

數、數線與數的四則運算

【正數與負數】：

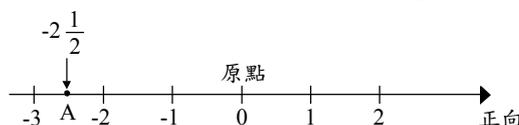
負數的產生，其實是因為有相對的量產生，而由人為賦予的意義。我們都將比基準點 0 高、大或增加的當正數，所以正數大於 0，用「+」表示，讀作「正」，而「+」常可省略；比基準點 0 低、小、或減少的當負數，所以負數小於 0，用「-」表示，讀作「負」。

【範例】：如我們把溫度比 0°C 高的當正，如零上 5 度用 +5°C 表示，只用 5°C 表示即可，把比 0°C 低的當負，如零下 3 度用 -3°C 表示。

【數線】：

畫一直線，在線上任取一點作為「原點」，標示為 0。令右邊的方向為此數線的「正向」，並標上箭頭表示。在數線上由原點依「相同的間隔」，依序向右標示 1, 2, 3, 4, … 等，向左標示 -1, -2, -3, -4, … 等，此「相同的間隔」即為單位長。

圖示如下：



【相反數】：

在數線上除原點外，與原點距離相等，但方向相反的兩個點所代表的數，互為相反數。

【範例】：2 的相反數為 -2， $-\frac{1}{3}$ 的相反數為 $\frac{1}{3}$ 。

※注意：0 的相反數為 0，兩相反數的和必為 0。

【對稱中點座標公式】：

在數線上任意兩點 A(a) 和 B(b)，則線段 AB 的對稱中點座標為 C，則 C 的座標為： $(\frac{a+b}{2})$ 。在此 $|\overline{AC}| = |\overline{CB}|$

【正負數的四則運算】：

(1) 正負數的加減法：

$$\text{正數} \pm \text{正數} : (+a) \pm (+b) = +(a \pm b)$$

$$\text{負數} \pm \text{負數} : (-a) \pm (-b) = -(a \pm b)$$

$$\text{正數} \pm \text{負數} : (+a) \pm (-b) = +(a \mu b)$$

$$\text{負數} \pm \text{正數} : (-a) \pm (+b) = -[(+a) \pm (-b)] = -(a \mu b)$$

(2) 正負數的乘除法：

1. 同號數相乘除其結果仍為正數： $(+a) \times (+b) = ab$ ； $(-a) \times (-b) = ab$ 。
2. 異號數相乘除其結果為負數： $(-a) \times (+b) = -ab$ ； $(+a) \times (-b) = -ab$

口訣＝負正得負；負負得正

(3) 正負分數的四則運算：

【範例】：正、負分數的加法：

$$\left(-\frac{2}{7}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) = \left(-\frac{6}{21}\right) + \left(-\frac{7}{21}\right) = -\left(\frac{6+7}{21}\right) = -\frac{13}{21}。$$

【範例】：正、負分數的減法：

$$\left(-\frac{4}{5}\right) - \left(-\frac{3}{4}\right) = \left(-\frac{16}{20}\right) - \left(-\frac{15}{20}\right) = -\frac{16}{20} + \frac{15}{20} = -\frac{1}{20}。$$

【範例】：正、負分數的乘法：

$$\begin{aligned} \left(-\frac{4}{9}\right) \times \frac{7}{12} &= -\left(\frac{4 \times 7}{9 \times 12}\right) = -\left(\frac{1 \times 7}{9 \times 3}\right) = -\frac{7}{27} \\ \left(-\frac{5}{8}\right) \times \left(-\frac{4}{15}\right) &= \frac{5 \times 4}{8 \times 15} = \frac{1 \times 1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}。 \end{aligned}$$

【範例】：正、負分數的除法：

1. 若兩數相乘等於1，則稱此兩數互為倒數。

2. 除以一個分數等於乘上此分數的倒數， $\frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \times \frac{c}{d} = \frac{b \times c}{a \times d}$ 。

例如：(1) $\left(-\frac{3}{7}\right) \div \frac{4}{5} = -\left(\frac{3}{7} \times \frac{5}{4}\right) = -\frac{15}{28}$ ，其中 $\frac{4}{5}$ 的倒數為 $\frac{5}{4}$ 。

$$(2) \frac{4}{9} \div \left(-\frac{2}{15}\right) = \frac{4}{9} \times \left(-\frac{15}{2}\right) = -\left(\frac{4}{9} \times \frac{15}{2}\right) = -\frac{5}{3}，$$

其中 $-\frac{2}{15}$ 的倒數為 $-\frac{15}{2}$ 。

(4) 分數與小數的混合四則運算：

通常是先將小數化成分數的形式，再作四則運算。

【範例】：(1) $2.25 \times \left(-\frac{1}{15}\right) = ?$ (2) $(-1.2) \times \frac{1}{5} \div \left(-\frac{2}{3}\right) = ?$

解：(1) $2.25 \times \left(-\frac{1}{15}\right) = -\left(2.25 \times \frac{1}{15}\right) = -0.15$

$$(2) (-1.2) \times \frac{1}{5} \div \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{12}{10} \times \frac{1}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{3}{1} = \frac{9}{25}$$

【絕對值】：

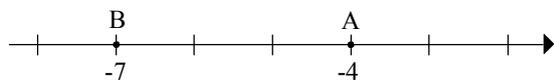
1. 當一個數不考慮其正負數所得之值，為此數的絕對值，以“ $|x|$ ”表示。
2. 絕對值也可以表示為，一個數在數線上表示的點與原點的距離，叫做這個數的絕對值，以符號“ $|$ ”表示。

【範例】：數線上有 A 、 B 兩點，則 A 點到 B 點的長度或距離用 \overline{AB} 表示。

$$\overline{AB} = |A - B| \text{ 下面數線 } A(-7)、B(-4)，$$

$$\text{則：} \overline{AB} = |(-7) - (-4)| = |-3| = 3，$$

$$\text{或是：} \overline{AB} = |(-4) - (-7)| = |-4 + 7| = |3| = 3，$$



【範例】：若 $|a| = 4$ ，則 $a = 4$ 或 -4 。

【範例】：數線上絕對值小於 5 的整數有哪些？

$$\text{解：} |x| < 5， -5 < x < 5，$$

故有整數 $-4、-3、-2、-1、0、1、2、3、4$ 。

※重點：1. $|x| = |-x|$ ，例如： $|3| = |-3|$ 。

$$2. |x| \geq 0， \text{例如：} |3| = |-3| = 3 > 0。$$

$$3. |x| = \begin{cases} x & \text{如果 } x \geq 0 \\ -x & \text{如果 } x < 0 \end{cases}。$$

$$4. |x - y| = |y - x|， \text{例如：} |3 - 2| = |2 - 3| = 1。$$

【指數律】：

(1) 指數律運算規則：

若 $m、n$ 都是正整數(或 0)，且 $m \geq n、a \neq 0、b \neq 0$ ，則：

$$1. a^m \times a^n = a^{m+n}。 \quad 2. a^m \div a^n = a^{m-n}。$$

$$3. a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ (因為 } \frac{1}{a^n} = a^0 \div a^n = 1 \div a^n = a^{0-n} = a^{-n} \text{)}。$$

$$4. (a^m)^n = a^{m \times n}。 \quad 5. (a \times b)^m = a^m \times b^m。$$

※注意： $(a)^3 \div (a)^3 = \frac{a \times a \times a}{a \times a \times a} = 1 = (a)^{3-3} = a^0$ ，因此我們規定 $a^0 = 1$ 。

(2) 有關乘方(或次方)正負數的判別：

$$1. \text{若 } n \text{ 為偶數，則 } (-a)^n > 0。 \quad 2. \text{若 } n \text{ 為奇數，則 } (-a)^n < 0。$$

(3) 底數為分數的運算：

【範例】：請求出下列各題的解：

$$(1) \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{4}{3}\right)^2 \div \left(\frac{3}{5}\right)^2 \quad (2) \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^4$$

$$\text{解：} (1) \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{4}{3}\right)^2 \div \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{1}{2^4} \times \frac{4^2}{3^2} \times \frac{5^2}{3^2} = \frac{5^2}{3^2 \times 3^2} = \frac{5^2}{3^4}$$

$$(2) \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^8 = \frac{1}{2^8}$$

【科學記號】：

將一個數紀錄成 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq a < 10$ ，且 a 用小數表示，而 n 為整數，這樣的記法我們稱為科學記號。

科學記號的運算：

(1) 乘、除的運算是利用指數律去做運算，其方法如下：

$$(a \times 10^n) \times (b \times 10^m) = ab \times 10^{n+m}, (a \times 10^n) \div (b \times 10^m) = \frac{a}{b} \times 10^{n-m}。$$

(2) 做加、減運算時，須化為 10 的同次方數，再合併前面的數字，其方法如下：

$$(a \times 10^n) \pm (b \times 10^n) = (a \pm b) \times 10^n。$$

【範例】：請用科學記號來表示下列各題答案：

$$(1) \frac{4.75 \times 0.0000005 \times 0.35}{0.000133 \times 1250000 \times 0.25} \quad (2) \frac{3015000 \times 0.028}{0.00000007 \times 0.0067 \times 1500}$$

解：(1) 將分子與分母約分到最簡分數：

$$\text{原式} = \frac{1 \times 0.0000001 \times 1}{0.0001 \times 50000 \times 1} = \frac{10^{-7}}{5} = 0.2 \times 10^{-7} = 2 \times 10^{-8}$$

(2) 將分子與分母約分到最簡分數：

$$\text{原式} = \frac{120 \times 0.001}{0.00000001 \times 0.0001 \times 1} = \frac{120}{10^{-9}} = 120 \times 10^9 = 1.2 \times 10^{11}$$

1. 化簡 $4 \div (-\frac{2}{3})^3 \times (-2) + (-4^2)$ 之後，可得下列哪一個結果？【90 年第二次基測】

- (A) -31 (B) -23 (C) 11 (D) 43。

2. 計算 $4 \div (-\frac{1}{2})^3 \times (-\frac{3}{16}) + (-3)^2$ 之值為何？【91 年第一次基測】

- (A) 3 (B) 15 (C) $\frac{285}{32}$ (D) $\frac{291}{32}$ 。

3. 計算 $9 + (-2) \times [18 - (-3) \times 2] \div 4$ 之值為何？【91 年第二次基測】

- (A) -3 (B) 3 (C) 21 (D) 42。

4. 已知甲 $= -2\frac{3}{8}$ 、乙 $= -2 + \frac{3}{8}$ 、丙 $= -1.375$ ，請問下列哪一個選項是正確的？

- (A) 甲 = 乙 (B) 乙 = 丙 (C) 甲 < 乙 < 丙 (D) 甲 < 丙 < 乙。 【91 年第二次基測】

5. 下列敘述何者正確？【91 年第二次基測】

- (A) $2^3 - (-2)^3 = 0$ (B) $2^4 - (-2^4) = 0$
(C) $(-2)^3 - (-2^3) = 0$ (D) $(-2)^4 - (-2^4) = 0$

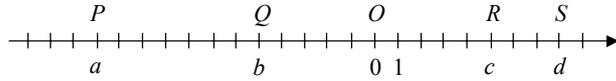
6. 求 $(1 + \frac{1}{3}) \div (\frac{1}{3} - 1) \times \frac{3}{8}$ 之值為何？【92 年第一次基測】

- (A) $-\frac{3}{4}$ (B) $-\frac{3}{8}$ (C) $-\frac{1}{3}$ (D) $-\frac{16}{3}$

7. 在圖(一)的數線上， O 為原點，數線上的點 P 、 Q 、 R 、 S 所表示的數分別為

a 、 b 、 c 、 d 。請問下列哪一個大小關係是不正確的？【92年第一次基測】

- (A) $|a| < |d|$ (B) $|b| = |c|$ (C) $|a| > |b|$ (D) $|0| < |b|$ 。



圖(一)

8. 在數線上， O 為原點， A 點的坐標為 a ， B 點的坐標為 b 。利用下列三個已知條件，判斷 A 、 B 、 O 三點在數線上的位置關係。

已知條件：1. $a+b < 0$ ；2. $a-b > 0$ ；3. $ab > 0$ ，下列圖形何者正確？【92年第二次基測】

- (A) (B) (C) (D)

9. 求 $-9\frac{1}{4} - \frac{2}{5} \times [\frac{7}{4} - (\frac{3}{8} - \frac{1}{2})]$ 之值為何？

【92年第二次基測】

- (A) -10 (B) $-\frac{99}{10}$ (C) $-\frac{7}{2}$ (D) $-\frac{43}{5}$ 。

10. 計算 $(1 - \frac{1}{2}) \div (1 - \frac{1}{3}) \div (1 - \frac{1}{4}) \div (1 - \frac{1}{5})$ 之值 = ? 【92 中山國中】

11. 已知甲 = $4\frac{3}{8}$ 、乙 = $4 \times \frac{3}{8}$ 、丙 = $4 + \frac{3}{8}$ ，比較甲、乙、丙三數的大小，下列敘述何者正確？
 (A) 甲 = 乙 (B) 甲 = 丙 (C) 甲 < 乙 (D) 甲 < 丙 。 【93 年第一次基測】

12. 求 $(-\frac{1}{7}) \div \frac{1}{42} \times \frac{5}{6} \div (-\frac{5}{8})$ 之值為何？ 【93 年第一次基測】
 (A) 8 (B) -8 (C) $\frac{288}{25}$ (D) $-\frac{288}{25}$

13. 計算 $[-(-3)^2 + 3] \div 6 - 4$ 之值為何？ 【93 年第二次基測】
 (A) -2 (B) -3 (C) -5 (D) -6

14. 計算 $3 \times (-9) - 18 \times (\frac{1}{9} - \frac{1}{3})$ 之值為何？ 【94 年第一次基測】
 (A) -31 (B) -23 (C) -10 (D) 10

15. $7\frac{1}{3} \div 1\frac{2}{5}$ 可表示成下列哪一個式子？【94 年第一次基測】

(A) $7 \times \frac{1}{3} \div 1 \times \frac{2}{5}$ (B) $(7 + \frac{1}{3}) \div (1 + \frac{2}{5})$ (C) $7 + \frac{1}{3} \div 1 + \frac{2}{5}$ (D) $(7 \times \frac{1}{3}) \div (1 \times \frac{2}{5})$ 。

16. 用科學符號（即科學記號）可將 1234 表示成「 1.234×10^3 」。若 A 的科學符號可表示成「 1.23456×10^8 」，則 A 為幾位數？【94 年第一次基測】

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9。

17. 計算 $6\frac{3}{8} \div (\frac{7}{11} + 2)$ 的過程，下列哪一個是正確的？【94 年第二次基測】

(A) $\frac{9}{4} \div (\frac{7}{11} + 2) = \frac{9}{4} \times \frac{11}{7} + \frac{9}{4} \times \frac{1}{2}$ (B) $\frac{9}{4} \div (\frac{7+22}{11}) = \frac{9}{4} \times \frac{11}{29}$

(C) $\frac{51}{8} \div (\frac{7}{11} + 2) = \frac{51}{8} \times \frac{11}{7} + \frac{51}{8} \times \frac{1}{2}$ (D) $\frac{51}{8} \div (\frac{7+22}{11}) = \frac{51}{8} \times \frac{11}{29}$

18. 有紅色和白色兩種卡片共 84 張，甲、乙兩人各拿 42 張。若甲所拿的卡片中，有 $\frac{3}{7}$ 是紅色的；乙拿的紅色卡片是甲拿到紅色卡片的 $\frac{2}{3}$ ，則此 84 張卡片中有幾張是紅色的？
(A) 30 (B) 45 (C) 52 (D) 54 。 【94 年第二次基測】
19. $(-1.25) \div (-4\frac{3}{5})$ 可表示成下列哪一個式子？【模擬 94 年第一次基測】
(A) $(-1+0.25) \div (-4) \times \frac{3}{5}$ (B) $(-1-0.25) \div (-4-\frac{3}{5})$
(C) $(-1) + (-0.25) \div (-4) + (-\frac{3}{5})$ (D) $(-1 \times 0.25) \div (-4 \times \frac{3}{5})$
20. 計算 $0.36 \times (-\frac{7}{18}) + 12 \times (1.25 - \frac{5}{6})$ 之值為何？【模擬 94 年第一次基測】
(A) 3.15 (B) 4.86 (C) -2.45 (D) -3.75 。
21. 計算 $0.00899^2 - 0.00101^2$ 之值後，用科學符號(即科學記號)表示之，則為下列何者？
(A) 7.98×10^{-5} (B) 7.98×10^{-6} (C) 8.88×10^{-5} (D) 8.98×10^{-6} 【模擬 94 年第一次基測】

22. 用科學符號（即科學記號）可將 1234 表示成「 1.234×10^3 」。若 A 的科學符號可表示成「 7.82×10^3 」， B 的科學符號可表示成「 8.42×10^3 」，則 $A \times B$ 為幾位數？

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9。

【模擬 94 年第一次基測】

23. 計算 $4.25 \div (3.375 - \frac{1}{2})$ 的過程，下列哪一個是正確的？ 【模擬 94 年第二次基測】

(A) $\frac{9}{2} \div (\frac{27}{8} - \frac{1}{2}) = \frac{9}{2} \times \frac{8}{27} - \frac{9}{2} \times \frac{2}{1}$

(B) $\frac{9}{2} \div (\frac{27-4}{8}) = \frac{9}{2} \times \frac{8}{23}$

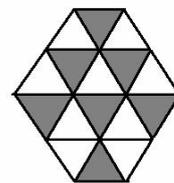
(C) $\frac{17}{4} \div (\frac{27-4}{8}) = \frac{17}{4} \times \frac{8}{27} - \frac{17}{4} \times \frac{8}{4}$

(D) $\frac{17}{4} \div (\frac{27-4}{8}) = \frac{17}{4} \times \frac{8}{23}$

24. 如右圖，每個小三角形的面積都相等，已知陰影部分的面積為 $15\frac{3}{4}$ 平方公分，求

空白部分的面積 是多少平方公分？(6 分)

【94 中山國中】



25. 下列哪一個式子是錯誤的？ 【95 年第一次基測】

(A) $\frac{2}{25} + \frac{3}{35} + \frac{4}{45} = \frac{3}{35} + \frac{2}{25} + \frac{4}{45}$ (B) $\frac{2}{25} - \frac{3}{35} - \frac{4}{45} = \frac{2}{25} - \frac{4}{45} - \frac{3}{35}$

(C) $\frac{2}{25} \times \frac{3}{35} \times \frac{4}{45} = \frac{4}{45} \times \frac{3}{35} \times \frac{2}{25}$ (D) $\frac{2}{25} \div \frac{3}{35} \div \frac{4}{45} = \frac{3}{35} \div \frac{2}{25} \div \frac{4}{45}$

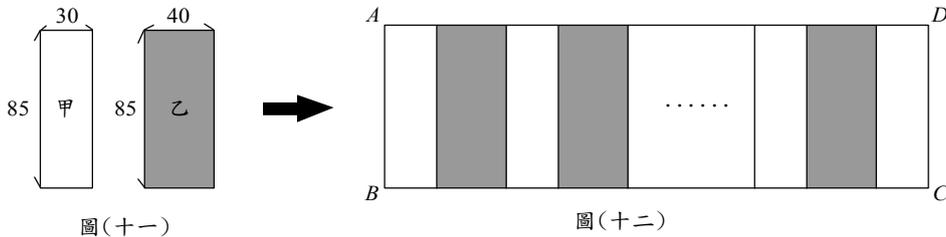
26. 下列何者為 $\frac{2}{25}$ 的科學符號 (即科學記號) ? 【95 年第一次基測】

- (A) 8×10^{-1} (B) 8×10^{-2} (C) 2.3×10^{-1} (D) 2.3×10^{-2} 。

27. 計算 $(-12) + (-18) \div (-6) - (-3) \times 2$ 之值為何? 【95 年第一次基測】

- (A) -15 (B) -3 (C) 11 (D) 16 。

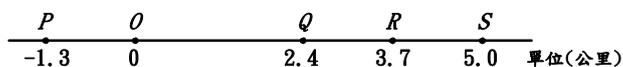
28. 有甲、乙兩種長方形紙板各若干張，其中甲的長為 85 公分，寬為 30 公分；乙的長為 85 公分，寬為 40 公分，如圖 (十一) 所示。今依同種紙板不相鄰的規則，將所有紙板由左至右緊密排成圖 (十二) 的長方形 $ABCD$ ，則下列哪一個選項可能是 \overline{AD} 的長度?



- (A) 770 公分 (B) 800 公分 (C) 810 公分 (D) 980 公分。 【95 年第一次基測】

29. 圖 (二) 為五個公車站 P 、 O 、 Q 、 R 、 S 在某一筆直道路上的位置。今有一公車距離 P 站 4.3 公里，距離 Q 站 0.6 公里，則此公車的位置會在哪兩站之間?

- (A) R 站與 S 站 (B) P 站與 O 站 (C) O 站與 Q 站 (D) Q 站與 R 站



【95 年第一次基測】

圖(二)

30. 計算 $11 - 3^2 \times [2 - (-3)^2] + 6$ 之值為何？

【95 年第二次基測】

- (A) -82 (B) -8 (C) 28 (D) 80 。

31. 已知 n 滿足 $\frac{n}{7.24} = \frac{16.13}{8.13}$ 。若將 n 描在數線上，則下列哪一個數在數線上的位置

最接近 n ？【95 年第二次基測】

- (A) 12.24 (B) 13.13 (C) 14.25 (D) 15.24

32. 計算 $(-12) + (-\frac{5}{4}) \div (-6) \div 2 - (-3) \times (-\frac{9}{8})$ 之值為何？【模擬 95 年第一次基測】

- (A) $8\frac{23}{48}$ (B) $-8\frac{23}{48}$ (C) $-8\frac{25}{48}$ (D) $-8\frac{35}{48}$ 。

33. 下列何者為 $7 \times 10^2 + 8 \times 10^2$ 的科學符號（即科學記號）？【模擬 95 年第一次基測】
(A) 7.8×10^2 (B) 15×10^3 (C) 1.5×10^2 (D) 1.5×10^3 。

34. 計算 $|-5 - |3 - 6| \times (-2) - 3|$ 之值為何？【模擬 95 年第二次基測】
(A) -2 (B) 2 (C) 3 (D) 4。

35. 已知 n 滿足 $\frac{m}{2.15} = \frac{18.15}{9.07}$ 。若將 m 描在數線上，則下列哪一個數在數線上的位置最接近 m ？【模擬 95 年第二次基測】
(A) 3.41 (B) 4.25 (C) 5.42 (D) 6.31。

36. 計算 $3\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \div (-\frac{8}{5})$ 之值為何？【96 年第二次基測】
(A) $\frac{71}{16}$ (B) $\frac{41}{16}$ (C) $\frac{39}{16}$ (D) $-\frac{5}{4}$

37. 計算 $|6 + |5 + 4| - 10 + |11 - (20 - 9)||$ 的值為何？

38. 計算 $\left(\frac{3}{5}\right)^3 \left(\frac{5}{3}\right)^6 \left(\frac{25}{9}\right) \left(\frac{9}{25}\right)^2$ 的值：

39. 比較各數的大小 2^{-20} 、 4^{-12} 、 8^{-6} 。

40. 比較各數的大小 -4^{44} 、 -2^{66} 、 -3^{55} 。

41. 暖暖用 500 倍顯微鏡觀察細胞，測得在鏡中細胞的長度為 0.3 公厘，而細胞之真實大小為 6×10^n 公分，則 $n = ?$

42. 計算 $\frac{3.125 \times 0.0003 \times 0.8}{0.00625 \times 150000 \times 0.4}$ 的值為何？（以科學記號表示）