比與比例式

【正比的關係式】：$y=kx$ 或 $\frac{y}{x}=k$，在此k為常數，則稱x與y成正比關係。

【反比的關係式】：$x\cdot y=k$ 或 $y=\frac{k}{x}$，在此k為常數，則稱x與y成反比關係。

【比例式的定義】：$x：y=a：b$，這樣的式子就稱為**比例式**。

【比例式的性質】：

(1) $a：b=a\times n：b\times n$，其中$n\neq 0$。

(2) 若 $a：b=m：n$，則有$a\times n=b\times m$。

(3) $x：y=a：b$，則$px：qy=a\times p:b\times q$。

(4) $px：qy=a：b$，則$x：y=\frac{a}{p}:\frac{b}{q}$。

(5) $x：y=a：b$，則$ay=bx$。(內項相乘等於外相乘)

【連比例式的定義】：若$x：y：z=a:b:c \Leftrightarrow \frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$，則稱此式子為連**比例式**。

【連比例式的性質】：

(1) $x：y：z=a:b:c$，則有：$\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$。

(2) $x：y：z=a\times x：a\times y：a\times z$，$\forall a\in R$。

(3) $x：y：z=a:b:c$，則$px：qy：rz=a\times p:b\times q:c\times r$，
其中p、q、r 三個數不為零。

(4) 若$px：qy：rz=a:b:c$，則$x：y：z=\frac{a}{p}:\frac{b}{q}:\frac{c}{r}$。

【最簡整數連比】：若連比$x：y：z=a:b:c$，其中 a，b，c 的最大公因數為1，
$(a，b，c)=1$，則稱$x：y：z$為**最簡整數連比**。

1. 若 x：z＝2：3，y：z＝5：3，則下列哪一個敘述是正確的？【90 年模擬題本一】

(A)若 x＝4，則 y＝10

(B)x：y：z＝2：3：5

(C)$\frac{x}{3}=\frac{z}{2}$，$\frac{y}{3}=\frac{z}{5}$

(D)x：y＝5：2

重點：連比例

因為 x：z＝2：3；y：z＝5：3

所以 x：y：z＝2：5：3

答案選(A)

2. 甲、乙、丙三人一起花了 820 元買禮物，若甲出的錢的 2 倍等於乙出的錢的 5 倍，乙出的錢的 3 倍等於丙出的錢的 5 倍，則下列敘述何者正確？【90 年模擬題本二】

(A)甲出 500 元

(B)乙出 120 元

(C)丙出 200 元

(D)甲、乙、丙三人出的錢的比為 5：2：3

重點：連比例式運用

假設甲出的錢的為 x，乙出的錢的為 y，丙出的錢的為 z，

因為 2x＝5y，3y＝5z

所以 x：y＝5：2，y：z＝5：3

因此 x：y：z＝25：10：6

再假設 x＝25r，y＝10r，z＝6r 且 x+y+z＝820

41r＝820；r＝20

x＝500，y＝200，z＝120

答案選(A)

3. 某次籃球比賽，創創投 10 球進 7 球，守守投 20 球進 14 球，下列哪一個敘述是錯誤的？

(A) 創創命中數與投籃數的比為 7：10 【90 年第一次基測】

(B) 守守命中數與投籃數的比值為 $\frac{14}{20}$

(C) 因為 $7:10=7\times2:10\times2=14:20$，故兩人命中率相同

(D) 因為創創只投進 7 球，而守守投進 14 球，所以守守的命中率較高

重點：比與比例式

一般來說，依比值討論會比較單純簡單些。

（A）$7:10=\frac{7}{10}=0.7$

（B）$\frac{14}{20}=\frac{7}{10}=0.7$

（C）$7:10=7\times2:10\times2=14:20$

（D）因為其比值相同，所以命中率皆一樣

答案選（D）

4. 林家三姊妹，每月零用錢的總和為 7800 元。已知大姊零用錢的 2 倍是二姊零用錢的 3 倍，二姊零用錢的 3 倍是小妹零用錢的 4 倍。依據題意，請問大姊每月的零用錢有多少元？

(A) 1200 (B) 1800 (C) 3600 (D) 4200 【90 年第二次基測】

重點：比與比例式

(1) 依題意設大姊 x 元，二姊 y 元，小妹 z 元

$\Rightarrow$ $(i)\ x+y+z=7800$

$(ii)\ x\times2=y\times3$，$y\times3=z\times4$

(2) 由條件 (ii) 可得 $\begin{cases}2x=3y & \Rightarrow\ x:y=3:2\\ 3y=4z & \Rightarrow\ y:z=4:3\end{cases}$ $\Rightarrow$ $x:y:z=6:4:3$

(3) 假設 $x=6r$，$y=4r$，$z=3r$ 代入 (i)

$\Rightarrow$ $6r+4r+3r=7800$ $\Rightarrow$ $13r=7800$ $\Rightarrow$ $r=600$

(4) 因此 $x=6r=3600$，$y=4r=2400$，$z=3r=1800$

$\therefore$ 大姊每月的零用錢有 3600 元

答案選（C）

5. 有甲、乙兩個完全相同的杯子，各裝不同量的水，若把甲杯中$\frac{1}{5}$的水倒進乙杯，則兩杯的水位等高。設甲杯原來的水量為a，乙杯原來的水量為b，求$\frac{b}{a}=$？

(A)$\frac{1}{5}$　(B)$\frac{3}{5}$　(C)$\frac{4}{5}$　(D)$\frac{5}{4}$　。【91 年第一次基測】

重點：比與比例式

$(1-\frac{1}{5})a=b+\frac{1}{5}a \Rightarrow \frac{4}{5}a=b+\frac{1}{5}a \Rightarrow \frac{3}{5}a=b \Rightarrow \frac{3}{5}=\frac{b}{a}$。

答案選（B）

6. 小格想要煮一鍋 30 人份的玉米湯，他依據附圖的食譜內容到市場選購材料。請問下列哪一種材料的數量買得太少？【91 年第一次基測】

(A)玉米醬(100 g / 罐)11 罐　(B)雞蛋 8 個　(C)絞肉 45 兩　(D)奶油 75 克。

重點：比與比例式

$30\div 4=7.5$

玉米醬：1.5 罐$\times 7.5=11.25$罐　，　雞蛋：1 個$\times 7.5=7.5$個

絞肉：6 兩$\times 7.5=45$兩　，　奶油：10 克$\times 7.5=75$克

由此可知，玉米醬(100g/罐)11 罐買得太少。

答案選（A）

香濃玉米湯(4人份)

材料:1.玉米醬(100g/罐) …… 1.5罐
2.雞蛋 …… 1個
3.絞肉 …… 6兩
4.奶油 …… 10克
5.清水 …… 半公升
6.鹽 …… 1小匙

7. 下列四個敘述甲與乙關係的選項中，哪一個與其他三個不同？【91 年第一次基測】

(A)甲是乙的$\frac{b}{a}$倍 (B)甲：乙$=a:b$ (C)甲的a倍等於乙的b倍 (D)甲：乙的比值為$\frac{b}{a}$

重點：比與比例式

（A）甲$=\frac{b}{a}$乙　$\Rightarrow$　a甲$=b$乙

（B）甲：乙$=a$：b　$\Rightarrow$　b甲$=a$乙

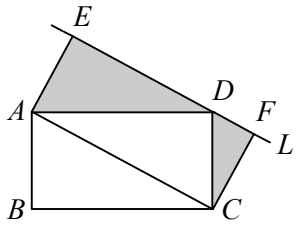
（C）a甲$=b$乙

（D）甲：乙$=\frac{b}{a}$　$\Rightarrow$　甲：乙$=b$：a　$\Rightarrow$　a甲$=b$乙

答案選（B）

8. 如附圖，$ABCD$ 為一矩形，過 D 作直線 L 與 $\overline{AC}$ 平行後，再分別自 A 、C 作直線與 L 垂直，垂足為 E、F。若圖中兩塊灰色部分的面積和為 a ，$\triangle ABC$ 的面積為 b ，則 $a:b=$？

(A) $1:1$　(B) $1:\sqrt{2}$　(C) $1:\sqrt{3}$　(D) $1:2$　【91 年第一次基測】



重點：面積與比

$\triangle ACD$ 面積 $=\frac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}$ 四邊形 $ACFE$ 面積

$\because$ 矩形的對角線會將矩形分成面積相同的兩個三角形

$\therefore$ $\triangle ABC$ 面積 $=\triangle ACD$ 面積 $=\frac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}$ 四邊形 $ACFE$ 面積

$\Rightarrow$ a ： $b=\frac{1}{2}$ 四邊形 $ACFE$ 面積： $\frac{1}{2}$ 四邊形 $ACFE$ 面積 $=1$ ： 1

答案選（A）

9. 小宏家中有一老舊長方體水塔，其長為 3 公尺、寬為 2.5 公尺、高為 1.5 公尺。現在想依照原有長寬高的比例擴建一新水塔。若新水塔的長比原來的多了 0.6 公尺，則下列關於新水塔的敘述哪一個是正確的？　【91 年第二次基測】

(A)高為 2.4 公尺　(B)高為 2 公尺　(C)寬為 3.1 公尺　(D)寬為 3 公尺

重點：比與比例式

設新的寬為 x ，新的高為 y

長：寬：高 $=3:2.5:1.5=3.6:x:y$

$x=3$ ； $y=1.8$

答案選（D）

10. 若 $a:b=2:3$，則下列哪一個式子是錯誤的？【92 年第一次基測】

(A) $\frac{a}{5}:\frac{b}{5}=2:3$　(B) $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}$　(C) $2a=3b$　(D) $a:2=b:3$

重點：比與比例式

此種題型可以直接用數字代替未知數，乾脆讓 $a=2$ ，$b=3$

（A）$\frac{2}{5}:\frac{3}{5}=2:3$　　（B）$\frac{2}{2}=\frac{3}{3}$ $\Rightarrow$ $1=1$

（C）$2\times2=3\times3$ $\Rightarrow$ $4=9$ ($4=9$ 當然錯)

（D）$2:2=3:3$ $\Rightarrow$ $1=1$

答案選（C）

11. 某校一年級與二年級的學生人數比為$3:2$，已知一年級的學生中，有 40%視力良好，二年級的學生中，有 30%視力良好。請問一、二年級所有學生中有多少比例的學生視力良好？【92 年第一次基測】

(A) 18%　(B) 36%　(C) 57%　(D) 70%

重點：比與比例式

(1) 設一年級有$3r$ 人，二年級有$2r$ 人，則依題意共有$(3r+2r)$人，即$5r$ 人

(2) 40% 即$\frac{2}{5}$，30% 即$\frac{3}{10}$，故視力良好者有$3r\times\frac{2}{5}$及$2r\times\frac{3}{10}$人

$\therefore$ 總共是$\frac{6}{5}r+\frac{6}{10}r=\frac{18}{10}r=\frac{9}{5}r$

(3) 依題意得$\frac{\text{視力良好者}}{\text{全部人}}=\frac{\frac{9}{5}r}{5r}=\frac{9}{25}=\frac{36}{100}=36\%$

答案選（B）

12. 兩個罐子裝有相同重量的酒精溶液，其中水與酒精的重量比分別為$3:1$，和$1:1$，若將這兩罐溶液全倒入一個較大的容器中且沒有溢出，則後來所得的混合液中，水與酒精的重量比為何？【92 年第二次基測】

(A) $2:1$　(B) $3:2$　(C) $4:1$　(D) $5:3$

重點：比與比例式

(1) 若兩罐酒精溶液均重x，則重量比$3:1$，第一罐水重$\frac{3}{4}x$，酒精重$\frac{1}{4}x$

重量比$1:1$，第一罐水重$\frac{1}{2}x$，酒精重$\frac{1}{2}x$

(2) 混合後水重為$\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}x=\frac{5}{4}x$，酒精重為$\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}x=\frac{3}{4}x$

(3) 故水與酒精的重量比為$\frac{5}{4}x:\frac{3}{4}x=5:3$，

答案選（D）。

13. 若$x:y=2:1$，且$2x+y=20$，則$(x-1):(y+1)$之比值為何？【93 年第一次基測】

(A)$\frac{1}{2}$　(B) 2　(C)$\frac{7}{5}$　(D)$\frac{5}{7}$

重點：比與比例式

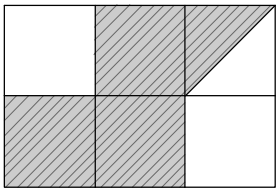
設 $x=2r$，$y=r$， $2\times 2r+r=20 \Rightarrow 5r=20 \Rightarrow r=4$ ， $\therefore x=8$，$y=4$

$\frac{x-1}{y+1}=\frac{8-1}{4+1}=\frac{7}{5}$

答案選（C）

14. 如附圖，將長方形分成六塊大小相同的正方形，則斜線區域面積與原長方形面積的比值為何？【93 年第一次基測】

(A) $\frac{4}{6}$ (B) $\frac{4}{7}$ (C) $\frac{5}{12}$ (D) $\frac{7}{12}$



重點：比與比值

$3\frac{1}{2}\div 6=\frac{7}{2}\times\frac{1}{6}=\frac{7}{12}$

答案選（D）

15. 已知甲、乙兩正數均不等於 1，下列有關甲與乙關係的敘述中，哪一個與其他三個不同？

(A) 甲 $=\frac{3}{4}\div$ 乙 (B) 甲 $\div$ 乙 $=\frac{3}{4}$ (C) 甲是乙的 $\frac{3}{4}$ 倍 (D) 乙是甲的 $\frac{4}{3}$ 倍。

【93 年第二次基測】

重點：倍數關係

（B） 甲 $\div$ 乙 $=\frac{3}{4}\Rightarrow$ 甲 $=\frac{3}{4}\times$ 乙 （C） 甲 $=\frac{3}{4}\times$ 乙 （D）乙 $=\frac{4}{3}\times$ 甲 $\Rightarrow$ 甲 $=\frac{3}{4}\times$ 乙

$\therefore$（A）與其他三個不同

答案選（A）

16. 下列哪一個選項， 其比值與 5：8 的比值相等? 【93 年第二次基測】

(A) $(5+3):(8+3)$ (B) $(1\div 5):(1\div 8)$ (C) $(5-1):(8-1)$ (D) $(5\times 3):(8\times 3)$

重點：比值的應用

若比相同，則比值必相同。

（A）原式 $=8:11$ （B）原式 $=\frac{1}{5}:\frac{1}{8}=8:5$

（C）原式 $=4:7$ （D）原式 $=5\times 3:8\times 3=5:8$

答案選（D）

17. 已知甲、乙、丙三人的錢數比為 3：5：6。若丙分別給甲、乙兩人各 30 元後，甲、乙、丙的錢數比變為 7：11：10，則此三人共有多少元？【95 年第二次基測】

(A) 420　(B) 630　(C) 840　(D) 1260

重點：比與比例式

設三人共有 x 元，則甲有 $\frac{3}{14}x$ 元，乙有 $\frac{5}{14}x$ 元，丙有 $\frac{6}{14}x$ 元

$$(\frac{3}{14}x+30):(\frac{5}{14}x+30):(\frac{6}{14}x-60)=7:11:10$$

$$\Leftrightarrow (\frac{3}{14}x+30):(\frac{5}{14}x+30)=7:11 \Leftrightarrow \frac{33}{14}x+330=\frac{35}{14}x+210 \Leftrightarrow 120=\frac{2}{14}x$$

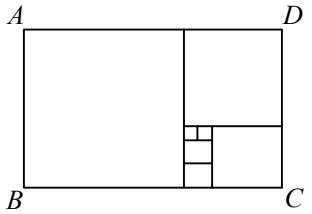
$$\Leftrightarrow x=120\times\frac{14}{2}=840$$ 。

∴ 三人共有 840 元

答案選（C）

18. 圖(九)為 7 個正方形紙板緊密地拼成長方形 $ABCD$ 的方式。求 $\overline{AB}$ ： $\overline{AD}$ ＝？　【95 年第二次基測】

(A) 12：19　(B) 21：13　(C) $\sqrt{2}$ ：1　(D) $(\sqrt{5}+1)$ ：2

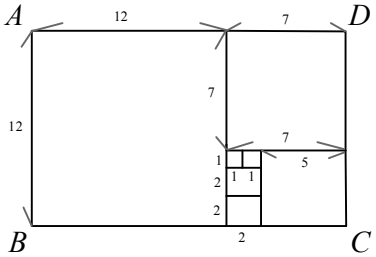


圖(九)

重點：比、圖形的推理

設最小的正方形邊長為 1

如右圖可得知 $\overline{AB}$ ： $\overline{AD}$ $=12:19$



圖(九)

答案選（A）

19. 圖（一）為甲、乙兩個長方體，依圖中所給的邊長長度（單位：公分），計算甲體積與乙體積的比值為何？　【96 年第二次基測】

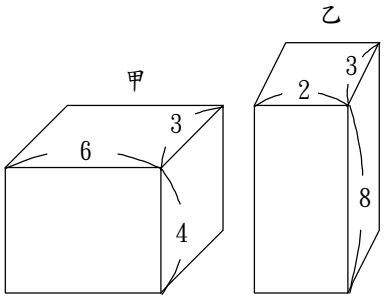
（A）1　（B）1.5　（C）2　（D）2.5

重點：比與比值

甲體積：乙體積＝3×4×6：2×3×8＝3：2

所以兩者的比值是 1.5

答案選（B）



圖(一)

20. 西苑、漢口兩所國中，男、女生比分別為 8：7 及 7：5，如將兩所國中合併後，男、女生之比為 22：17，則西苑、漢口兩所國中學生總數之比為多少？

重點：比的性質應用

設西苑、漢口兩所國中學生總數各為 x 人、y 人

則西苑國中男生有 $\frac{8}{15}x$ 人，女生有 $\frac{7}{15}x$ 人，則漢口國中男生有 $\frac{7}{12}y$ 人，女生有 $\frac{5}{12}y$ 人。

$\therefore\ (\frac{8}{15}x+\frac{7}{12}y):(\frac{7}{15}x+\frac{5}{12}y)=22:17 \Leftrightarrow 17(\frac{8}{15}x+\frac{7}{12}y)=22(\frac{7}{15}x+\frac{5}{12}y)$

$\Leftrightarrow 17\times\frac{32x+35y}{60}=22\times\frac{28x+25y}{60} \Leftrightarrow 544x+595y=616x+550y$

$\Leftrightarrow 595y-550y=616x-544x \Leftrightarrow 45y=72x$，$\therefore x:y=45:72=5:8$。

答：西苑、漢口兩所國中學生總數之比為 5：8。

21. 雞兔賽跑，雞跑 3 步的距離等於兔跑 5 步的距離；雞跑 5 步的時間等於兔跑 3 步的時間。請問雞跟兔的速率比是多少？

重點：比的性質應用

∵雞跑 3 步的距離等於兔跑 5 步的距離，∴雞跟兔跑一步的距離比為 $\frac{1}{3}:\frac{1}{5}$。

∵雞跑 5 步的時間等於兔跑 3 步的時間，∴雞跟兔跑一步的時間比為 $\frac{1}{5}:\frac{1}{3}$。

又 ∵ 速率＝距離÷時間，則雞跟兔的速率比為 $\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{5}}:\frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{3}}=\frac{5}{3}:\frac{3}{5}=5\times5:3\times3=25:9$。

答：雞跟兔的速率比是 25：9。

22. 自由落體落下的距離與時間的平方成正比，已知在兩秒內落下的距離為 1960 公分，問：(1) 在 1.2 秒內落下多少公分？(2) 在第 3 秒內落下多少公分？

重點：正比的應用

(1) 設距離為 y 公分，時間為 x 秒，則 $y=kx^2$。

將 $x=2$，$y=1960$ 代入 $y=kx^2$，可得：$1960=4k \Leftrightarrow k=490$。

因此當 $x=1.2$，$y=490\times(1.2)^2=705.6$。

(2) ∵ $y=490x^2$，∴ 所以 $y=490\times(3^2-2^2)=2450$。

答：(1) 在 1.2 秒內落下 705.6 公分，(2) 在第 3 秒內落下 2450 公分。

23. 已知$(5x-y)$與$(3x+y)$成正比，當$x=-2$，$y=1$，求：

(1) x與y的關係如何？　(2) 當$x=-3$時$y=$？

重點：正比的應用

(1) $(5x-y)=k\times(3x+y)$，

將$x=-2$，$y=1$代入，可得：$-10-1=k\times(-6+1)$ $\Leftrightarrow$ $k=\frac{11}{5}$

所以x與y的關係式為 $(5x-y)=\frac{11}{5}\times(3x+y)$。

(2) 將$x=-3$代入$(5x-y)=\frac{11}{5}\times(3x+y)$，

可得： $-15-y=\frac{11}{5}\times(-9+y)$ $\Leftrightarrow$ $-75-5y=-99+11y$ $\Leftrightarrow$ $y=\frac{3}{2}$

答：(1) x與y的關係式：$(5x-y)=\frac{11}{5}\times(3x+y)$。(2) $y=\frac{3}{2}$。

24. 一個物體的密度(D)等於質量(M)除以體積(V)，(D＝M÷V)。假設某物體的密度為$0.8(g/cm^3)$，體積為$500(cm^3)$。當此物體質量為固定值的時候，體積要多少才能使密度減少 0.2？

重點：反比的應用

解：∵ D＝M÷V，∴ M＝D×V ， 則：M＝0.8×500＝400(g)

使密度減少 0.2，也就是：密度(D)＝0.8－0.2＝0.6(g/cm^3)。

M＝D×V $\Leftrightarrow$ 400＝0.6×V $\Leftrightarrow$ V＝400÷0.6＝$\frac{2000}{3}(cm^3)$

答：當體積為$\frac{2000}{3}(cm^3)$時。

25. 若$2x:3y:4z=1:2:3$，求$x:y:z$之連比？

重點：連比例式的求法

∵ $2x:3y:4z=1:2:3$ ， ∴ $x:y:z=\frac{1}{2}:\frac{2}{3}:\frac{3}{4}$。

故$x:y:z=12\times\frac{1}{2}:12\times\frac{2}{3}:12\times\frac{3}{4}=6:8:9$。

答： $x:y:z=6:8:9$。

26. 三角形 ABC 中，三個角具有比例關係為 3A：4B＝1：2，5B：6C＝1：2，則∠A，∠B 及∠C 各為多少度？

重點：連比例式與圖形的應用

∵ 3A：4B＝1：2 ， ∴ 6A＝4B $\Leftrightarrow$ A：B＝4：6

$\because$ 5B：6C＝1：2 ， $\therefore$ 10B＝6C $\Leftrightarrow$ B：C＝6：10

則：A：B：C＝4：6：10＝2：3：5。令 $\frac{A}{2}=\frac{B}{3}=\frac{C}{5}=r$ $\Rightarrow$ A＝2r、B＝3r、C＝5r。

所以 ∠A＋∠B＋∠C＝2r＋3r＋5r＝10r＝180^0，則 $r=180^0\div10=18^0$。

因此 ∠A＝$2\times18^0=36^0$、∠B＝$3\times18^0=54^0$、∠C＝$5\times18^0=90^0$。

答： ∠A＝36^0、∠B＝54^0、∠C＝90^0。

27. 老農夫帶他的兩個兒子到果園採收草莓，小兒子採滿 2 箱時，大兒子採滿 3 箱；大兒子採滿 4 箱時，老農夫採滿 5 箱。(1)求小兒子、大兒子、老農夫在同一時間內採收草莓的箱數比？(2)如果當天三人共採滿 70 箱，則大兒子採滿多少箱？

重點：連比例式的應用

(1)設小兒子為a，大兒子為b，老農夫為c。

依題意，a：b＝2：3……①，b：c＝4：5……②

將①×4 可得a：b＝8：12，將②×3 可得b：c＝12：15

所以 a：b：c＝8：12：15

(2)$\because$ a：b：c＝8：12：15，$\therefore$ 令a＝8r、b＝12r、c＝15r，其中$r\neq0$。

依題意，$a+b+c=8r+12r+15r=35r=70$，則可得：$r=70\div35=2$。

所以 $a=8\cdot2=16$、$b=12\cdot2=24$、$c=15\cdot2=30$

答：(1) 同一時間內採收草莓的箱數比為 8：12：15。 (2)大兒子採滿 24 箱。

28. 高度相同粗細不同的兩支蠟燭，第一支 4 小時可燃完，第二支 9 小時可燃完，同時點燃且以一定速率燃燒，在點燃後的幾小時，第一支蠟燭的高度恰好是第二支蠟燭的$\frac{3}{4}$倍？

重點：連比例式的應用

蠟燭長度÷燃燒時間＝燃燒速度，設蠟燭長度為L，點燃後的x小時。

第一支燃燒速度為$\frac{L}{4}$，第二支燃燒速度為$\frac{L}{9}$。

$(L-\frac{L}{4}x):(L-\frac{L}{9}x)=3:4 \Rightarrow (1-\frac{x}{4}):(1-\frac{x}{9})=3:4 \Rightarrow 3\times(1-\frac{x}{9})=4\times(1-\frac{x}{4})$

$\Rightarrow 3-\frac{x}{3}=4-x \Rightarrow x-\frac{x}{3}=4-3 \Rightarrow \frac{2}{3}x=1 \Rightarrow x=\frac{3}{2}$ ，答：$\frac{3}{2}$小時。

29. 設a：b：c＝5：2：3，且$a+b+c=300$，求$(a+1)$：$(b+1)$：$(c+1)$的比為何？

重點：連比例式比值法的應用

設 $a=5r$，$b=2r$，$c=3r$

代入 $a+b+c=300$，得 $5r+2r+3r=300$，$10r=300$

$\therefore$ $r=30$ 代入 $a=5\times30=150$，$b=2\times30=60$，$c=3\times30=90$

$\therefore$ $(a+1):(b+1):(c+1)=151:61:91$

答案：151：61：91

30. $\triangle ABC$ 中，$(\angle A+\angle B):(\angle A-\angle B):\angle C=3:1:2$，求 $\angle C=$？

重點：連比例式三角形與聯立方程式的應用

$(\angle A+\angle B):(\angle A-\angle B):\angle C=3:1:2$

設 $\begin{cases}\angle A+\angle B=3r\wedge\wedge(1)\\ \angle A-\angle B=r\wedge\wedge\wedge(2)\\ \angle C=2r\wedge\wedge\wedge\wedge\wedge(3)\end{cases}$，由 (1)+(2) 得 $2\angle A=4r$，$\angle A=2r$ 代入 (2)

得 $2r-\angle B=r \Rightarrow \angle B=r$

$\because \angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$，$\therefore$ $2r+r+2r=180^\circ$，$5r=180^\circ$，$r=36^\circ$

$\angle C=2\times36^\circ=72^\circ$

答案：72°

31. 甲、乙、丙參加 2400 公尺賽跑，設全程三人維持一定速率，當甲到達終點時，乙差 800 公尺丙差 600 公尺則當丙到達終點時，乙還差幾公尺？

重點：比例的應用

甲：乙：丙＝ 2400：(2400 － 800)：(2400 － 600)

＝ 2400：1600：1800 ＝ 12：8：9

設丙走 2400 公尺時，乙走 x 公尺

$\frac{x}{8}=\frac{2400}{9}$，$9x=19200$，$x=\frac{6400}{3}$

$\therefore$ 乙還差 $2400-\frac{6400}{3}=\frac{800}{3}$（公尺）　　答案：$\frac{800}{3}$（公尺）

32. 設點(1，1)、(2，4)在直線 $ax+by+c=0$ 的圖形上，則 $a:b:c=$？

重點：比例式與直線方程式的應用

(1，1)、(2，4) 代入直線 $ax+by+c=0$

得 $\begin{cases} a+b+c=0 \\ 2a+4b+c=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b=-c \\ 2a+4b=-c \end{cases}$，解得 $a=-\frac{3}{2}c$，$b=\frac{1}{2}c$

$a:b:c=-\frac{3}{2}c:\frac{1}{2}c:c=-3:1:2$

答案：$a:b:c=-3:1:2$

33. 有三正整數 a、b、c，若它們的最小公倍數為 720，且 $\begin{cases} 20a-7b-6c=0 \\ 8a+6b-9c=0 \end{cases}$，

求 $a+2b-3c=$？

重點：比例式與最小公倍數的應用

$\begin{cases} 20a-7b=6c\Lambda\Lambda\Lambda\Lambda\ (1) \\ 3a+6b=9c\Lambda\Lambda\Lambda\Lambda\Lambda\ (2) \end{cases}$，由 $(1)\times 2-(2)\times 5$，得 $-44b=-33c$

$\Rightarrow b=\frac{3}{4}c$ 代入(2)，得 $8a+6(\frac{3}{4}c)=9c \Rightarrow 8a+\frac{9}{2}c=9c \Rightarrow 8a=\frac{9}{2}c \Rightarrow a=\frac{9}{16}c$

$\therefore\ a:b:c=\frac{9}{16}c:\frac{3}{4}c:c=9:12:16$

設 $a=9k$，$b=12k$，$c=16k$ $(k\neq 0)$，最小公倍數 $144k=720$，$k=5$

$\therefore\ a=45$，$b=60$，$c=80$，$a+2b-3c=45+120-240=-75$

答案：-75

34. 設直角△ABC 之周長為 24 公分，且其三邊之比為 $4a=3b$，$2a:3c=6:15$，

求△ABC 之面積為多少平方公分？

重點：連比與三角形的應用。

$\because\ a:b=3:4$ 且 $2a:3c=6:15 \Rightarrow a:c=3:5$，$\therefore\ a:b:c=3:4:5$

$\therefore$ 設 $a=3r$，$b=4r$，$c=5r\ (r\neq 0)$，

$\because\ a+b+c=24$，$\therefore\ 3r+4r+5r=24$，即 $12r=24$，得 $r=2$

$\therefore\ a=6$，$b=8$，$c=10$

故直角△ABC 之面積 $=6\times 8\div 2=24$ (平方公分)

答案：24(平方公分)

35. 設△ABC 之三邊長各為 a、b、c，且其各邊上的高分別為 h_a、h_b、h_c，若 $a:b=3:5$，$b:c=3:4$，求 $h_a:h_b:h_c=$？

重點：連比與三角形的應用。

$\because$ $a:b=3:5$ ， $b:c=3:4$ ， $\therefore$ $a:b:c=9:15:20$ 。

故 $h_a:h_b:h_c=\frac{1}{a}:\frac{1}{b}:\frac{1}{c}=\frac{1}{9}:\frac{1}{15}:\frac{1}{20}=\frac{1}{9}\times180:\frac{1}{15}\times180:\frac{1}{20}\times180=20:12:9$

答案：20：12：9

36. 設 $a:c=3:2$，$b:c=4:5$，且 $a+b+c=132$，求 $a:b:c$ ＝？並分別求出 a、b、c 的值。

重點：連比的應用。

設 $a=15r$，$b=8r$，$c=10r$ ， 代入 $a+b+c=132$

得 $15r+8r+10r=132 \Leftrightarrow 33r=132$ ， $\therefore$ $r=4$ 。

故 $a=15\times4=60$，$b=8\times4=32$，$c=10\times4=40$

答案： $a:b:c=15:8:10$ 且 $a=60$，$b=32$，$c=40$

37. 若 $(b+c):(c+a):(a+b)=4:5:6$，求 $a:b:c=$？

重點：連比例與二元一次聯立方程式的應用。

設 $\begin{cases} b+c=4r\wedge\wedge(1) \\ c+a=5r\wedge\wedge(2) \\ a+b=6r\wedge\wedge(3) \end{cases}$

由 $(1)+(2)+(3)$ ， 得 $2(a+b+c)=15r \Rightarrow a+b+c=\frac{15}{2}r$

由 $(4)-(1)$ 得 $a=\frac{7}{2}r$ ， 由 $(4)-(2)$ 得 $b=\frac{5}{2}r$ ， 由 $(4)-(3)$ 得 $c=\frac{3}{2}r$ 。

$\therefore$ $a:b:c=\frac{7}{2}r:\frac{5}{2}r:\frac{3}{2}r=7:5:3$

答案：7：5：3

38. 設 x 與 y 成反比，y 與 z 成反比，且當 $x=4$ 時，$y=2$，$z=6$，求當 $x=2$ 時，$z=$？

重點：正比與反比

因為 x 與 y 成反比，所以 $xy=k_1\cdots(1)$

因為 y 與 z 成反比，所以 $yz=k_2\cdots(2)$

$(1)\div(2)$ 得 $\frac{x}{z}=k$（設 $k=\frac{k_1}{k_2}$） $\Rightarrow x=kz$，即 z 與 x 成正比

將 $x=4$、$z=6$ 代入得 $k=\frac{2}{3}$，即 $x=\frac{2}{3}z$，

故當 $x=2$ 時，$z=3$

39. 設知 z 與 x 成正比，而 z 與 y 成反比，且當 $x=6$ 時，$y=2$，求當 $x=5$ 時，$y=$？

重點：正比與反比

因為 x 與 y 成反比，所以 $xy=k_1\cdots(1)$

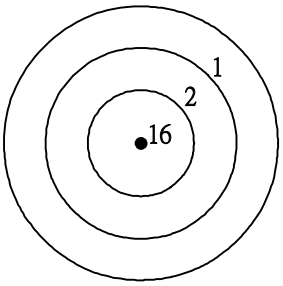
因為 y 與 z 成正比，所以 $y=k_2z\cdots(2)$

(1)÷(2)得 $x=k\dfrac{1}{z}$（設 $k=\dfrac{k_1}{k_2}$）$\Rightarrow xz=k$，即 z 與 x 成反比

將 $x=6$、$y=2$ 代入得 $k=12$，即 $xy=12$，

故當 $x=5$ 時，$y=\dfrac{12}{5}$

40. 設一圓形靶上，各區域所得的分數(如右圖所示)與其面積成反比，則此三個同心圓半徑比為_____。



重點：比與比值

解：因為小圓、中環、大環的面積比為

小圓：中環：大環$=\dfrac{1}{16}:\dfrac{1}{2}:1=1:8:16$

所以小圓面積：中圓面積：大園面積

$=1:(1+8):(1+8+16)=1:9:25$

所以小圓、中圓與大園的半徑比為 1：3：5