機率

日常生活中，我們常用「機率」表示一個事件發生的機率大小，例如：「根據臺北銀行到九十二年底的統計資料，樂透彩開獎獎號以27、28、34出現次數最高，8、38出現次數最低」、「子宮警癌只要早期發現早期治療，其治療率高達95%」、「氣象報導說今天台北地區的降雨率是10%」，上面的例子分別表示了樂透彩獎號出現的次數高低、初期子宮頸癌治療的機會大小及今天台北地區下雨的機會大小。

意義與實例：

事件：試驗會出現某些結果，其中符合某指定性質的結果，稱為事件。

意義：將一個試驗重複做很多次，則結果的相對次數 $=\dfrac{\text{得出該結果次數}}{\text{試驗總次數}}$。

若試驗的次數越多，則某結果的相對次數越接近該結果的機率。

在數學上，如果一個試驗可能出現的結果有 n 種，而且每一種結果出現的機會相等，那麼每一種結果出現的機率都是 $\dfrac{1}{n}$。舉例來說：

（1）投擲一枚硬幣只有出現正面、反面2種結果，如果兩者出現的機會相等，那這枚硬幣稱為公正的硬幣，而一枚公正的硬幣出現正面、反面的機率都是 $\dfrac{1}{2}$。

（2）投擲一粒骰子，可能出現的點數有1點、2點、3點、4點、5點、6點，共有六種不同的結果。如果每一種點數出現的機率都相等，這一粒骰子稱為均勻的骰子。一粒均勻的骰子出現1點、2點、3點、4點、5點、6點的機率都是 $\dfrac{1}{6}$。

【範例】投擲一枚硬幣數次，如果前8次都出現正面，那麼投擲第9次時，哪一面出現的機會比較大？

【解】一樣大。

獨立事件：若A與B為獨立事件，則 $P(A)=P(A|B)$，或是 $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$，也就是說，A發生的機率跟B無關，例如:明天會不會下雨，跟王建明會不會獲得第１５場勝投無關，也就是明天會下雨，與王建明得勝投兩事件互相獨立。

所以我們發現抛擲一枚10元硬幣20次，出現正面的比率並不一定是 $\dfrac{1}{2}$，為什麼會這樣呢？因為我們無法確知實驗用的硬幣是否公正。投擲20次的時候。大致只能觀察出正面出現的相對次數約是 $\dfrac{1}{2}$，但重複試驗的次數越多時，出現正面的相對次數會非常趨近於 $\dfrac{1}{2}$，也就是說，只要試驗的次數越多，出現正面和反面的機會可視為均等。

A 事件的機率：

如果一個隨機試驗（如投擲一粒骰子、一枚硬幣或從一副撲克牌中抽出一張牌，就稱為一個隨機試驗），可能的結果有 m 種，其中 A 事件包含 n 種可能的結果，那我們就說事件發生的機率為 $\frac{n}{m}\ (n \le m)$。也就是說

$$A\text{事件發生的機率} = \frac{\text{A事件所含結果的次數}}{\text{試驗所有可能結果的次數}}$$

【範例】一副撲克牌有 52 張，分成黑桃、紅心、方塊、梅花四種花色，每種花色有 13 張，從這副牌中任取 1 張，試問：

（1）每張牌是方塊 2 的機率是多少？

（2）這一張牌是黑桃的機率是多少？

（3）取到 K 牌的機率是多少？

解：（1）一副撲克牌共有 52 張，所以從這一副牌中任取 1 張的機率是 $\frac{1}{52}$。

（2）一副撲克牌共有 52 張，其中 13 張是黑桃，所以從這副牌中任取 1 張，恰好抽中黑桃的機率是 $\frac{13}{52}=\frac{1}{4}$。

（3）一副撲克牌共有 52 張，其中 4 張是 K 牌，所以從這副牌中任取 1 張，恰好抽中黑桃的機率是 $\frac{4}{52}=\frac{1}{13}$。

【範例】投擲一粒均勻骰子，如果每一種點數出現的機率相等，試問：

（1）出現「偶數點的事件」機率是多少？

（2）「點數不大於 5 點的事件」發生的機率是多少？

解：（1）投擲一粒均勻骰子，可能擲出的點數有 6 種。

而「偶數點的事件」是由擲出 2 點、4 點、6 點的結果組成的，因此「偶數點的事件」發生的機率是 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$。

（2）「點數不大於 5 點的事件」是由擲出 1 點、2 點、3 點、4 點、5 點五個結果組成的，因此事件發生的機率是 $\frac{5}{6}$。

【範例】有對夫妻生有兩個小孩，有一張圖看到其中一位小孩為女生，另外一位小孩去上廁所，試問另外一位是男生的機率為何？

解：小孩的組合共有（男，男）、（男，女）、（女，男）、（女，女）由於題目並未提到圖中女性小孩是姐姐還是妹妹，故（男，女）、（女，男）為不同情形。又圖中以經看到一位女生了，故（男，男）是不可能出現的情形，所以令一位為男生的機率為 $\frac{2}{3}$。

【範例】有對夫妻生預計生兩胎，試問生得一男一女的機率為何？得兩男的機率為何？

解：兩胎的組合數為（男，男）、（男，女）、（女，男）、（女，女）

故由上可知生得一男一女共有（男，女）、（女，男）的情形，故機率為$\frac{2}{4}$。

生得兩男只有（男，男）的情形，故機率為$\frac{1}{4}$

樹狀圖：

樹狀圖是一種像樹枝的圖形，用來列舉一連串事件發生之可能結果，通常由左而右逐層分類。在做一個較複雜的試驗時，我們可以利用樹狀圖將此試驗的所有可能結果依序排列出來。

【範例】1 枚硬幣有正、反兩面，1 粒骰子有 6 種點數，同時投擲 1 枚硬幣及 1 粒骰子，試問：

（1）出現硬幣為正面及骰子點數為 3 的機率是多少？

（2）出現硬幣為反面及骰子點數為偶數的機率是多少？

解：將所有可能的結果列舉出來，硬幣有正、反兩面，骰子有 1 點、2 點、3 點、4 點、5 點、6 點共有 6 種結果，投擲硬幣時並不會影響投擲骰子出現點數為何，所以拋擲 1 枚硬幣及 1 粒骰子其所有可能結果共有 12 種，即（正，1）、（正，2）、（正，3）、（正，4）、（正，5）、（正，6）、（反，1）、（反，2）、（反，3）、（反，4）、（反，5）、（反，6），每一種出現的機率相等。

我們若由樹狀圖可如右圖所示：

（1）出現硬幣為正面及骰子點數為 3，

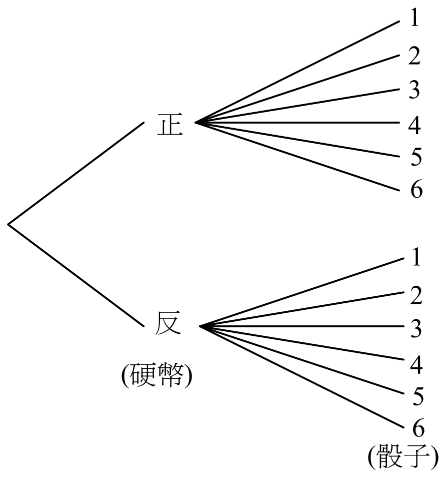
即（正，3）一種

所以出現機率為$\frac{1}{12}$

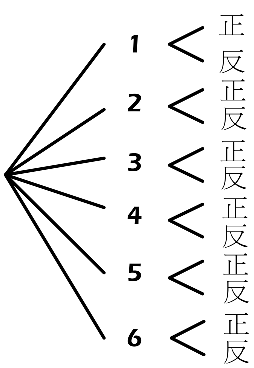
（2）出現硬幣為反面及骰子點數為偶數，

即（反，2）、（反，4）、（反，6）三種

故出現機率為$\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$



樹狀圖我們亦可畫為如下圖所示：



【範例】有 3 張撲克牌，點數分別為 4、5、6，將這 3 張牌排成 1 個三位數，試問：

（1）排出的三位數為偶數的機率是多少？

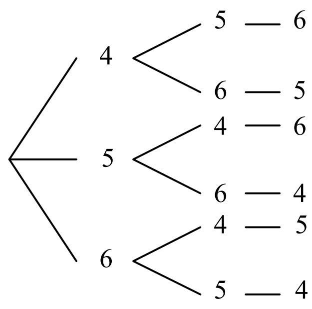
（2）排出的三位數小於 500 的機率是多少？

解：利用樹狀圖將排列的所有可能結果列出如右：

共可得到 6 個三位數，分別是 456、465、546、564、645、654。

（1)其中的偶數為 456、546、564、654 共 4 個，機率為 $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

（2）其中小於 500 的有 456、465 共 2 個，機率為 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$



抽樣調查:

普查與抽樣調查的意義：

1. 普查：對所有需要研究探討的對象做全面性的調查，稱為普查。
   例：戶口普查、工商普查等。
2. 母群體：被調查的所有資料，稱為母群體。
   例：戶口普查中，全體國民即為母群體。
3. 抽樣調查：在研究某項特定主題時，如果資料量非常龐大，也就是母群體很大時，普查有困難時，往往會依據調查主題的特性，做一小部份的調查。稱為抽樣調查。
   例：學校的作業抽查（如抽查每班座號尾數為 5 的同學）。

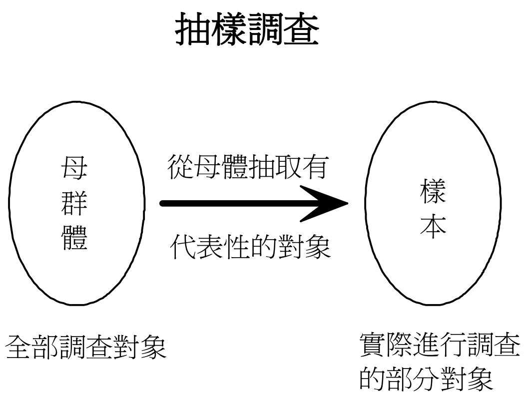
日常生活中，有時為了某些目的去做資料的蒐集與整理，例如：

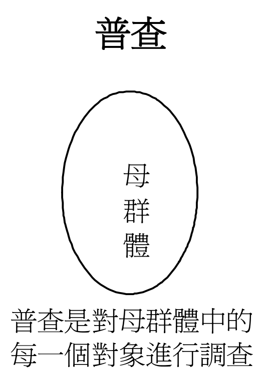
（1）為了解學生的學習狀況，老師抽考幾位學生的功課。

（2）為宣導學生重視眼睛保健，教育部調查國中生的近視情形。

（3）為了解全國戶籍人口之各項統計資訊，政府進行全國性的戶口調查。

像老師要了解該班學生是否經常沒吃早餐就來上課，可製作一份問卷，要該班所有同學填寫，再收回檢閱或者導師可抽問幾位同學，大致了解該班同學是否來校前經常為吃早餐。在數學上，像這樣以「被抽取的學生」代表「全班學生」的調查方法稱為抽樣調查。此時「全班學生」是原來的調查對象，稱為母群體（或稱為母體），「被抽取的學生」則稱為樣本，其中樣本是母群體的一部份，代表母群體接受調查。





教育部調查國中生的近視情形時，可以用調查的方法，大致了解國中生的視力情況。或者，也可以請學校的健康中心呈報該校學生的視力檢查資料，這樣教育部可以得到全國國中學生的資料，像這樣對全體對象作調查的方式，稱為普查。

抽樣調查與普查之使用時機：

至於需要使用「抽樣調查」或者「普查」，則需依研究目的來決定。例如某班導師想了解該班學生是否未吃早餐就來上學的情形，使用抽樣調查就比普查省時、省力；而政府為了要確實掌握全國人口之各項統計資訊時，戶政單位進行全國戶口調查（普查）會比抽樣調查更符合調查的目的。

統計工作最重要的一步，就是要蒐集「正確」的資料，也就是能代表母群體的資料。因為樣本是母體的一部份，我們希望由樣本資料得到母群體的訊息，所以樣本要能代表母群體。例如調查某國中學生的平均身高，單單從國一學生選取樣本，所得的身高數據會比平均值低，同樣若都以國三學生作為樣本，則會比平均值高，因此上述兩種選取方式都不適當，代表性不足。

※抽樣調查能比普查節省很多人力、物力、時間，但要以樣本來推測母群體的情況時，樣本的代表性非常重要，需採用適當可行的抽樣方法，同時避免造成抽樣結果的誤差。

【範例】下列哪些調查不適合使用普查的方法？

（1）日月潭中曲腰魚的數量。

（2）某電視節目的收視率。

（3）電池的耐久性測試。

解：(1)(2)(3)

【範例】下列哪些調查不適合使用普查的方式？

（1）台灣學齡前幼兒的牙齒保健狀況。

（2）台灣學齡前幼兒的人數。

（3）青少年的上網時間。

（4）雞蛋的抗生素殘留檢驗。

（5）魚池中吳郭魚魚苗的數目。

解：(1)(2)(3)(4)(5)

【範例】魚池裡養了一些吳郭魚，由池子中抓出 150 條魚作上記號，再放回池中，經過一段時間，再從池子中隨機抓出 100 條魚，其中有 8 條魚身上有記號。試問池中約有多少魚？

解：設魚池中共有 x 條魚

$\therefore \frac{8}{100}=\frac{150}{x}$，$8x=15000$，$x=1875$

因此推估池中約有 1875 條魚

【範例】想計算一袋白色圍棋子的數量，將 30 顆黑色棋子放入袋中，均勻攪拌後，隨機抓取一些。若計算出抓取的黑色棋子有 12 顆、白色棋子有 138 顆，則袋中白色圍棋子的數量約為多少？

解：設袋中白色圍棋子有 x 顆

$$\therefore\ \frac{30}{x+30}=\frac{12}{12+138}\text{，}4500=12x+360\text{，}12x=4140$$

$$\therefore\ x=345$$

故白色圍棋子共有 345 顆

亂數表及其使用方法：

為使母群體中每個樣本被抽到的機會均等，數學上常用亂數表及電腦製造亂數的方法來抽樣。以下的範例為如何使用亂數表來作抽樣動作。

【範例】某家工廠生產了 900 件產品，並依序標示 1 到 900 的編號，請抽出 10 個號碼進行品質檢驗。利用下面數亂數表抽出 10 個號碼進行品質檢驗。(從第四列第九行起，向右選取 10 個號碼)。

亂數表

第一列	5 6 5 6 9 7 1 3 5 4 5 7 6 3 1 6 2 4 7 0 1 5 8 9 3 5 3 7 4 8 5 6
第二列	1 8 2 4 2 0 8 7 3 4 8 1 9 0 0 8 6 2 9 5 5 3 0 7 0 5 9 5 0 0 8 5
第三列	5 4 1 9 0 0 6 3 8 8 4 2 1 4 8 1 3 1 7 2 8 3 6 8 2 2 7 8 0 3 5 2
第四列	0 7 3 6 3 6 1 2 2 6 0 1 8 3 1 4 5 3 4 5 4 4 4 0 3 4 4 0 4 5 0 1
第五列	7 6 9 4 3 5 5 8 5 3 9 6 8 9 3 7 1 0 3 6 0 9 1 3 6 3 5 2 1 6 0 1
第六列	7 6 2 6 0 3 0 5 3 1 6 9 5 9 9 5 2 3 4 6 5 4 8 6 5 1 4 5 0 2 5 4
第七列	4 8 6 4 3 5 1 5 0 1 1 3 0 3 2 4 8 5 2 9 5 7 7 2 2 2 0 1 6 0 7 8
第八列	2 9 7 5 8 7 3 8 7 3 8 8 2 5 2 0 5 3 5 0 6 4 0 9 0 0 2 2 3 9 4 4
第九列	2 0 3 3 8 1 6 0 8 2 7 5 6 7 5 0 1 8 6 0 7 2 5 3 1 6 5 0 6 1 3 0
第十列	1 2 2 3 0 4 7 7 2 2 2 2 0 1 7 6 4 2 8 3 2 2 3 2 1 1 0 5 7 2 8 5
第十一列	3 2 0 2 3 3 7 7 2 5 4 6 9 1 2 0 4 6 5 0 9 9 4 5 0 6 8 9 0 7 1 8
第十二列	8 1 0 5 1 1 9 2 1 7 4 5 6 6 7 6 4 4 1 7 5 0 9 3 4 4 6 5 1 8 5 8
第十三列	6 5 1 2 4 2 2 1 8 0 0 3 0 7 3 3 3 5 7 0 9 8 3 7 0 8 2 9 3 9 2 1
第十四列	4 8 6 4 6 5 3 8 2 6 7 5 4 8 8 0 3 0 7 5 5 6 8 7 6 9 8 1 1 4 1 4
第十五列	2 1 6 9 4 9 8 5 0 9 6 0 3 6 7 0 2 1 9 6 3 2 0 2 8 9 3 1 0 8 4 2

解：以三位數字 001，002，003，⋯，900 分別代表 900 件產品，從亂數表的第四列第九行起，向右每三位一數，得到 260，183，145，345，444，034，404，501，769，435。

【範例】購買樂透彩的彩卷時，須從 1 到 38 的號碼中任意選出六個不重複的號碼作為投注號碼。阿寶的媽媽今天要買一張樂透彩，請利用亂數表替她選號（從第六列第二行，每兩位一數像右選取六個號碼）

第一列	5	6	4	6	9	7	1	3	5	4	5	7	6	3	1	6	2	4	7	0	1	5	8	9	3	5	3	7	4	8	5	6
第二列	1	8	2	4	2	0	8	7	3	4	8	1	9	0	0	8	6	2	9	5	5	3	0	7	0	5	9	5	0	0	8	5
第三列	5	4	1	9	0	0	6	3	8	8	4	2	1	4	8	1	3	1	7	2	8	3	6	8	2	2	7	8	0	3	5	2
第四列	0	7	3	6	3	6	1	2	2	6	0	1	8	3	1	4	5	3	4	5	4	4	4	0	3	4	4	0	4	5	0	1
第五列	7	6	9	4	3	5	5	8	5	3	9	6	8	9	3	7	1	0	3	6	0	9	1	3	6	3	4	2	1	6	0	1
第六列	7	6	2	6	0	3	0	5	3	1	6	9	5	9	9	5	2	3	4	6	5	4	8	6	5	1	4	5	0	2	5	4
第七列	4	8	6	4	3	5	1	5	0	1	1	3	0	3	2	4	8	5	2	9	5	7	7	2	2	2	0	1	6	0	7	8
第八列	2	9	7	5	8	7	3	8	7	3	8	8	2	5	2	0	5	3	5	0	6	4	0	9	0	0	2	2	3	9	4	4
第九列	2	0	3	3	8	1	6	0	8	2	7	5	6	7	5	0	1	8	6	0	7	2	5	3	1	6	5	0	6	1	3	0
第十列	1	2	2	3	0	4	7	7	2	2	2	2	0	1	7	6	4	2	8	3	2	2	3	2	1	1	0	5	7	2	8	5

解：以兩位數字 01、02、03、⋯、38 分別代表彩卷號碼 1、2、3、⋯、38。

從亂數表的第六列第二行開始，向右依序每兩位一數，得到

62、60、30、53、16、95、99、52、34、65、48、65、14、50、25、44、86、43、51、50、11、30、32、⋯，

將其中數字超過 38 或重複者都略去，依序可得

30、16、34、14、25、11、32、⋯，

所以選號結果是 30、16、34、14、25、11。

【範例】現在若有 12000 人要投票選代表，12 人角逐，欲選出 3 個代表，若投票率為 100%，請問一位參選者需要多少票即可篤定當選？

解：


當選


當選


當選


未當選

即把“未當選 9 個人”的得票弄到最小，如上圖所示。

$\dfrac{12000}{3+1}+1=3001$（票）則篤定當選

小 試 身 手

1. 袋子中有相同的60枝籤，分別標有1, 2 , 3 ,_, 60 等號碼，從其中任意取出一枝，則：

(1)號碼是3的倍數的機率是________。

(2)號碼是4 的倍數的機率是________。

(3)號碼是3的倍數也是4 的倍數的機率是________。

(4)號碼是3的倍數或4 的倍數的機率是________。

答：(1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{1}{4}$ (3) $\frac{1}{12}$ (4) $\frac{1}{2}$

解：(1)∵3的倍數為3 , 6 ,…, 60 共20 個

∴取出號碼是3的倍數的機率是 $\frac{20}{60}=\frac{1}{3}$

(2)同理， 4 的倍數共15 個 ∴號碼是4 的倍數的機率是 $\frac{15}{60}=\frac{1}{4}$

(3)∵是3的倍數也是4 的倍數，即為12 的倍數 ∴12 的倍數共5個則所求為 $\frac{5}{60}=\frac{1}{12}$

(4)是3的倍數或4 的倍數共有20 +15－5 = 30個，則所求為 $\frac{30}{60}=\frac{1}{2}$

2. 投擲一粒公正的骰子兩次，則：

(1)兩次出現點數和為7的機率為 。

(2)兩次出現點數相同的機率為 。

(3)兩次出現點數相差為2的機率為 。

答：(1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{1}{6}$ (3) $\frac{2}{9}$

解：投擲一粒公正的骰子兩次，

則所有可能的結果為(1,1) 、(1, 2) 、…、(6 , 6) 共36種

(1)點數和為7 的情況有(1, 6) , (2 , 5) , (3 , 4) , (4 , 3) , (5 , 2) , (6 ,1) 共6種

∴所求為 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

(2)兩次點數相同有(1,1) , (2 , 2) , (3 , 3) , (4 , 4) , (5 , 5) , (6 , 6) 共6種

∴所求為 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

(3)點數相差為2的情況有(1, 3) , (2 , 4) ,…, (6 , 4) 共8種

∴所求為 $\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

3. 設男孩、女孩出生的機會相等，試求一個有三位小孩的家庭，僅有一個女孩的機率。

答：$\frac{3}{8}$

解：男男男、女男男、男女男、男男女、女女男、女男女、男女女、女女女，以上為一個家庭三個小孩的所有情況，故僅有一個女孩的機率為$\frac{3}{8}$

4. 設 2、3、4、4、5、5、6、7、8、9 等 10 個數字的中位數字為 a，今從此 10 個數字中任取一數，求此數大於 a 之機率。

答：$\frac{2}{5}$

解： $a = 5$ $\Rightarrow$取出大於 a 的機率 $=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$（此數大於 5 可能為 6、7、8、9）

5. 甲、乙二人由 1、2、3、4 等 4 個數字中，各自任意取出一數，求甲所取出的數字小於乙所取出的數字之機率。

答：$\frac{3}{8}$

解：$\frac{4}{4\times 4}=\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$

乙	1	2	3	4
甲		1	1, 2	1, 2, 3

6. 一袋中有 1 號球 1 個，2 號球 2 個，3 號球 3 個，......，10 號球 10 個，若每個球被取出的機會均等，今從袋中取出一球，求取到 1 號球的機率。

答：$\frac{1}{55}$

解：球數共 $1 + 2 + 3 + ... + 10 = 55$ 個

取到 1 號球的機率為$\frac{1}{55}$

7. 某球隊每場比賽獲勝的機率是$\frac{2}{3}$，若此球隊出賽 4 場，則此球隊至少剩一場的機率是多少？

答：$\frac{80}{81}$

解：至少勝一場 = 全 − 全輸$=1-(\frac{1}{3})^4=\frac{80}{81}$

8. 在 1、2、3...，9 等九個自然數中，每次任取二數，則此二數恰為方程式 $x^2-5x+6=0$ 之解的機率為多少?

答：$\frac{1}{36}$

解：$x^2-5x+6=0 \Rightarrow (x-2)(x-3)=0 \Rightarrow x=2$ 或 3

$\therefore$機率為 $\frac{1}{\frac{9\times 8}{2}}=\frac{1}{36}$

9. 一魚池裡養了一些吳郭魚，將 100 條魚身上作記號，放入池中，經過一段時間，再從池中隨機抓出 50 條魚，其中有 2 條魚身上有記號，試問池中約有多少條吳郭魚？

答：2500

解：設池中約有 n 條吳郭魚

$\frac{100}{n}=\frac{2}{50} \Rightarrow n=2500$

10. 一魚池裡養了一些吳郭魚，另外將 50 條魚身上作記號後，放入池中，經過一段時間，再從池中隨機抓出 50 條魚，其中有 2 條魚身上有記號，試問池中約有多少條吳郭魚？

答：1200

解：$\frac{50}{n+50}=\frac{2}{50} \Rightarrow n=1200$

11. 甲乙兩人各有 4 張數字牌，甲的牌是 $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{5}$ $\boxed{8}$，乙的牌是 $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{6}$ $\boxed{7}$，兩人玩數字比大小遊戲，每一次雙方同時各出一張牌，數字大者獲勝，且各自已經出過的牌不可再出。第一次甲出 $\boxed{8}$，乙出 $\boxed{7}$（甲獲勝），問第二次出牌時甲獲勝的機率為____________。

答：$\frac{2}{9}$

解：甲剩 1，2，5 可出，乙剩 3，4，6 可出

而甲剩的情形有(5, 3)(5, 4) $\Rightarrow$ 機率 $=\frac{2}{3\times 3}=\frac{2}{9}$

12. 同時丟擲三粒均勻骰子，求點數和為 3 的倍數之機率。

答：$\frac{1}{3}$

解：三粒骰子點數和及個數如下表：

點數和	3	4	5	6	7	8	9	10
個數	1	3	6	10	15	21	25	27
點數和	18	17	16	15	14	13	12	11

點數和為 3 的倍數個數有：$1+10+25+25+10+1=72$

$\therefore$ 機率 $=\frac{72}{216}=\frac{1}{3}$

13.

已知某種彩券的頭獎開獎方法是：在每一個球被取到的機率相等的情況下，從 42 個分別標記號碼 01～42 的球中，依取後不放回的方式，取出不同的六個球，此六個球所代表的號碼即為頭獎。各獎項獎金的分配方式依表(二)比例分配。

表(二)

獎金分配方式	
獎項	分配比例
頭獎	38%
貳獎	12%
參獎	15%
肆獎	35%

(1). 若已經開出 01、02、03、04、05 五個號碼，則下一球開出號碼為 06 的機率是多少？

(A) $\frac{1}{42}$

(B) $\frac{1}{37}$

(C) $\frac{1}{7}$

(D) $\frac{1}{6}$

解:剩 37 個球，挑任一球機率均為 $\frac{1}{37}$ 。

答案選（B）

(2)若某一期的頭獎獎金總額為 9000 萬元，則該期貳獎獎金總額約為多少萬元？（用四捨五入法取到萬元）

答: 2842 (萬元)

解: 設總獎金為 x 萬元 $\Rightarrow$ $x\times\frac{38}{100}=9000$ 萬元

$\therefore\ x=9000$ 萬元$\times\frac{100}{38}=\frac{900000}{38}$ 萬元

貳獎獎金為總獎金$\times\frac{12}{100}=\frac{900000}{38}$ 萬$\times\frac{12}{100}$ 萬$=\frac{54000}{19}$ (萬元) ≒ 2842 (萬元)

14. 一袋子中有白球 2 個、紅球 3 個，且每一個球被取出的機率相等。今逐次自袋中任取一球，取後放回。已知前兩次均取出白球，若第三次取出白球的機率為 p，取出紅球的機率為 q，則 p、q 的大小關係為何?

答: $p<q$

解: $p=\frac{2}{2+3}=\frac{2}{5}$ ，$q=\frac{3}{2+3}=\frac{3}{5}$ $\quad\therefore p<q$

15. 14. 一籤筒內有 21 支籤，號碼分別是 1～21 號，且每支籤被抽出的機會相等。

若從籤筒中任意抽出一支籤，則下列有關機率的敘述何者錯誤？

(A) 抽中 2 的倍數的機率為 $\frac{1}{2}$

(B) 抽中 3 的倍數的機率為 $\frac{1}{3}$

(C) 抽中 6 的倍數的機率為 $\frac{1}{7}$

(D) 抽中 7 的倍數的機率為 $\frac{1}{7}$

解: 2 的倍數有 $21 \div 2 = 10 \text{K} 1$

機率為 $\frac{10}{21}$　答案選（A）

16. 下列有關機率的敘述，何者正確？

(A) 投擲一枚圖釘，針尖朝上、朝下的機率一樣

(B) 投擲一枚公正硬幣，正面朝上的機率是 $\frac{1}{2}$

(C) 統一發票有「中獎」與「不中獎」二種情形，所以中獎機率是 $\frac{1}{2}$

(D) 投擲一粒均勻骰子，每一種點數出現的機率都是 $\frac{1}{6}$，所以每投六次，必出現一次「1 點」

解:（A）錯，圖釘本身就是一個不公正的物品，所以針尖朝上、朝下的機率不相同。

（B）對。

（C）錯，統一發票的中獎機率得視開獎的組數與自己所擁有的統一發票張數來決定。

（D）錯，不一定，也可能投擲六次都沒有一次出現「1 點」，甚至出現很多次「1 點」。

答案選（B）

17. 某商店週年慶，在一個不透明的箱子內放入 48 張折價券，其種類和張數如表（一）所示。若每次抽完後皆會放回，且每張折價券被抽中的機會相等，則抽中 15 元折價券的機率為何？

(A) $\frac{1}{4}$　(B) $\frac{1}{5}$　(C) $\frac{1}{12}$　(D) $\frac{1}{48}$

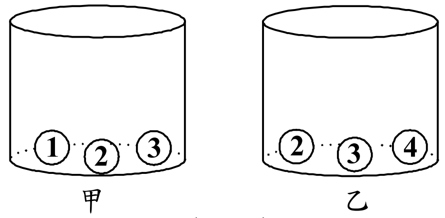
表（一）

折價券種類	張數
1元折價券	24
5元折價券	12
10元折價券	6
15元折價券	4
20元折價券	2

解:

$$\frac{4}{24+12+6+4+2} = \frac{4}{48} = \frac{1}{12}$$

18. 如圖(十四)，在甲、乙兩個筒內各放入 3 個球，並將球分別標上 1、2、3 與 2、3、4。假設兩筒中每個球被取出的機會均相等。若阿友自甲筒取出一球，阿哲自乙筒取出一球，則阿友取出的球其號碼小於阿哲的機率是多少？



圖(十四)

(A) $\frac{3}{9}$　(B) $\frac{4}{9}$　(C) $\frac{5}{9}$　(D) $\frac{6}{9}$

解:找出所有的樣本空間(所有可能的情況)

如下表所示，總共有 9 種組合。

而阿友取出的球其號碼小於阿哲的組合共有 6 種。

因此阿友取出的球其號碼小於阿哲的機率是 $\frac{6}{9}$

	抽到的號碼								
	✓	✓	✓		✓	✓			✓
阿友	1	1	1	2	2	2	3	3	3
阿哲	2	3	4	2	3	4	2	3	4

答案選（D）

19. 一袋子中有 4 顆球，分別標記號碼 1、2、3、4。已知每顆球被取出的機會相同，若第一次從袋中取出一球後放回，第二次從袋中再取出一球，則第二次取出球的號碼比第一次大的機率為何？

解: 二次所抽出號碼的可能狀況共有 $4\times4=16$(種)

其中第二次比第一次號碼要大的情況有 (1 , 2)、(1 , 3)、(1 , 4)、(2 , 3)、(2 , 4)、(3 , 4)

共六種

所以其機率為 $\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$

20. 下列是亂數表的一部份：

51	59	04	00	71	14	84	36	43	30	93	44
77	44	07	48	18	38	28	73	78	80	65	33
28	59	72	04	05	94	20	52	03	80	84	13

（1） 二年甲班有 50 位學生，利用上列亂數表從 50 位同學中選出 8 位同學代表參加晚會。若以第 1 列第 1 行為起點，則選出的第 8 位編號是__________。

（2） 利用上列亂數表從全校 643 位同學中選出 10 位同學參加學藝競賽，若以第 1 列第六個數字為起點，則選出的第 7 位同學編號是_______。

解: （1）以兩位數字 01、02、03、…、50 分別代表班上同學號碼 1、2、3、…、50。
從亂數表的第一列第一行開始，向右依序每兩位一數，得到
51、59、04、00、71、14、84、36、43、30、93、44、77、44、07、48、18、38、28、73、78、80、65、33、…，
將其中數字超過 50 或重複者都略去，依序可得
51、59、00、71、84、93、77、…，
所以選號結果是 04、14、36、43、30、44、07、48。

（2）以三位數字 001、02、03、…、643 分別代表班上同學號碼 1、2、3、…、643。
從亂數表的第 1 列第六個數字開始，向右依序每三位一數，得到 400、711、484、364、330、934、477、440、748、183、828、737、880、653、328、597、204、…，
將其中數字超過 643 或重複者都略去，依序可得
711、934、748、…，
所以選號結果是 400、484、364、330、477、440、183。

21. 二年五班同學共 40 為，第一次段考數學科成績如下：

座號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
成績	50	68	58	60	68	70	70	72	72	72	83	74	86	74
座號	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
成績	60	78	78	70	70	78	74	84	54	68	80	60	96	96
座號	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40		
成績	86	86	92	58	83	82	68	86	50	87	98	87		

（1） 試利用下列亂數表從第 3 列第 1 行開始，選出 6 位同學。
（2） 承（1）題，求被選出六位同學數學成績的平均數。（ 取到小數第一位 ）
（3） 從 40 人中任抽一人，設被抽中的機會均等，試求抽中的數學成績不及格機率為多少？
（4）

亂數表

4	6	3	5	2	3	3	0	4	9	6	9	2	4	8	9	3	4	6	0	4	5	3	0	5	0	7	5	2	1	3	8
6	1	3	1	8	3	1	8	5	5	1	4	4	1	3	7	0	9	5	1	1	1	0	8	7	9	6	2	9	4	5	2
1	4	0	1	3	3	1	7	9	2	5	9	7	4	7	6	7	2	7	7	7	6	5	0	3	3	4	5	1	3	3	9
3	9	6	6	3	7	7	5	4	4	5	2	7	0	1	0	8	3	3	7	5	6	3	0	3	8	7	3	1	5	2	1
1	6	5	2	0	6	9	6	7	6	1	1	6	5	4	9	9	8	9	3	0	2	1	8	1	6	8	1	6	1	8	7

解: （1） 14、01、33、17、92、59、74、76、72、77、76、50、33、45、13、39 刪除超過 40 號的號碼可得，選出 6 位同學的座號為 14、01、33、17、13、39。

（2）平均數 $=\dfrac{74+50+83+78+86+98}{96}=\dfrac{469}{6}\approx 78.2$ (分)。

（3）因為全班有五位同學數學成績不及格，所以不及格率 $=\dfrac{65}{40}=\dfrac{1}{8}$ 。

22. 某班有 45 位同學，擬自其中抽取 10 位同學進行測驗，以評量學習績效：今將同學編號為 1、2、…、45，利用亂數表（如下所附）依據下列規則進行抽取：

（1）自亂數表的第一個數字開始，以每兩個數字為一組，依序向右抽取。

（2）已選出的號碼不再重複選取。

（3）號碼不超過 45 者取出。

（4）號碼在 46 至 50 之間者略去不取。

（5）號碼超過 50 者扣除 50 後，如不超過 45 則取之，否則略去。

亂數表

0 3 9 9 1 1 0 4 6 1 9 3 7 1 6 1 6 8 9 4 6 6 0 8 3 2 4 6 5 3 8 4 6 0 9 5 8 2 3 2 8 8
6 1 8 1 9 1 6 1 3 8 5 5 5 9 5 5 5 4 3 2 8 8 6 5 9 7 8 0 0 8 3 5 5 6 0 8 6 0 2 9 7 3
5 4 7 7 6 2 7 1 2 9 9 2 3 8 5 3 1 7 5 4 6 7 3 7 0 4 9 2 0 5 2 4 6 2 1 5 5 5 1 2 1 2
9 2 8 1 5 9 0 7 6 0 7 9 3 6 2 7 9 5 4 5 8 9 0 9 3 2 6 4 3 5 2 8 6 1 9 5 8 1 9 0 6 8
3 1 0 0 9 1 1 9 8 9 3 6 7 6 3 5 5 9 3 7 7 9 8 0 8 6 3 0 0 5 1 4 6 9 5 1 2 6 8 7 7 7
3 9 5 1 0 3 5 9 0 5 1 4 0 6 0 4 0 6 1 9 2 9 5 4 9 6 9 6 1 6 3 3 5 6 4 6 0 7 8 0 2 4

解: 抽出號碼為　：03、99、11、04、61、93、71、61、68、94、66、08、32

號碼變化為：03、49、11、04、11、43、21、11、18、44、16、08、32

第 10 位號碼是 32。