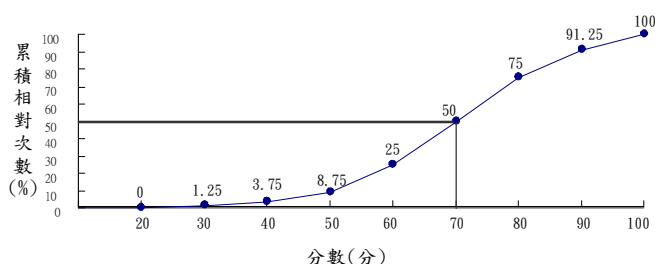
答：45分，64.5分，80分

而或許我們所要知道的資料並不用那麼詳盡，如現在我們只想知道學生有沒有通過前50%或是沒有通過前50%，那我們就不用那麼大費周章的耗那麼大工程去作百分位數，只要作二分位數如下：

## 二分位數：

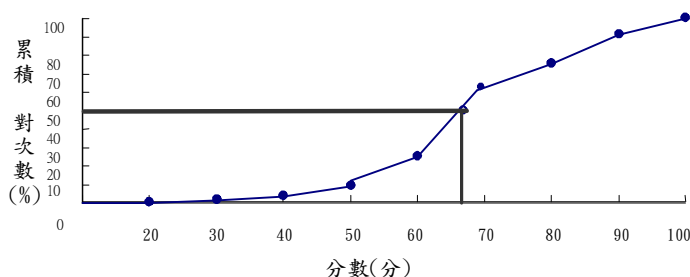
- (1) 一般而言，一組資料中，有一個數將整組資料分成兩個部份：有 50% 以上的資料值大於等於此點所對應的值；也有 50% 以上的資料值小於等於此點所對應的值，我們稱這個數為這組資料的二分位數。此時「二分位數」就是「中位數」。
- (2) 一般在測驗後如果知道中位數的資料，我們就可以將自己的成績和中位數做比較。
- 當成績 > 中位數時，成績會排名在前面 50%；
- 當成績 < 中位數時，成績會排名在後面 50%。

**【範例】：**下圖為逢甲大學應用數學系第一階段推薦甄試 80 位學生成績的累積相對次數分配折線圖，如果第一階段將錄取前 50% 的學生，請問第一階段要考幾分才會錄取？



**解：**利用上圖，在縱軸 50% 的位置畫一條水平線，與累積相對次數曲線相交於一點，再向下作鉛直線，與橫軸相交於 70 分的位置。代表有一半的人考的分數比 70 分高，也就是第一階段要考 70 分才會錄取。

**【範例】：**承上題，若所對應出來的中位數如下圖所示，則請問第一階段要考幾分才會錄取？



**解：**由上圖觀察可發現在橫軸 50% 的位置介於 60 分與 70 分之間，則二分位數所對應出來的值為  $\frac{60 + 70}{2} = 65$  分才會錄取。

**四分位數：**將累積次數分配表上的資料分為 4 等份，百分位數中的第 25、50、75 百分位數，稱為四分位數，其中：

(1) 第 25 百分位數稱為第 1 四分位數，記為  $Q_1$ 。

(2) 第 50 百分位數稱為第 2 四分位數，記為  $Q_2$ ，亦稱為中位數。

(3) 第 75 百分位數稱為第 3 四分位數，記為  $Q_3$ 。

四分位數的求法：

(1) 將  $n$  個資料由小而大排序。

(2) 設  $m_k = \frac{K}{4} \times n$ ，其中  $K=1、2、3$ ， $m_1 = \frac{1}{4} \times n$ 、 $m_2 = \frac{2}{4} \times n$ 、 $m_3 = \frac{3}{4} \times n$

(3) ① 若  $m$  是整數，則  $Q_k$  即為第  $m$  個與第  $(m+1)$  個位置所對應資料值的平均。

② 若  $m$  不是整數，則無條件進位到下一位比  $m$  大的整數，而  $Q_k$  即為  $m$  的下一個整數位置所對應的資料值。

**【範例】：**福星公園有 12 位遊客，年齡分別為：

2 2 2 3 4 4 5 41 41 48 54 54 (單位：歲)

請求出這些遊客年齡的 3 個四分位數。

**解：** 共有 12 個資料， $n=12$

(1)  $m_1 = \frac{1}{4} \times 12 = 3$   $\therefore$  第 3 個與第 4 個資料值的平均就是第 1 四分位數

即  $Q_1 = (2+3) \div 2 = 2.5$ (歲)

(2)  $m_2 = \frac{2}{4} \times 12 = 6$   $\therefore$  第 6 個與第 7 個資料值的平均就是第 2 四分位數

即  $Q_2 = (4+5) \div 2 = 4.5$ (歲)

(3)  $m_3 = \frac{3}{4} \times 12 = 9$   $\therefore$  第 9 個與第 10 個資料值的平均就是第 3 四分位數

即  $Q_3 = (41+48) \div 2 = 44.5$ (歲)

**結論：** 也就是將所有的人之年齡分四組來看：

第一組到第二組以 2.5 歲為分界，第二組到第三組以 4.5 歲為分界，

第三組到第四組以 44.5 歲為分界。

**【範例】**：逢甲快遞公司共有 30 名員工，其薪資的次數分配表如下：

|       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 薪資(元) | 22500 | 24500 | 28000 | 32000 | 36000 | 60000 |
| 人數    | 4     | 2     | 9     | 8     | 5     | 2     |

求員工薪資的 3 個四分位數。

解：共有 30 個資料， $n=30$

$$(1) m = \frac{1}{4} \times 30 = 7.5 \div 8$$

$\therefore$  第 8 個資料值就是第 1 四分位數，即  $Q_1 = 28000$ (元)

$$(2) m = \frac{2}{4} \times 30 = 15$$

$\therefore$  第 15 個與第 16 個資料值的平均就是第 2 四分位數

$$\text{即 } Q_2 = (28000 + 32000) \div 2 = 30000 \text{(元)}$$

$$(3) m = \frac{3}{4} \times 30 = 22.5 \div 23$$

$\therefore$  第 23 個資料值就是第 3 四分位數，即  $Q_3 = 32000$ (元)

**四分位距**：第三個四分位數  $Q_3$  與第一個四分位數  $Q_1$  的差距稱為四分位差，簡寫成

$$Q.D.，\text{即： } Q.D. = Q_3 - Q_1。$$

**【範例】**：甲生班上的數學成績，如下表所示。

請求出甲生班上數學成績的 3 個四分位數與四分位差為何？

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|----|
| 座號 | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9   | 10 |
| 分數 | 26 | 79 | 49 | 81 | 80 | 68 | 57 | 68 | 57  | 77 |
| 座號 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19  | 20 |
| 分數 | 78 | 78 | 86 | 56 | 57 | 62 | 89 | 42 | 100 | 32 |
| 座號 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29  | 30 |
| 分數 | 57 | 93 | 77 | 93 | 54 | 83 | 55 | 36 | 96  | 78 |
| 座號 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39  | 40 |
| 分數 | 74 | 43 | 90 | 92 | 81 | 72 | 26 | 82 | 70  | 87 |
| 座號 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49  | 50 |
| 分數 | 47 | 81 | 51 | 55 | 53 | 72 | 12 | 95 | 51  | 88 |

數學成績表

**解**：將甲生班上的數學成績，依照分數高低由小到大排列，如下圖所示：

12 26 26 32 36 42 43 47 49 51 51 53 54 55 55 56 57  
57 57 57 62 68 68 70 72 72 74 77 77 78 78 78 79 80  
81 81 81 82 83 86 87 88 89 90 92 93 93 95 96 100

第 1 四分位數  $Q_1$ ：根據上表資料可知， $n=50$ (人)。

$$\text{因為 } \frac{1}{4} \times 50 = 12.3,$$

所以  $Q_1$  會落在第 13 的位置，即  $Q_1 = 54$ (分)。

第 2 四分位數  $Q_2$ ：根據上表資料可知， $n=50$ (人)。

因為  $\frac{2}{4} \times 50 = 25$ ，所以  $Q_2$  會落在第 25 與 26 中間的位置，

$$\text{即 } Q_2 = \frac{1}{2}(72+72)=72(\text{分})$$

第 3 四分位數  $Q_3$ ：根據上表資料可知， $n=50$ (人)。

因為  $\frac{3}{4} \times 50 = 37.5$ ，所以  $Q_3$  會落在第 38 的位置，即  $Q_3 = 82$ (分)。

四分位差  $Q.D. = Q_3 - Q_1 = 82 - 54 = 28$ (分)。

**【範例】**：設有 20 位學生的數學成績由低至高排序如下(單位為分)：

47、50、52、53、54、56、56、60、62、62、62、65、67、69、71、73、74、  
79、80、82。請求出這些學生數學成績的 3 個四分位數，與四分位差。

**解**：因 20 為偶數，所以四分位數會落在兩個數之間。

第 1 四分位數  $Q_1$ ：根據上表資料可知， $n=20$ (人)

因為  $\frac{1}{4} \times 20 = 5$ ，所以  $Q_1$  會落在第 5 與第 6 個數之間，

$$Q_1 = \frac{1}{2}(54+56)=55(\text{分})。$$

第 2 四分位數  $Q_2$ ：根據上表資料可知， $n=20$ (人)

因為  $\frac{2}{4} \times 20 = 10$ ，所以  $Q_2$  會落在第 10 與第 11 個數之間，

$$\text{即 } Q_2 = \frac{1}{2}(62+62)=62(\text{分})。$$

第 3 四分位數  $Q_3$ ：根據上表資料可知， $n=20$ (人)



因為  $\frac{3}{4} \times 20 = 15$ ，所以  $Q_3$  會落在第 15 與第 16 個數之間，

即  $Q_3 = \frac{1}{2}(71+73)=72(\text{分})$ 。

四分位差為： $Q.D. = Q_3 - Q_1 = 72 - 55 = 17(\text{分})$ 。

**【範例】：** 某一球隊，隊中 15 名球員的身高如下(單位為公分)：

167、166、169、171、164、167、167、173、179、170、163、168、  
180、175、171。 請求出這些學生數學成績的 3 個四分位數，與四分位差。

**解：** 我們將 15 名球員之身高由矮至高排列如下：

163、164、166、167、167、167、168、169、170、171、171、173、175、179、180。

因 15 為奇數，所以四分位數為排序後第 25、50、75 百分位數的位置。

第 1 四分位數  $Q_1$ ：根據上表資料可知， $n=15(\text{人})$

因為  $\frac{1}{4} \times 15 = 3.75$ ，所以  $Q_1$  會落在第 4 個數的位置，即  $Q_1 = 167(\text{公分})$ 。

第 2 四分位數  $Q_2$ ：根據上表資料可知， $n=15(\text{人})$ 。

因為  $\frac{2}{4} \times 15 = 7.5$ ，所以  $Q_2$  會落在第 8 個數的位置，即  $Q_2 = 169(\text{公分})$ 。

第 3 四分位數  $Q_3$ ：根據上表資料可知， $n=15(\text{人})$

因為  $\frac{3}{4} \times 15 = 11.25$ ，所以  $Q_3$  會落在第 12 個數的位置，即  $Q_3 = 173(\text{公分})$ 。

四分位差為： $Q.D. = Q_3 - Q_1 = 173 - 167 = 6(\text{公分})$ 。

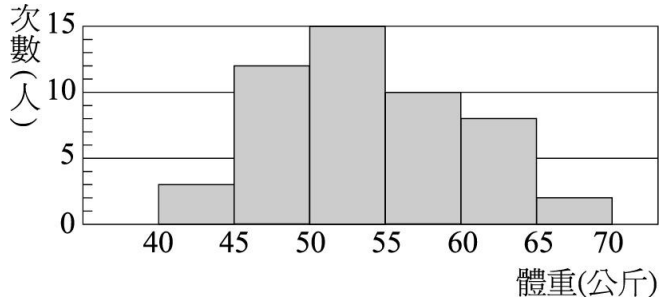


# 小試身手

## 【練習一】

下表是三年二班學生體重次數分配直方圖。

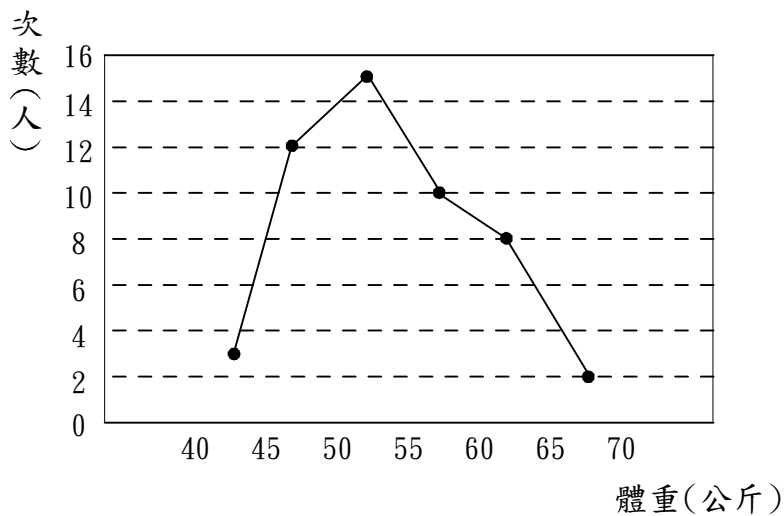
- (1) 試繪出折線圖，相對累積次數分配表
- (2) 未滿 50 公斤的相對累積次數\_\_\_\_\_%
- (3) 體重在班上前 20%的同學要參加減肥課程，請問有幾位同學需參加減肥課程？



解：

(1)

| 體重(公斤)   | 次數(人) | 累積次數(人) | 累積相對次數(%) |
|----------|-------|---------|-----------|
| 40~45 公斤 | 3     | 3       | 6%        |
| 45~50 公斤 | 12    | 15      | 30%       |
| 50~55 公斤 | 15    | 30      | 60%       |
| 55~60 公斤 | 10    | 40      | 80%       |
| 60~65 公斤 | 8     | 48      | 96%       |
| 65~70 公斤 | 2     | 50      | 100%      |



(2) 由累積次數分配表可知未滿 50 公斤的有 30%

(3) 10 人

【練習二】

1. 表為小名班上學生身高調查表。

(1) 請完成下表。

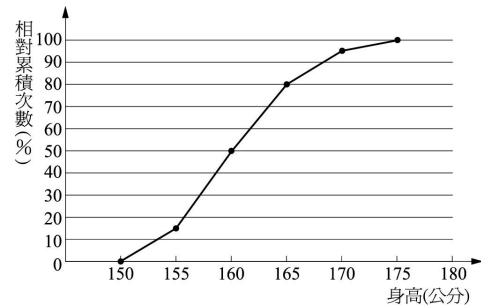
| 身高(公分)  | 次數(人) | 累積次數(人) | 相對累積次數(%) |
|---------|-------|---------|-----------|
| 150~155 | 3     |         |           |
| 155~160 | 7     |         |           |
| 160~165 | 6     |         |           |
| 165~170 | 3     |         |           |
| 170~175 | 1     |         |           |
| 總計      | 20    |         |           |

(2) 請繪製學生身高的相對累積次數分配圖。

解：(1)

| 身高(公分)  | 次數(人) | 累積次數(人) | 相對累積次數(%) |
|---------|-------|---------|-----------|
| 150~155 | 3     | 3       | 15        |
| 155~160 | 7     | 10      | 50        |
| 160~165 | 6     | 16      | 80        |
| 165~170 | 3     | 19      | 95        |
| 170~175 | 1     | 20      | 100       |
| 總計      | 20    |         |           |

(2)



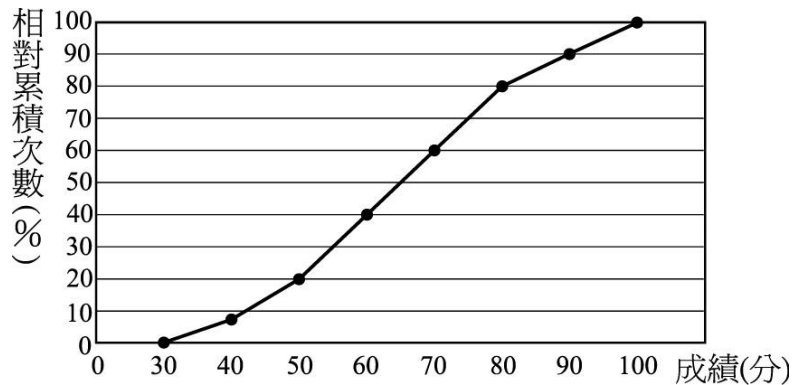
【練習三】

附圖是智善國中二年級全體學生段考數學成績分數的相對累積次數分配折線圖。

(1) 若 60~70 分者有 7 人，則二年級全體學生共有多少人？

(2) 不及格者佔全體的多少 %？共有多少人？

(3) 80 分以上者佔全體的多少 %？共有多少人？



解：

(1) 由圖表知 60~70 佔全班的 20%

$$\text{設全班有 } x \text{ 人，則 } \frac{7}{x} = 0.2 \Rightarrow x = 35(\text{人})$$

(2) 已知 60 分以下佔全班的 40%

$$\text{所以有 } 35 \times 0.4 = 14(\text{人})$$

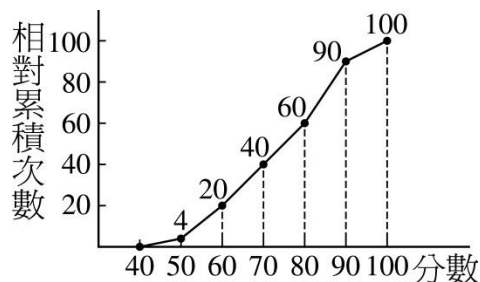
(3) 由圖表知 80 分以上佔全班的 20%

$$\text{所以有 } 35 \times 0.2 = 7(\text{人})$$

【練習四】

附圖是智善國中二年級第三次段考數學成績的相對累積次數分配折線圖：

- (1) 不及格者占\_\_\_\_\_%。
- (2) 80~90分者占\_\_\_\_\_%。
- (3) 若學生有200人，則60~70分者有\_\_\_\_\_人。



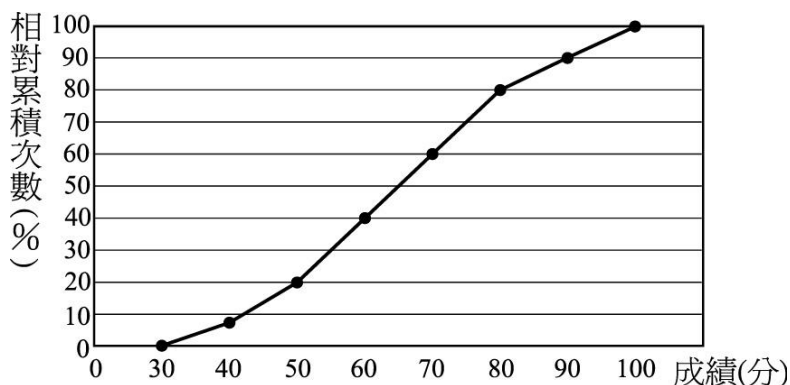
解：

- (1) 20%      (2) 30%
- (3) 60分到70分佔20%，所以應有  $200 \times 0.2 = 40$  (人)

【練習五】

附圖是二年級全體800位學生段考數學成績分數的相對累積次數分配折線圖。

試回答下列各題：



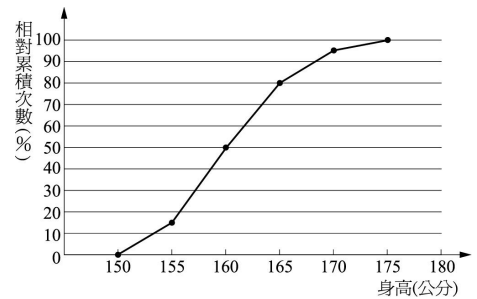
- (1) 60~80分的人數佔二年級的\_\_\_\_\_%。
- (2) 成績在90分以上的有\_\_\_\_\_人。
- (3) 第20百分位數為\_\_\_\_\_分。
- (4) 第\_\_\_\_\_百分位數為60分。
- (5) 若康康此次成績超過90分，那麼在800位同學中，下列哪一個可能是他的排名？  
(A) 第71名 (B) 第81名 (C) 第91名 (D) 第101名
- (6) 如果黃綠紅的成績約在第50百分位數，他的成績可能是幾分？  
(A) 64分 (B) 42分 (C) 71分 (D) 58分
- (7) 如果侯配陳的成績在第5百分位數，則下列敘述何者正確？  
(A) 她的成績贏過5%的人  
(B) 她的成績排名第5  
(C) 她的成績比上一次增加5%  
(D) 她的成績贏過95個人

解：

- (1)  $80\% - 40\% = 40\%$
- (2) 已知 90 分以上的佔全部的 10%，而全部有 800 人  
所以 90 分以上的有 80 人
- (3)  $800 \div 100 = 8$   
第 20 百分位數為 160 人的分數  
 $160 \div 800 = 20\%$   
也就是說第 20 百分位數為第 20% 的分數  
對照表格得知為 50 分
- (4) 60 分有 40%  
 $x \div 800 = 0.4 \Rightarrow$  所以為第 40 百分位數
- (5) 超過 90 分的只佔 10%  
也就是說在 80 名內，所以答案為 (A)
- (6) (A)      (7) (A)

**【練習六】**

下圖為智善國中全校 500 位學生的身高相對累積次數分配折線圖。試回答下列各題：



- (1) 身高低於 165 公分的人數有\_\_\_\_\_人。
- (2) 哪一組人數最多？\_\_\_\_\_。
- (3) 身高在 165~170 公分的人數佔全校人數的\_\_\_\_\_%。
- (4) 第\_\_\_\_\_百分位數為 155 公分。
- (5) 若將身高由高而矮排名，那麼身高超過 165 公分的人，在 500 位同學中，下列哪一個可能是他的排名？  
(A) 第 94 名 (B) 第 101 名 (C) 第 112 名 (D) 第 140 名
- (6) 如果蔡英文的身高約在第 35 百分位數，他的身高可能是幾公分？  
(A) 152 公分 (B) 173 公分 (C) 158 公分 (D) 168 公分

解：(1)  $80\% \times 500 = 400$

(2) 155~160

(3) 15%

(4) 15

(5) 超過 90 分的只佔 20%

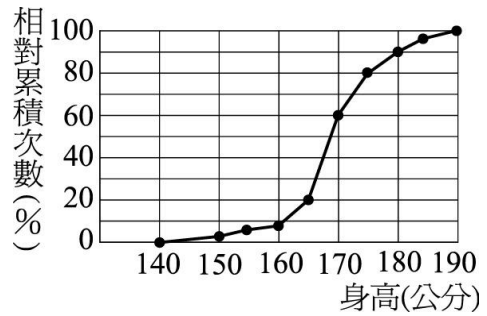
也就是說在 100 名內，所以答案為 A

(6) C

【練習七】

附圖為航空公司應徵人員身高的相對累積次數分配折線圖。

- (1) 若初選合格的身高條件為 165~180 公分，  
則初選合格所占之百分比為\_\_\_\_\_%。
- (2) 若初選合格共有 70 人，則參加應徵者  
共有\_\_\_\_\_人。



解：

- (1)  $90\% - 20\% = 70\%$
- (2) 設參加者有  $x$ ，則  $\frac{70}{x} = 0.7 \Rightarrow x = 100(\text{人})$

【練習八】

小名在國中入學時已滿 13 歲，當時他的身高 155 公分，體重 45 公斤。經過一年後，身高變為 165 公分，體重 57 公斤，根據下表：(四捨五入取到整數)

中華民國體適能對照表——BMI (單位：公斤 / 公尺<sup>2</sup>)

| 性別 | 年<br>齡 | 百分等級     |    |    |    |    |    |    |    |          |
|----|--------|----------|----|----|----|----|----|----|----|----------|
|    |        | 10<br>過輕 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90<br>過重 |
| 男  | 13 歲   | 15       | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 25       |
|    | 14 歲   | 16       | 17 | 19 | 20 | 20 | 21 | 22 | 23 | 25       |
| 女  | 13 歲   | 16       | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24       |
|    | 14 歲   | 16       | 18 | 19 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 25       |

「身體質量指數」 $BMI = \frac{\text{體重(公斤)}}{\text{身高}^2(\text{公尺}^2)}$

- (1) 他在國一時的 BMI 是多少？百分等級約為多少？
- (2) 他在國二時的 BMI 是多少？百分等級約為多少？

解：

- (1)  $45 \div 1.55 \times 1.55 = 18.73048$  大約為 37
- (2)  $57 \div 1.65 \times 1.65 = 20.93666$  大約為 59

### 【練習九】

如果民國 94 年的國中基本能力測驗有 16 萬名考生參加。

(1) 考生阿嘉的排名是 121,000 名，則他此次測驗成績約為多少百分位數\_\_\_\_\_。

(2) 若考生阿勳在此次測驗成績為第 82 百分位數，則他的排名最好是第\_\_\_\_\_名，最差是第\_\_\_\_\_名。

解： (1)  $121000 \div 160000 = 0.75$        $100 - 75 = 25$

百分等級為 25

(2)  $160000 \times \frac{82}{100} = 131200$ ，贏過了 131200 人。

$160000 - 131200 = 28800$ (名)，所以 PR=82 中最後一名考生的名次為 28800 名。

$28800 - 1600 + 1 = 27201$ (名)，所以 PR=53 中第一名考生的名次是 27201 名。

### 【練習十】

小毛參加全國數學大會考，總分 260 分，百分位數=94，參加總人數有 30000 人，則：

(1) 小毛最少勝過\_\_\_\_\_人，最多勝過\_\_\_\_\_人，小毛勝過人數在\_\_\_\_\_人。

(2) 小毛排名最壞是第\_\_\_\_\_名，最好是第\_\_\_\_\_名

(3) 若要錄取 1000 名參加競賽，那麼小毛是否有資格？答：\_\_\_\_\_。

解： (1) 最少勝過  $0.94 \times 30000 = 28200$  人，最多勝過  $0.95 \times 30000 = 28500$  人

所以勝過人數在  $28500 - 28200 = 300$  人之間

(2) 最好排名為 1501，最差排名為 1799

(3) 否，因為小毛的成績不可能在 1000 名內

### 【練習十一】

三年二班調查 20 位學生的體重，由小而大依序排列如下：

41 42 43 44 44 45 46 48 49 50

52 52 54 54 55 55 57 58 58 59

試求出學生體重的第 1 四分位數  $Q_1$  與第 3 四分位數  $Q_3$ 。

解： 第 1 四分位數  $Q_1$  為  $(44 + 45) \div 2 = 44.5$

第 3 四分位數  $Q_3$  為  $(55 + 55) \div 2 = 55$

【練習十二】

調查 160 位業務員的每月薪資次數分配表如下：

|        |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|--------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 薪資(千元) | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
| 次數(人)  | 6  | 16 | 18 | 22 | 26 | 20 | 22 | 15 | 10 | 5  |

試求出這群業務員每月薪資的第 1 四分位數  $Q_1$  與第 3 四分位數  $Q_3$ 。

解：  $160 \div 4 = 40$

所以第 1 四分位數  $Q_1$  為  $(21000 + 22000) \div 2 = 21500$  元

第 120 高與第 121 高剛好落在 25 千元內，所以第 3 四分位數  $Q_3$  為 25000 元



## 全距、四分位距與盒狀圖

在資料的分析中，除了中央趨勢外，資料的分散程度或變異性也常是一種重要的考量。舉例來說，有一位上班族想考慮上班所搭乘的交通工具。他便在過去兩個月中分別搭查捷運與公車各一個月。而在這資料中，搭乘捷運的平均時間與公车的平均時間均為30分鐘，而搭捷運最快26分鐘，最慢33分鐘，搭公車最快22分鐘，最慢40分鐘。由此可知雖然捷運與公车的平均時間雖然相同、但搭公车的時間資料分散程度較大，穩定程度較低，因此，這位上班族自然將選擇捷運為上班的交通工具。以下我們將討論一些常用的分散度統計量，如全距與四分位距。

**全距：**描述分散程度的方法中最簡單的就是求群體中最大值與最小值的差，也就是群體中資料分佈的最大範圍，我們稱之為**全距**，其數學定義如下：

**定義：**令  $x_1, x_2, \dots, x_N$  表示一群體中  $N$  個個體的某一數值變數的測量值，令  $\max$  表示群體中的最大值， $\min$  表示群體中的最小值，則全距  $R = \text{最大值} \max - \text{最小值} \min$

**【範例】：**華裔溜冰選手關穎珊參加溜冰比賽，7名評審對她的評分如下：

5.8、5.6、5.7、5.8、5.6、5.9、5.8（滿分6分）

試求其全距？

**解：**最高分是5.9分，最低分是5.6分  $\therefore$ 全距  $= 5.9 - 5.6 = 0.3$  (分)

**【範例】：**承上題另外一位韓國選手的評分如下：

6.0、4.5、4.2、4.8、6.0、3.2、2.8

試求其全距？

**解：**最高分是6.0分，最低分是2.8分  $\therefore$ 全距  $= 6.0 - 2.8 = 3.2$  (分)

**結論：**在評分時為求公平，常常將最大值與最小值扣除後再作比較，避免因極端值的存在而失真。

**【範例】：**已知台灣地區近百年重大地震死亡人數統計如下表：

|       |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 西元(年) | 1904 | 1906 | 1916 | 1935 | 1941 | 1946 | 1951 | 1959 | 1964 | 1986 | 1999 |
| 規模(級) | 6.1  | 7.1  | 6.8  | 7.1  | 7.1  | 6.1  | 7.3  | 7.1  | 6.3  | 6.8  | 7.3  |
| 死亡(人) | 145  | 1258 | 71   | 3276 | 358  | 74   | 85   | 16   | 106  | 13   | 2415 |

請計算表中死亡人數的全距為何？

解：全距 = 最大值 - 最小值  
= 3276 - 13  
= 3263 (人)

全距雖然帶有些訊息，卻有一個重要的缺點，舉例來說，假如某國中三年級物理科考試有一位同學 0 分，有一位同學 100 分，則全班分數全距為 100，這對瞭解群體中資料對中心位置分散的情形一點幫助也沒有，而我們所舉的這一個例子並不特別，事實上只要群體夠大，此種狀況就很容易發生，為了避開此種問題的發生，我們因此更進一步的來討論四分位距。

**四分位距：**由前面的討論，我們知道全距的問題在於會被較大的值與較小的值影響。為

了避開此一問題，我們就去掉群體資料中較小的 25% 和較大的 25%，只看中

間 50% 的資料之散佈差距，並稱之為**四分位距**。而四分位距的數學定義如下：

**定義：**一個大小為  $N$  的群體中的第 25、50 及 75 百分位數，又被稱為第 1、第 2 及第 3 四分位數，分別以  $Q_1$ 、 $Q_2$  及  $Q_3$  表示之。而四分位距即是第 3 四分位數減去第 1 四分位數。即： $Q_3 - Q_1$

**【範例】：**已知台灣地區近百年重大地震死亡人數統計如下表：

|       |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 西元(年) | 1904 | 1906 | 1916 | 1935 | 1941 | 1946 | 1951 | 1959 | 1964 | 1986 | 1999 |
| 規模(級) | 6.1  | 7.1  | 6.8  | 7.1  | 7.1  | 6.1  | 7.3  | 7.1  | 6.3  | 6.8  | 7.3  |
| 死亡(人) | 145  | 1258 | 71   | 3276 | 358  | 74   | 85   | 16   | 106  | 13   | 2415 |

請計算表中死亡人數的四分位距為何？

解：先將資料排序如下：

|       |    |    |    |    |    |     |     |     |      |      |      |
|-------|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|------|------|------|
| 序號    | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6   | 7   | 8   | 9    | 10   | 11   |
| 死亡(人) | 13 | 16 | 71 | 74 | 85 | 106 | 145 | 358 | 1258 | 2415 | 3276 |

因為這組資料共有 11 筆資料，為奇數，所以第 6 大的數為第 2 四分位數

因為不包含中位數而比中位數小的資料有 5 筆，為奇數，所以第 3 大的數為第 1 四分位數，故  $Q_1 = 71$

因為不包含中位數而比中位數大的資料有 5 筆，為奇數，所以第 9 大的數為第 3 四分位數，故  $Q_3 = 1258$

因此四分位距為  $Q_3 - Q_1 = 1258 - 71 = 1187$

**盒狀圖：**在前面幾個章節中我們談論了最大值、最小值、中位數、第 1 四分位數及第 3 四分位數等 5 個數值來判斷整體資料的分散情形，但如果每次都要用分別用此 5 個數據去判斷資料的分散情形，難免會感煩躁，因此我們將在下面章節為各位介紹一種圖形，他能綜合最小值、最大值、中位數、第 1 四分位數及第 3 四分位數等 5 個數值形成一個很容易理解的圖形，叫做盒狀圖。盒狀圖的畫法如下：

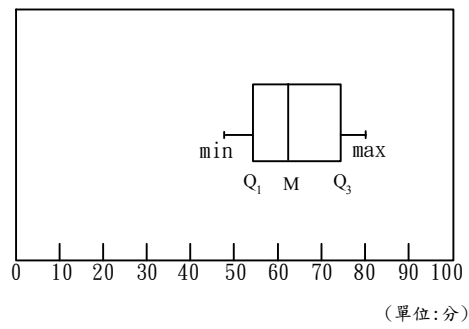
- (1) 先在一線上依序標明：最小值、 $Q_1$ 、中位數、 $Q_3$  及最大值等 5 個點
- (2) 將  $Q_1$  到  $Q_3$  的區域放大成一個盒子
- (3) 用線將最小值及最大值與盒子連上
- (4) 在盒子中，中位數的位置畫一鉛直線。

**【範例】：**設有 20 位學生的數學成績由低至高排序如下(單位為分)：

47、50、52、53、54、56、56、60、62、62、62、65、67、69、71、73、74、79、80、82。

解：五數： 最小數      第 1 四分位數      中位數      第 3 四分位數      最大數  
符號：      min                   $Q_1$                   M                   $Q_3$                   max  
數值：      47                  55                  62                  72                  82

### 盒狀圖



**【範例】**：某一球隊，隊中 15 名球員的身高由矮至高排列如下(單位為公分)：

163、164、166、167、167、167、168、169、

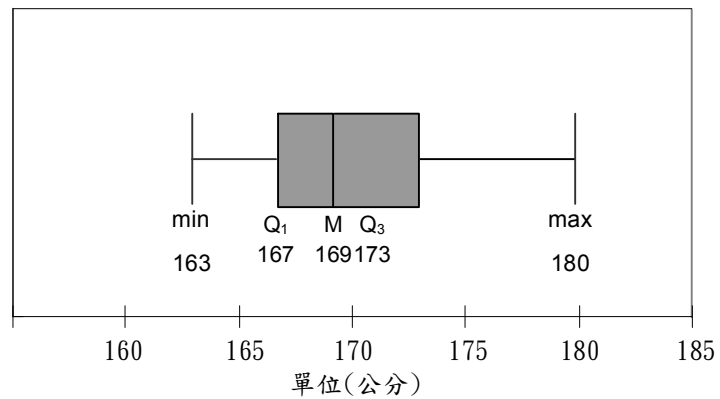
170、171、171、173、175、179、180

**解**：五數： 最小數    第 1 四分位數    中位數    第 3 四分位數    最大數

符號：    min                     $Q_1$                     M                     $Q_3$                     max

數值：    163                    167                    169                    173                    180

### 盒狀圖





## 小 試 身 手

### 【練習一】

10 位同學各在罰球線上投籃 10 次，投中次數分別為 3、2、7、7、5、3、6、7、1、10，求此組資料的  $Q_1$ 、 $Q_2$ 、 $Q_3$  及全距、四分位距。

解：將資料依序排列為 1、2、3、3、5、6、7、7、7、10

$$\text{則 } Q_2 = \frac{5+6}{2} = 5.5 \quad Q_1 = 3 \quad Q_3 = 7$$

$$\text{全距為 } 10 - 1 = 9 \quad \text{四分位距為 } Q_3 - Q_1 = 7 - 3 = 4$$

### 【練習二】

設有 20 位同學的數學成績經排序後如下：

43、50、51、52、54、55、56、57、58、59、59、60、60、61、61、61、61、62、62、62

求此組資料的  $Q_1$ 、 $Q_2$ 、 $Q_3$  及全距、四分位距。

$$\text{解：} \quad Q_2 = \frac{59+59}{2} = 59 \quad Q_1 = \frac{54+55}{2} = 54.5 \quad Q_3 = \frac{61+61}{2} = 61$$

$$\text{全距為 } 62 - 43 = 19 \quad \text{四分位距為 } Q_3 - Q_1 = 61 - 54.5 = 6.5$$

### 【練習三】

三年二班調查 20 位學生的體重，由小而大依序排列如下：

42 42 43 44 44 45 46 48 49 50

53 52 54 54 55 55 57 58 58 59

試求出學生體重的全距、四分位距、算術平均數並做出盒狀圖。

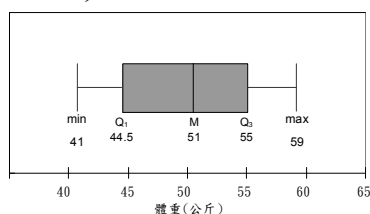
$$\text{解：} \quad Q_2 = \frac{50+52}{2} = 51 \quad Q_1 = \frac{44+45}{2} = 44.5 \quad Q_3 = \frac{55+55}{2} = 55$$

$$\text{全距為 } 59 - 41 = 18 \quad \text{四分位距為 } Q_3 - Q_1 = 55 - 44.5 = 10.5$$

算術平均數為

$$(41 + 42 + 43 + 44 + 44 + 45 + 46 + 48 + 49 + 50 + 52 + 52 + 54 + 54 + 55 + 55 + 57 + 58 + 58 + 59) \div 20 = 50.3$$

盒狀圖：



【練習四】

調查 160 位業務員的每月薪資次數分配表如下：

|        |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|--------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 薪資(千元) | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
| 次數(人)  | 6  | 16 | 18 | 22 | 26 | 20 | 22 | 15 | 10 | 5  |

試求出這群業務員每月薪資的全距、四分位距、算術平均數並做出盒狀圖。

解：

$$Q_2 = 23 \quad Q_1 = \frac{21+22}{2} = 21.5 \quad Q_3 = 25$$

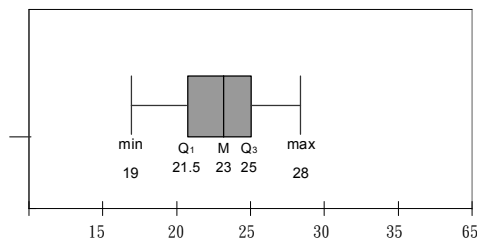
$$\text{全距為 } 28 - 19 = 9 \quad \text{四分位距為 } Q_3 - Q_1 = 25 - 21.5 = 3.5$$

算術平均數為

$$\frac{19 \times 6 + 20 \times 16 + 21 \times 18 + 22 \times 22 + 23 \times 26 + 24 \times 20 + 25 \times 22 + 26 \times 16 + 27 \times 10 + 28 \times 5}{160}$$

$$= 23.4375$$

盒狀圖：





# 第一回

## 一. 選擇題

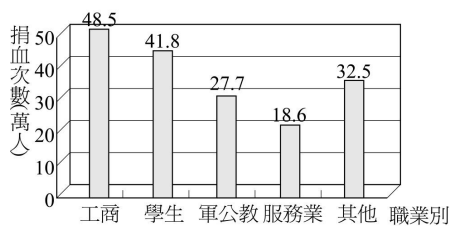
( C ) 1. 想了解家中每個月的電費波動情形，則宜用何種統計圖？

- (A) 長條圖 (B) 直方圖 (C) 折線圖 (D) 圓餅圖

( A ) 2. 若統計的各數量彼此沒有連帶關係，只在於比較它們大小時，我們常用：

- (A) 長條圖 (B) 直方圖 (C) 折線圖 (D) 圓餅圖

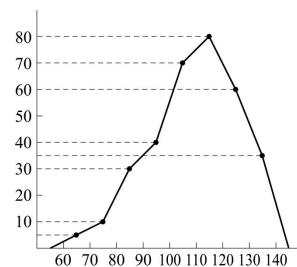
( C ) 3. 行政院主計處 92 年 6 月 18 日的統計通報資料 91 年國內的捐血者捐血次數依職業別區分製成長條圖如下：



請問職業為「工商」的捐血人次比「軍公教」多多少人次？

- (A) 48.5 萬 (B) 27.7 萬 (C) 20.8 萬 (D) 18.6 萬

( C ) 4. 附圖是某國中一年級學生的智商次數分配折線圖，則下列何者不正確？



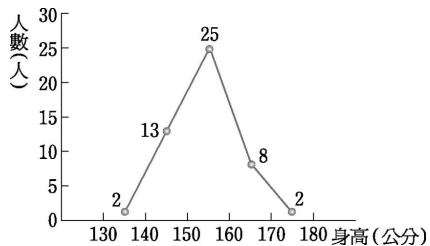
(A) 組距 10

(B) 智商低於 90 的有 45 人

(C) 智商在 100 ~ 130 的有 200 人

(D) 全部共有 330 人

( B ) 5. 阿丁將班上 50 個同學身高的資料，自 130 公分開始，每 10 公分為一組，製作身高折線圖，如附圖所示。根據此圖，判斷下列哪一個敘述是錯誤的？



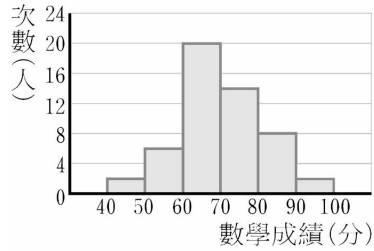
(A) 在 150 ~ 160 公分之間的人數佔全班的 50%

(B) 在 130 ~ 150 公分之間的人數佔全班的 26%

(C) 在 130 ~ 160 公分之間的人數佔全班的 80%

(D) 在 140 ~ 160 公分之間的人數佔全班的 76%

( D )6. 附圖為某班第二次段考數學成績的次數分配直方圖，則下列何者錯誤？



圖(一)

- (A)60~70分這一組有20人 (B)不及格的有8人  
(C)80分以上有10人 (D)組距為5分。

( B )7. 王先生每月家庭預算如附表：

| 項目   | 膳食   | 房租   | 衣服   | 儲蓄   | 保險   | 娛樂   | 其他   |
|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 單位：元 | 9600 | 8000 | 4800 | 4000 | 1200 | 1600 | 2800 |

若用圓面積圖來表示，則儲蓄項目所占的角度是：

- (A)54° (B)45° (C)18° (D)32°。

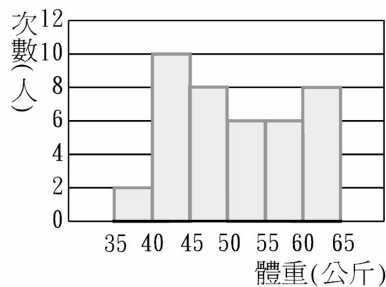
( C )8. 某班學生體重次數分配表如附表：

| 體重(公斤) | 30~35 | 35~40 | 40~45 | 45~50 | 50~55 | 55~60 | 60~65 | 65~70 |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 次數(人)  | 2     | 4     | 9     | 12    | 8     | 11    | 6     | 3     |

則該班學生體重的中位數在哪一組中？

- (A) 40~45公斤 (B) 45~50公斤 (C) 50~55公斤 (D) 55~60公斤。

( A )9. 某班學生共40人，其體重次數分配直方圖如附圖所示，則該班學生體重的算術平均數為：



- (A) 51公斤 (B) 52公斤 (C) 53公斤 (D) 54公斤。

( B )10. 某班20位同學的家庭人口數如下：

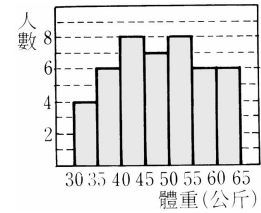
12、3、8、3、4、4、6、4、5、7、6、5、9、7、10、10、10、8、10、9，  
則下列何者正確？

- (A)算術平均數為7.1  
(B)中位數為7  
(C)眾數為12  
(D)中位數+算術平均數+眾數=26.1。



( B )11. 若某班學生的體重直方圖如附圖，則該班學生體重的中位數在哪一組？

- (A) 40~45 (B) 45~50 (C) 50~55 (D) 55~60



( D )12. 智善國中三年三班男同學身高統計如附表：

| 身高(公分) | 155~160 | 160~165 | 165~170 | 170~175 | 175~180 |
|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 人數     | 2       | 5       | 5       | 6       | 1       |

下列各敘述何者是錯誤的？

- (A) 該班男同學有 19 人  
 (B) 該班男同學身高分為 5 組，每組的組距為 5 公分  
 (C) 該班男同學身高的眾數是在 170~175 公分這一組  
 (D) 該班男同學身高的中位數是在 170~175 公分這一組。

( A )13. 附表是西苑國中 40 位學生數學競試成績之次數分配表：

| 成績 | 30 | 40 | 50 | 60  | 70  | 80 | 90 | 100 | 合計 |
|----|----|----|----|-----|-----|----|----|-----|----|
| 人數 | 1  | 3  | 5  | $x$ | $y$ | 6  | 4  | 1   | 40 |

若算術平均數是 67，則得 60 分的人數為

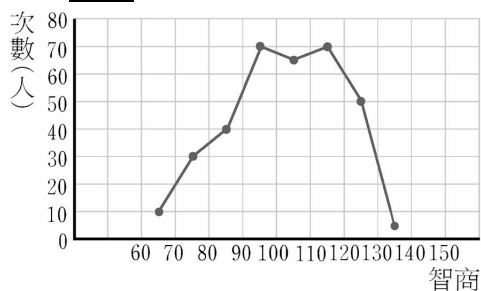
- (A) 6 (B) 9 (C) 12 (D) 14。

( D )14. 下列敘述何者錯誤？

- (A) 一群數值資料中，眾數可能有兩個  
 (B) 一群數值資料中的中位數不受其極端數值的影響  
 (C) 一個數值資料過於分散時，算術平均數不易顯示整個全體的特性  
 (D) 一群數值資料中的算術平均數不受其極端數值資料的影響。

## 二. 填充題

1. 附圖為西苑國中二年級學生智商的次數分配折線圖。

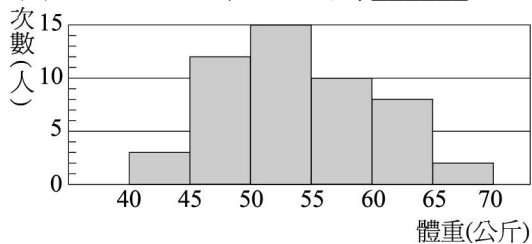


- (1) 它分為幾組？  
 (2) 組距是多少？  
 (3) 哪一組人數最多？有多少人？  
 (4) 哪一組人數最少？有多少人？

答案：(1)8 組；(2)10 (3)90~100 與 110~120，各有 70 人(4)130~140，有 5 人

2. 附圖為某班學生體重次數分配直方圖。

- (1) 全班共有\_\_\_\_\_人。  
 (2) 低於 50 公斤者，共有\_\_\_\_\_人。



答案：(1) 50；(2) 15

3. 下表是智善國中二年級新生對科目的喜愛調查：

| 項目 | 國文 | 英文  | 數學  | 藝術與人文 | 體育  |
|----|----|-----|-----|-------|-----|
| 人數 | 48 | 144 | 160 | 240   | 208 |

- (1) 喜歡國文的占全部的\_\_\_\_\_%。  
 (2) 喜歡體育的占全部的\_\_\_\_\_%。  
 (3) 喜歡藝術與人文比喜歡數學多了\_\_\_\_\_%。

答案：(1) 6；(2) 26；(3) 10

4. 某次班際足球賽中，甲隊球員射球入門的球員號碼分別為：  
 12，7，4，4，12，10，6，10，7，12，7，5，8，7，10。

甲隊球員射球入門的次數分配表：

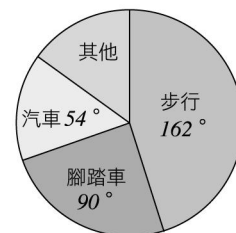
| 球員號碼 | 10 | 12 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|------|----|----|---|---|---|---|---|
| 次數   | 3  | a  | 2 | b | 1 | 4 | 1 |

則 a = \_\_\_\_\_；b = \_\_\_\_\_。

答案：3，1

5. 右圖為某國中學生 4200 人上學交通情況的圓面積圖：

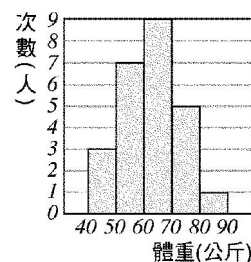
- 步行學生占全校的\_\_\_\_\_%。  
 騎腳踏車的有\_\_\_\_\_人。  
 坐汽車的有\_\_\_\_\_人。  
 步行的與坐汽車的相差\_\_\_\_\_人。



答案： 45      1050      630      1260

6. 右圖為某校二年級導師體重的次數分配直方圖。

- 它分為\_\_\_\_\_組，組距是\_\_\_\_\_公斤。  
 哪一組人數最多？答：\_\_\_\_\_，有\_\_\_\_\_人。  
 哪一組人數最少？答：\_\_\_\_\_，有\_\_\_\_\_人。  
 不滿 60 公斤的有\_\_\_\_\_人，70 公斤以上的有\_\_\_\_\_人。  
 二年級導師共有\_\_\_\_\_人，其中 50 公斤以上，且不滿 70 公斤的  
 共有\_\_\_\_\_人，占全體的\_\_\_\_\_%。



答案： 5，10，60~70 公斤，9，80~90 公斤，1，10，6，25，16，64

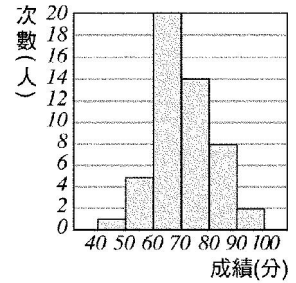
7. 右圖為某班第二次段考國文成績的次數分配直方圖：

它分為\_\_\_\_\_組。 組距是\_\_\_\_\_分。

60~70分這組有\_\_\_\_\_人。不及格的有\_\_\_\_\_人。

80分以上的有\_\_\_\_\_人。全班一共有\_\_\_\_\_人。

答案： 6 10 20 6 10 50



9. 某班數學能力分組，前20人平時測驗的成績次數分配表如下：

|       |    |    |    |    |    |     |
|-------|----|----|----|----|----|-----|
| 成績(分) | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
| 次數(人) | 2  | 3  | x  | 4  | y  | 2   |

若其算術平均數為75.5分，則：

試求  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。中位數為\_\_\_\_\_分，眾數為\_\_\_\_\_分。

答案：  $x=5, y=4$  75, 70

10. 下表是40位學生平時測驗的次數分配表：

|       |    |    |    |    |    |    |    |     |
|-------|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 成績(分) | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
| 次數(人) | 2  | 4  | 10 | 6  | 8  | 6  | 3  | 1   |

則分數比算術平均數低的人數占全部人數的\_\_\_\_\_%。

答案：55

### 三. 計算題

1. 下表是某班40位同學的家庭人口數的次數分配表：

|            |   |   |    |   |   |
|------------|---|---|----|---|---|
| 學生家庭人口數(人) | 3 | 4 | 5  | 6 | 7 |
| 次數(人)      | 6 | x | 10 | y | 4 |

已知10, y, 4成等差數列，求x、y之值。

求家庭人口數不多於5人的學生數占全班學生數的百分比。

答案：  $x=13, y=7$  72.5%

$$\begin{cases} 6+x+10+y+4=40 \\ 2y=10+4 \end{cases}$$

由  $y=7$  代入 得  $20+x+7=40, x=13$

人口數小於或等於5人的有  $6+13+10=29 \therefore \frac{29}{40} = 0.725 = 72.5\%$

2. 下表為某班50個學生第二次段考數學成績的次數分配表，但有部分不小心被塗汙了：若班上及格的人數是60~70分人數的3倍多2人，求60~70分的人數？

製作全班成績的次數分配直方圖。

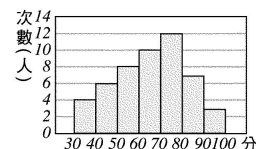
答案： 10人 如下圖所示

設60~70分有x人

$\therefore$ 不及格的有18人，及格的有32人

$\therefore 32 = 3x + 2 \Rightarrow x = 10 \therefore$ 60~70分有10人

|       |       |       |        |       |
|-------|-------|-------|--------|-------|
| 成績(分) | 30~40 | 40~50 | 50~60  | 60~70 |
| 次數(人) | 4     | 6     | 8      |       |
| 成績(分) | 70~80 | 80~90 | 90~100 | 合計    |
| 次數(人) |       | 7     | 3      | 50    |



3. 設某班同學第二次段考數學成績如下：

78 38 75 60 44 5 36 50 80 80 40 55 90 25 64 55 86 46 90  
 92 18 56 68 58 12 44 95 70 34 48 42 65 30 60 78 16 80 70  
 82 24 8 59 90 20 48

試完成右邊數學成績的次數分配表。

40~80分有多少人？60分以上有多少人？

數學成績為80分應在哪一組內？

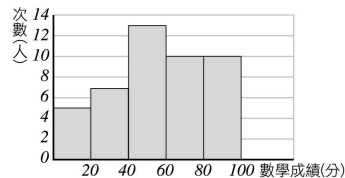
試繪製成績次數分配直方圖。

答案：5 7 13 10 10 45

13+10=23(人) 10+10=20(人)

80~100分這一組

| 成績(分)  | 次數(人) |
|--------|-------|
| 0~20   | ①     |
| 20~40  | ②     |
| 40~60  | ③     |
| 60~80  | ④     |
| 80~100 | ⑤     |
| 總計     | ⑥     |



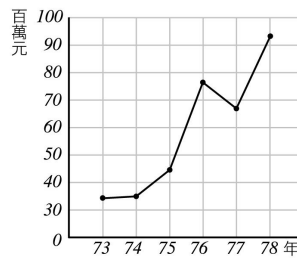
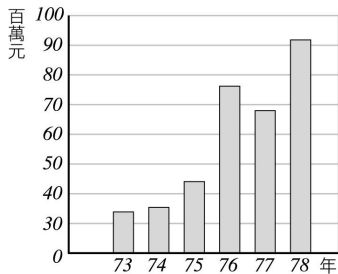
4. 下表為某公司的營利狀況表：

| 年 度    | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 |
|--------|----|----|----|----|----|----|
| 利潤(百萬) | 34 | 35 | 44 | 77 | 68 | 92 |

試作營利狀況次數分配長條圖。

試作營利狀況次數分配折線圖。

答案：



5. 某生將他每天作息時間分配如下：下課6小時，吃飯2小時，睡眠8小時，自修3小時，運動1小時，自由活動4小時，試將其作息時間分配繪成一圓面積圖。

答案：6+2+8+3+1+4=24(小時)

$$\text{上課占：} \frac{6}{24} = \frac{1}{4}, 360^\circ \times \frac{1}{4} = 90^\circ$$

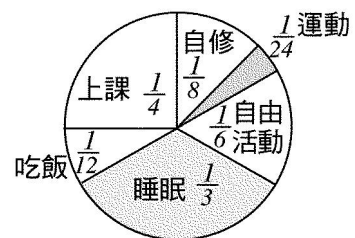
$$\text{吃飯占：} \frac{2}{24} = \frac{1}{12}, 360^\circ \times \frac{1}{12} = 30^\circ$$

$$\text{睡眠占：} \frac{8}{24} = \frac{1}{3}, 360^\circ \times \frac{1}{3} = 120^\circ$$

$$\text{自修占：} \frac{3}{24} = \frac{1}{8}, 360^\circ \times \frac{1}{8} = 45^\circ$$

$$\text{運動占：} \frac{1}{24}, 360^\circ \times \frac{1}{24} = 15^\circ$$

$$\text{自由活動占：} \frac{4}{24} = \frac{1}{6}, 360^\circ \times \frac{1}{6} = 60^\circ$$





## 第二回

### 一. 單選題：

- ( B ) 1. 附表為全班 40 位同學的身高相對累積次數分配表，請問身高未滿 150 公分的人占全班的百分之幾？  
 (A) 2.5 (B) 22.5 (C) 42.5 (D) 75

| 身高(公分)    | 相對累積次數% |
|-----------|---------|
| 140 ~ 145 | 2.5     |
| 145 ~ 150 | 22.5    |
| 150 ~ 155 | 42.5    |
| 155 ~ 160 | 75      |
| 160 ~ 165 | 95      |
| 165 ~ 170 | 100     |

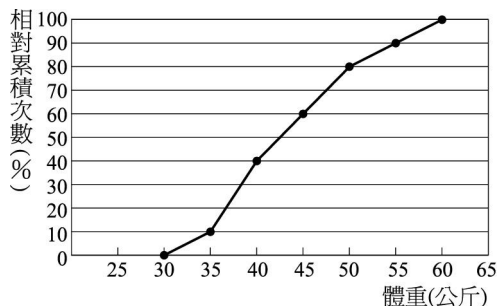
- ( C ) 2. 某一組之次數為 6，總次數為 48，則相對次數為：  
 (A) 5% (B) 10% (C) 12.5% (D) 30%
- ( A ) 3. 附表為全班 40 位同學的身高相對累積次數分配表，身高在 160~165 公分的有多少人？(A) 8 人 (B) 9 人 (C) 10 人 (D) 12 人

| 身高(公分)    | 相對累積次數% |
|-----------|---------|
| 140 ~ 145 | 2.5     |
| 145 ~ 150 | 22.5    |
| 150 ~ 155 | 42.5    |
| 155 ~ 160 | 75      |
| 160 ~ 165 | 95      |
| 165 ~ 170 | 100     |

- ( B ) 4. 附表為小名班上四十位同學的段考平均成績次數分配表：  
 若將平均成績由高到低排列，小名為第十二名，則他應編在哪一組？  
 (A) 80~90 分 (B) 70~80 分 (C) 60~70 分 (D) 50~60 分

| 平均成績(分) | 30~40 | 40~50 | 50~60 | 60~70 | 70~80 | 80~90 | 90~100 |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 次數(人)   | 2     | 3     | 7     | A     | 8     | 5     | 2      |


- ( D ) 5. 附圖為某班學生體重相對累積次數分配折線圖，則哪一組的人數最多？  
 (A) 50~55 公斤 (B) 45~50 公斤 (C) 40~45 公斤 (D) 35~40 公斤



- ( B )6. 某班 60 名同學中，身高低於 160 公分的有 30 名，則相對累積次數分配折線圖中，橫坐標 160 所對應的點，其縱坐標為：  
 (A) 30 (B) 50 (C) 60 (D) 100
- ( C )7. 附表為全班 40 位同學的身高相對累積次數分配表，身高在哪個區間的人數最多？  
 (A) 145~150 公分 (B) 150~155 公分 (C) 155~160 公分 (D) 160~165 公分

| 身高 (公分)   | 相對累積次數% |
|-----------|---------|
| 140 ~ 145 | 2.5     |
| 145 ~ 150 | 22.5    |
| 150 ~ 155 | 42.5    |
| 155 ~ 160 | 75      |
| 160 ~ 165 | 95      |
| 165 ~ 170 | 100     |

- ( C )8. 二年九班 40 人做數學科能力測驗成績如附表，若不小心將表中的部分資料塗汙了，求中位數在哪一組？

| 分 數    | 中間值 | 人數   | 中間值 × 人數 |
|--------|-----|--|----------|
| 0~20   | 10  | 2  | 20       |
| 20~40  | 30  | 5  | 150      |
| 40~60  | 50  | 7  | 350      |
| 60~80  | 70  |  |          |
| 80~100 | 90  |  |          |
| 總 計    |     | 40   | 2560     |

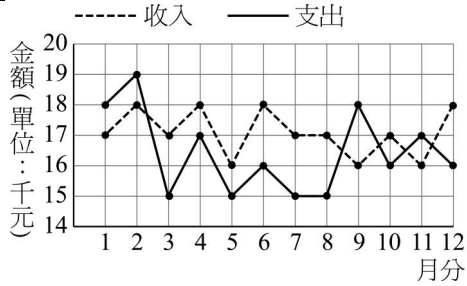
- (A) 20~40 分 (B) 40~60 分 (C) 60~80 分 (D) 80~100 分。

- ( D )9. 有十二位幼兒，他們的體重分別為  
 10、13、14、16、15、12、14、18、25、16、15、13，  
 則這十二位幼兒體重的中位數為：  
 (A) 12 (B) 12.5 (C) 14 (D) 14.5。
- ( D )10. 十三個正數依大小次序 1、2、2、3、 $a$ 、 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $c$ 、 $c$ 、9、11、11 排成一列，若中位數是 6，眾數是 8，算術平均數是 6，則  $a + b - c =$   
 (A)  $\frac{1}{2}$  (B) 1 (C) 2 (D)  $\frac{5}{2}$ 。
- ( C )11. 小名班上第二次月考數學成績分配表如下：

| 分數 | 未滿 40 分 | 40~50 分 | 50~60 分 | 60~70 分 | 70~80 分 | 80 分以上 |
|----|---------|---------|---------|---------|---------|--------|
| 人數 | 2       | 3       | 5       | 8       | 6       | 4      |

- 則成績未滿 60 分的有多少人？  
 (A) 5 人 (B) 8 人 (C) 10 人 (D) 13 人

(D) 12. 王先生去年 12 個月的收支情形如附圖折線圖所示，則下列敘述何者正確？



- (A) 每月平均收入超過 18000 元  
 (B) 單月收入超過每月平均收入者共有 3 個月  
 (C) 收支平衡的月分有 3 個月  
 (D) 全年收支相抵尚有剩餘

(C) 13. 某一組之次數為 6，總次數為 48，則相對次數為：

- (A) 5% (B) 10% (C) 12.5% (D) 30%

(C) 14. 小名班上第二次月考數學成績未滿 60 分的有 10 人，成績在 60~80 分有 13 人，成績在 80 分 (含) 以上的有 7 人，小名班上共有多少人？

- (A) 13 人 (B) 23 人 (C) 30 人 (D) 35 人

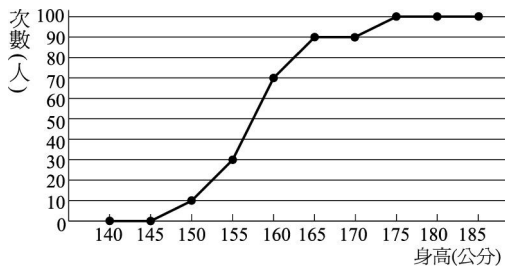
(B) 15. 同時投擲四枚硬幣 50 次，將每次出現硬幣正面的個數紀錄，作成次數分配表如右，則此次數分配表之

| 出現正面個數 | 次數 |
|--------|----|
| 0      | 3  |
| 1      | 15 |
| 2      | 18 |
| 3      | 10 |
| 4      | 4  |

- (A) 算術平均數 = 2 (B) 中位數 = 2  
 (C) 眾數 = 4 (D) 算術平均數 > 2。

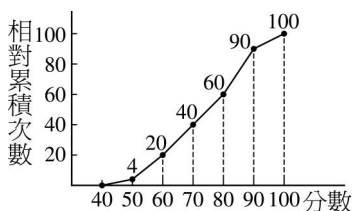
## 二. 填充題：

1. 附圖是某國中三年甲班學生的身高相對累積次數分配折線圖，已知該班有學生 50 人，問身高在 155 公分以上而不滿 160 公分的學生共有 20 人？



2. 附圖是智善國中二年級第三次段考數學成績的相對累積次數分配折線圖：

- (1) 不及格者占 \_\_\_\_\_ %。  
 (2) 80~90 分者占 \_\_\_\_\_ %。  
 (3) 若學生有 200 人，則 60~70 分者有 \_\_\_\_\_ 人。



答案：(1) 20；(2) 30；(3) 40

3. 下表為 120 位學生參加數理資優考試數學分數次數分配表

|    |         |         |         |         |         |        |
|----|---------|---------|---------|---------|---------|--------|
| 分數 | 未滿 40 分 | 40~50 分 | 50~60 分 | 60~70 分 | 70~80 分 | 80 分以上 |
| 人數 | 10      | 20      | 30      | 35      | 20      | 5      |

- (1) 未滿 60 分有\_\_\_\_\_人。  
 (2) 未滿 50 分的相對累積次數\_\_\_\_\_%。

答案：(1) 60；(2) 25

4. 下表為秤 40 顆小鋼珠的重量所得的累積次數分配表：

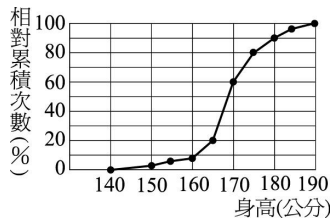
|          |       |       |       |       |       |       |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 重量 (公克)  | 50~54 | 54~58 | 58~62 | 62~66 | 66~70 | 70~74 |
| 累積次數 (個) | 5     | 13    | A     | 30    | 36    | 40    |

若 50~62 公克的小鋼珠占全部的 65%，則  $A =$ \_\_\_\_\_。

答案：26

5. 附圖為智善公司應徵人員身高的相對累積次數分配折線圖。

- (1) 若初選合格的身高條件為 165~180 公分，則初選合格所占之百分比為\_\_\_\_\_%。  
 (2) 若初選合格共有 28 人，則參加應徵者共有\_\_\_\_\_人。



答案：(1) 70；(2) 40

6. 附表是名名國中參加數學競試成績：

|        |        |         |         |         |         |        |
|--------|--------|---------|---------|---------|---------|--------|
| 成績     | 40 分以下 | 40~50 分 | 50~60 分 | 60~70 分 | 70~80 分 | 80 分以上 |
| 人數     | 5 人    | a 人     | 20 人    | 30 人    | b 人     | 10 人   |
| 相對累積次數 | 5%     | 25%     | 45%     | 75%     | 90%     | 100%   |

則  $a =$ \_\_\_\_\_， $b =$ \_\_\_\_\_。答案：20，15

7. 下表為 40 個員工到公司上班所費時間的累積次數分配表，求：

|          |       |       |       |       |       |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 所費時間 (分) | 10~15 | 15~20 | 20~25 | 25~30 | 30~35 |
| 累積次數 (人) | 10    | 22    | A     | 38    | 40    |

- (1) 15~20 分這組員工所占的相對次數為\_\_\_\_\_%。  
 (2) 若 20~25 分這組員工人數為 25 分以上員工人數的 2 倍，求  $A =$ \_\_\_\_\_。

答案：(1) 30；(2) 34

9. 下表為某班學生的體重次數分配表：

|         |       |       |       |       |       |       |       |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 體重 (公斤) | 35~40 | 40~45 | 45~50 | 50~55 | 55~60 | 60~65 | 65~70 |
| 次數 (人)  | 4     | 7     | 15    | 12    | 5     | 5     | 2     |

請問：該班體重的算術平均數為\_\_\_\_\_公斤。  
 該班體重的中位數在哪一組？答：\_\_\_\_\_。

答案：50.5 45~50



10. 百貨公司去年各月分的營業額如下表：

| 月份           | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 合計  |
|--------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 營業額<br>(百萬元) | 22 | 27 | 18 | 20 | 18 | 23 | 19 | 22 | 10 | 16 | 23 | 22 | 240 |

去年每月平均營業額為\_\_\_\_\_百萬元。

去年營業額的中位數是\_\_\_\_\_百萬元。

去年營業額的眾數是\_\_\_\_\_百萬元。

答案： 20 21 22

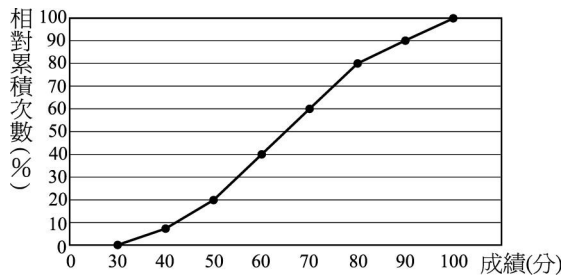
### 三、非選題：

2. 題組：附圖是某校二年級全體學生段考數學成績分數的相對累積次數分配折線圖。

(1) 若 60~70 分者有 7 人，則二年級全體學生共有多少人？

(2) 不及格者佔全體的多少 %？共有多少人？

(3) 80 分以上者佔全體的多少 %？共有多少人？



答案：(1) 35 (人)；(2) 40%， 14 (人)；(3) 20%， 7 (人)

5. 三年二班學生 40 人進行學科能力分組，第二次段考時，第一組有 22 人，數學成績平均 82 分，第二組平均 38 分，求全班數學成績的算術平均數。

答案：(82×22+38×18)÷40  
=2488÷40=62.2(分)