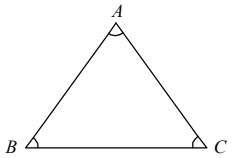
三角形的基本性質

【三角形的內角與外角】

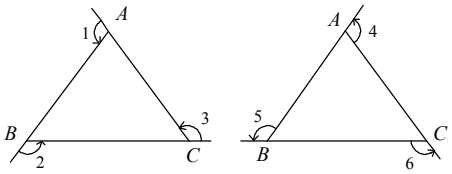
(1) **內角**：三角形 A、B、C 中每個頂點兩邊所夾的角。

如圖：∠A、∠B、∠C 為△ABC 的三內角。



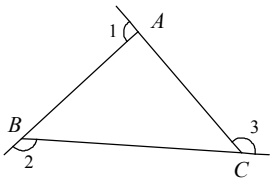
(2) **外角**：三角形中一邊和另一邊延長線所形成的角。

如圖，∠1 和∠4 都是∠A 的外角、∠2 和∠5 都是∠B 的外角、 ∠3 和∠6 是∠C 的外角。△ABC 中每個內角都有 2 個相等的外角。



(3) **內對角**：在△ABC 中，與一外角頂點不同的內角稱為這個外角的內對角。

如圖，∠B 與∠C 為∠1 的內對角，∠A 與∠C 為∠2 的內對角，∠A 與∠B 為∠3 的內對角。



(4) **平角**:角的兩邊成一直線的角，其度數為 180^0。

Note: 一內角與它的外角，在頂點的地方形成一個平角，

即∠A+∠1=180^0、∠B+∠2=180^0、∠C+∠3=180^0。

(5) **周角**:繞著一點轉一圈所成的角，其度數和 360^0。

(6) **有關三角形外角與內角的定理**：

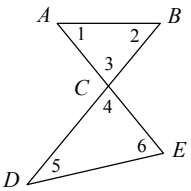
三角形的內角和定理：三角形的三個內角的和等於 180^0。

三角形的外角和定理：三角形的三個外角和等於 360^0

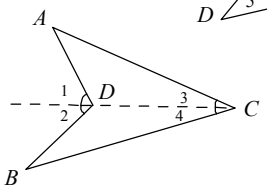
三角形的外角定理：三角形的任一外角等於它的兩個內對角之和。

如右上圖，∠1＝∠B＋∠C；∠2＝∠A＋∠C；∠3＝∠A＋∠B

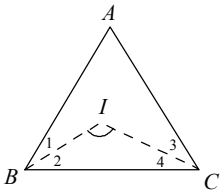
(7) **8 字型定理**：如圖，$\overline{AE}$ 、$\overline{BD}$ 交於 C，則 1＋∠2＝∠5＋∠6。



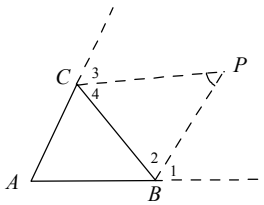
(8) **箭頭定理:**如圖，證明∠ADB＝∠D＝∠A＋∠B＋∠C



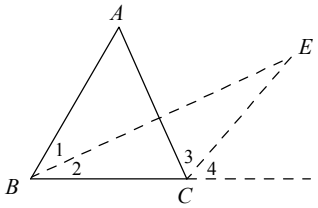
(9) **三角形內角平分線性質**： 任一ΔABC，若∠B 平分線與∠C 平分線相交於ΔABC 內的一點 I，則有∠BIC＝$90^0+\frac{1}{2}$∠A。



(10) **三角形外角平分線性質**：任一ΔABC，若∠B 的外平分線與∠C 的外平分線相交於ΔABC 外的一點 P，則有∠BPC＝$90^0-\frac{1}{2}$∠A。



(11) **三角形內、外角平分線性質**：在ΔABC 中，內角∠B 的平分線與∠C 的外角平分線相交於一點 E， 則有∠BEC＝$\frac{1}{2}$∠A



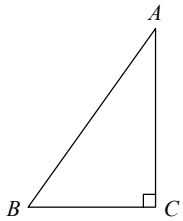
【直角三角形性質】

(1) 直角三角形斜邊上的高＝$\frac{\text{兩股乘積}}{\text{斜邊}}$

(2) $30^0-60^0-90^0$三角形的三邊比例：

如右圖，△ABC 中，∠A＝30^0，∠B＝60^0，∠C＝90^0，

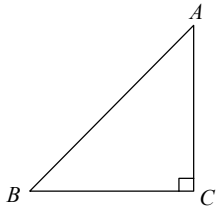
則△ABC 三邊的長度比； $\overline{BC}$：$\overline{AC}$：$\overline{AB}$＝1：$\sqrt{3}$：2。



(3) $45^0-45^0-90^0$三角形的三邊比例：

如右圖，△ABC 中，∠A＝45^0，∠B＝45^0，∠C＝90^0，

則△ABC 三邊的長度比： $\overline{BC}$：$\overline{AC}$：$\overline{AB}$＝1：1：$\sqrt{2}$。



【三角形邊長關係】

(1)三角形任兩邊之差＜第三邊＜三角形任兩邊之和

(2)設三角形三邊長為 a、b、c，最大角∠A 的對邊為 a，則：

①鈍角三角形⇔ $a^2>b^2+c^2$

②直角三角形⇔ $a^2=b^2+c^2$

③銳角三角形⇔ $a^2<b^2+c^2$

【三角形邊角關係】

(1)一個三角形中若有兩邊不相等，則大邊對大角。

(2)一個三角形中若有兩角不相等，則大角對大邊。

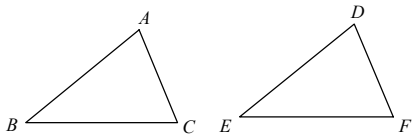
【三角形的全等】

若△ABC≅△DEF，則這兩三角形並需同時滿足如下關係:

(1) **對應角相等**: ∠A＝∠D、∠B＝∠E、∠C＝∠F

(2) **對應邊相等**: $\overline{AB}=\overline{DE}$、$\overline{BC}=\overline{EF}$、$\overline{AC}=\overline{DF}$

(3) **面積相等**: △ABC 之面積＝△DEF 之面積

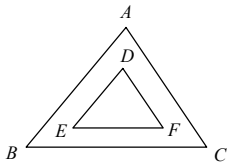


由前面尺規作圖我們可得：

1. SSS 全等性質（三個邊對應相等），
2. SAS 全等性質（兩邊一夾角對應相等），
3. ASA 全等性質（兩角一夾邊對應相等），
4. AAS 全等性質。

及 SSA（ASS），AAA 不全等。

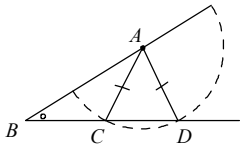
AAA 非全等性質(右圖)



兩三角形三內角相等，△ABC 與△DEF 是兩個正三角形，

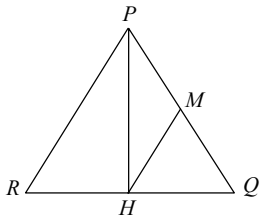
則△ABC 與△DEF 不一定全等。

SSA 非全等性質(右圖)



若以 A 為圓心，$\overline{AC} = \overline{AD}$ 為半徑，則則△ABC 與△ABD 不一定全等

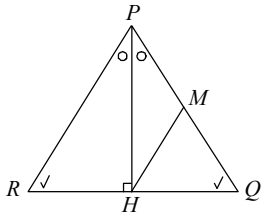
1. 如右圖中，直線 PH 是△PQR 的對稱軸，$\overline{PQ}\neq\overline{RQ}$，$M$ 是 $\overline{PQ}$ 中點。下列哪一個選項是錯誤的？【90 年第一次】



(A) $\overline{MH}=\overline{HQ}$　(B) $\overline{MH}\,//\,\overline{PR}$　(C) $\overline{MH}=\overline{MP}$　(D) △PQH ≅ △PRH

重點：由對稱軸觀念引進三角形的全等

由直線 $\overline{PH}$ 是△PQR 的對稱軸可得：



(i)△PQR 是等腰三角形；(ii) $\overline{PH}$ 垂直平分 $\overline{RQ}$

(iii) M 與 H 均為中點　⇒　$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{PR}$ 且 $\overline{MN}\,//\,\overline{PR}$

（C）Θ $\overline{PH}$ 是對稱軸　∴ $\overline{PH}\perp\overline{RQ}$

Θ M 是 $\overline{PQ}$ 中點　∴ $\overline{MP}=\overline{MQ}=\overline{MH}$

（D）Θ $\overline{PH}$ 是△PQR 的對稱軸　∴ $\overline{PH}\perp\overline{RQ}$，$\overline{RH}=\overline{HQ}$，$\overline{PR}=\overline{PQ}$

⇒　△PQH ≅ △PRH

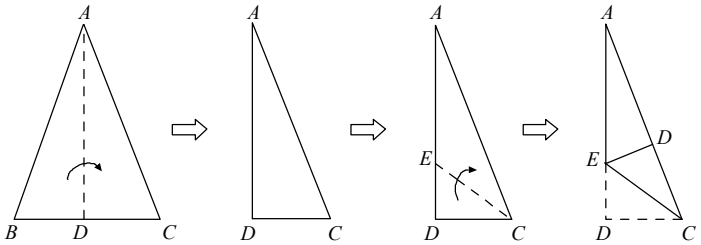
答案選（A）

2. 如圖(一)，△ABC 為等腰三角形，$\overline{AB}=\overline{AC}=13$，$\overline{BC}=10$　【90 年第一次】

(1)將 $\overline{AB}$ 向 $\overline{AC}$ 方向摺過去，使得 $\overline{AB}$ 與 $\overline{AC}$ 重合，出現摺線 $\overline{AD}$，如圖（二)。

(2)將 $\overline{CD}$ 向 $\overline{AC}$ 方向摺過去，如圖(三)，使得 $\overline{CD}$ 完全疊合在 $\overline{AC}$ 上，出現摺線 $\overline{CE}$，如圖(四)。則△AEC 的面積為何？

(A)15　(B)$\frac{65}{4}$　(C)20　(D)$\frac{65}{3}$



圖(一)　圖(二)　圖(三)　圖(四)

重點：由摺疊引進三角形的邊長問題

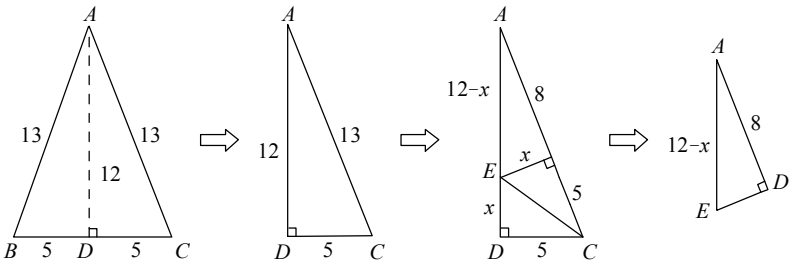
如下圖所示，因此可得：

$(12-x)^2=8^2+x^2\Rightarrow 144-21x+x^2=64+x^2\Rightarrow 144-64=24x\Rightarrow$

$\Rightarrow 80=24x\Rightarrow x=\frac{10}{3}$

$\therefore$△$ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{DE}=\frac{1}{2}\times 13\times\frac{10}{3}=\frac{65}{3}$（平方單位）

答案選（D）



3.

如圖(十二)，已知 $ABCD$ 是正方形， A 在 L 上，$\overline{DE}\perp L$，$\overline{BF}\perp L$，

垂足分別為 E 、F （$\overline{AE}\neq\overline{AF}$）。

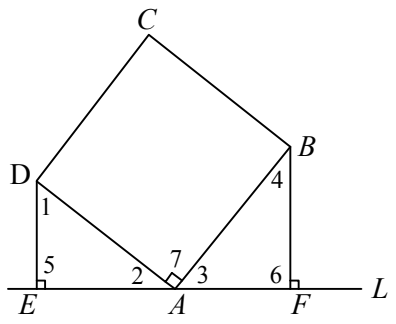
求證：$\triangle ADE\cong\triangle BAF$

證明：1.$\because ABCD$ 是正方形，$\therefore \overline{AB}=\overline{AD}$，$\angle 7=90^{\circ}$

2.又$\because \overline{DE}\perp L$，$\overline{BF}\perp L$，$\therefore \angle 5=\angle 6=90^{\circ}$

3._____(甲)_____

4. $\therefore \triangle ADE\cong\triangle BAF$



圖(十二)

從下列選項中，選出可填入(甲)中的正確證明過程。 【90 年第一次】

(A) Θ $\overline{DE}\perp L$，$\overline{BF}\perp L$，$\angle 7=90^{\circ}$ $\therefore$ $\overline{DE}=\overline{BF}$

(B) Θ $\overline{DE}\perp L$，$\overline{BF}\perp L$，$\angle 7=90^{\circ}$ $\therefore$ $\angle 1=\angle 4$

(C) Θ $\angle 7=90^{\circ}$，$\angle 5=\angle 6=90^{\circ}$ $\therefore$ $\angle 2=\angle 3$

(D) Θ $\angle 7=\angle 5=90^{\circ}$ $\therefore$ $\angle 1+\angle 2=\angle 2+\angle 3$ $\therefore$ $\angle 1=\angle 3$

重點：全等三角形的證明過程

(1) 如右圖作記號。

(2) $\angle 2+\angle 3=90^{\circ}$，而 $\angle 1+\angle 2=90^{\circ}$， $\therefore$ $\angle 1=\angle 3$，同理 $\angle 2=\angle 4$。

答案選（D）

4. 在 $\triangle ABC$ 中，如果 $\angle B$ 的外角是 120°，且 $3\angle C=2\angle A$，試求 $\angle A=$？ 【90 年第二次】

(A) 36° (B) 48° (C) 60° (D) 72°

重點：三角形三內角和為 180°

$\angle B$ 外角 $=120^{\circ}$ $\therefore \angle B=180^{\circ}-\mathrm{d}120^{\circ}=60^{\circ}$

$$\therefore \begin{cases}\angle A+\angle B+\angle C=180^{\circ}\\ 3\angle C=2\angle A\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\angle A+\angle C=120^{\circ}\\ 3\angle C=2\angle A\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2\angle A+2\angle C=240^{\circ}\\ 3\angle C=2\angle A\end{cases}$$

$\Rightarrow$ $5\angle C=240^{\circ}$ $\Rightarrow$ $\angle C=48^{\circ}$

$\Rightarrow$ $2\angle A=3\times 48^{\circ}$ $\Rightarrow$ $\angle A=72^{\circ}$

答案選(D)

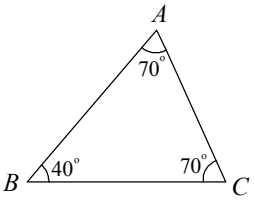
5. $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 70°$，$\angle B = 40°$，則下列四個選項中，哪一個是正確的？
(A) $\overline{AB} > \overline{BC}$　(B) $\overline{AB} > \overline{AC}$　(C) $\overline{AC} = \overline{BC}$　(D) $\overline{AB} = \overline{AC}$　【90 年第二次】

重點：三角形內大角對大邊

如右圖所示，$\angle A = \angle C > \angle B$

$\Rightarrow \overline{BC} = \overline{AB} > \overline{AC}$

答案選（B）



6. 小薰想在花園中，圍出一塊土地種玫瑰花，他以自己的位置為中心找出與他等距的甲、乙、丙三點，並測量此三點間的距離，記錄如下表。表中有部分為水漬所弄髒，使得丙到甲的距離無法辨識。已知弄髒的部分為一整數，則此數字可能是下列哪一個？
(A) 3　(B) 5　(C) 6　(D) 8　【91 年第一次】

	甲到乙	乙到丙	丙到甲
距離（公尺）	1.5	7.5	

重點：三角形的邊長範圍

由題意可知甲、乙、丙三點可圍成一個三角形乙丙

$\overline{乙丙} - \overline{甲乙} < \overline{甲丙} < \overline{乙丙} + \overline{甲乙}$

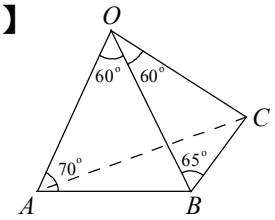
$\Rightarrow 7.5 - 1.5 < \overline{甲丙} < 7.5 + 1.5$

$\Rightarrow 6 < \overline{甲丙} < 9$

$\therefore \overline{甲丙}$ 可能 $= 8$

答案選（D）

7. 如右圖，在斜角錐 $OABC$ 中，$\angle OAB = 70°$、$\angle AOB = 60°$、$\angle BOC = 60°$、$\angle OBC = 65°$。請問在 $\overline{OA}$、$\overline{AB}$、$\overline{BC}$、$\overline{OC}$ 四個邊中哪一個最長？【91 年第一次】
(A) $\overline{OA}$　(B) $\overline{AB}$　(C) $\overline{BC}$　(D) $\overline{OC}$



重點：大角對大邊

在 $\triangle OBC$ 中，$\angle OCB = 180° - 65° - 60° = 55°$

$\because \angle OBC = 65° > \angle BOC = 60° > \angle OCB = 55°$（大角對大邊），

$\therefore \overline{OC} > \overline{BC} > \overline{OB}$　Λ　(1)

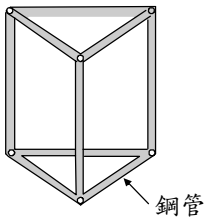
$\because \angle OBA = 180° - 60° - 70° = 50°$，

$\therefore \overline{OB} > \overline{AB} > \overline{OA}$　Λ　(2)

因此由 (1)、(2) 可知，$\overline{OC}$ 最長

答案選（D）

8. 阿俊拼裝完成了直角柱形的燈架，如右圖所示。他共用了 9 支鋼管，其中 30 公分長的有 4 支，40 公分長的有 3 支，50 公分長的有 2 支。請問此燈架的三角形底面三邊長分別為多少？【91 年第一次】



(A) 30 公分、30 公分、50 公分　(B) 30 公分、30 公分、40 公分

(C) 30 公分、40 公分、50 公分　(D) 40 公分、40 公分、50 公分

重點：數字的分析、比較與三角形的邊長範圍

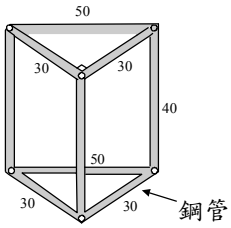
因為高必須有3隻等長的鋼管，所以只有30公分和40公分符合。

若以30公分鋼管為高，則無法組成如右圖之燈架。所以高為40公分鋼管。

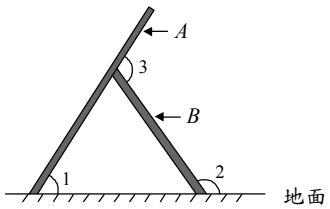
而上下兩組全等的三角形，則由50公分2支及30公分4支組成。

所以此燈架的三角形底面三邊長分別為30公分、30公分、50公分。

答案選（A）



9. 如右圖是 A 、B 兩片木板放在地面上的情形。圖中 $\angle 1$ 、$\angle 2$ 分別為 A 、B 兩木板與地面的夾角，$\angle 3$ 是兩木板間的夾角。



若 $\angle 3 = 100^\circ$，則 $\angle 2 - \angle 1 =$ ？

(A) 55°　(B) 80°　(C) 90°　(D) 110°　【92 年第一次】

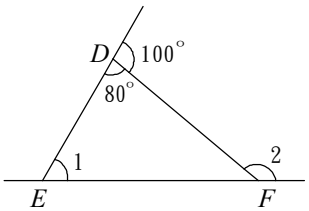
重點：三角形一個外角等於另兩個內角之和

依題意，如右圖。$\therefore \triangle DEF$ 中，$\angle D = 80^\circ$

而 $\angle 2 = \angle 1 + 80^\circ$ (外角等於另兩個內角之和)

$\therefore \angle 2 - \angle 1 = 80^\circ$

答案選（B）



10. 在 $\triangle ABC$ 中，$\overline{AB} < \overline{AC}$ ，$\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 且 H 在 $\overline{BC}$ 上，下列哪一個選項是正確的？

(A) $\angle B = \angle C$　(B) $\angle B < \angle C$　(C) $\angle BAH = \angle CAH$　(D) $\angle BAH < \angle CAH$

重點：三角形內大邊對大角　【92 年第二次】

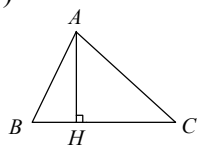
（A）$\angle B = \angle C$ （錯，Θ $\overline{AB} < \overline{AC}$ ）

（B）$\angle B < \angle C$ （錯，已知 $\overline{AB} < \overline{AC}$ $\Rightarrow$ $\angle C < \angle B$ ，如圖(一)）

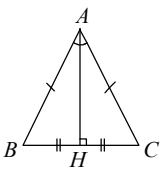
（C）$\angle BAH = \angle CAH$ （不可能，若 $\triangle ABC$ 為等腰三角形才可能，如圖(二)）

（D）$\angle BAH < \angle CAH$ （對，如圖(三)）

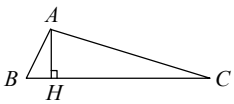
答案選（D）



圖(一)

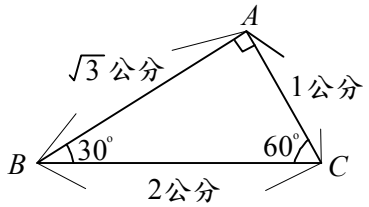


圖(二) 等腰三角形畫法



圖(三) 扁平三角形畫法

11. 甲、乙、丙、丁四位同學分別想依列下列的條件作出一個與$\triangle ABC$全等的三角形，如右圖所示。已知四人所用的條件如下：



甲：$\overline{AB}=\sqrt{3}$ 公分，$\overline{AC}=1$ 公分，$\angle B=30^{\circ}$

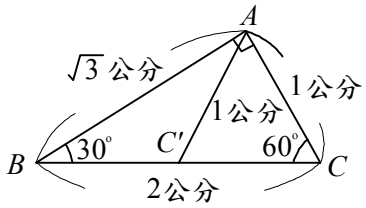
乙：$\overline{AB}=\sqrt{3}$ 公分，$\overline{BC}=2$ 公分，$\angle B=30^{\circ}$

丙：$\overline{AB}=\sqrt{3}$ 公分，$\overline{AC}=1$ 公分，$\overline{BC}=2$ 公分

丁：$\overline{AB}=\sqrt{3}$ 公分，$\overline{BC}=2$ 公分，$\angle A=90^{\circ}$

若發現其中一人作出的三角形<u>沒有</u>與上圖的$\triangle ABC$全等，則此人是誰？

(A) 甲　　(B) 乙　　(C) 丙　　(D) 丁



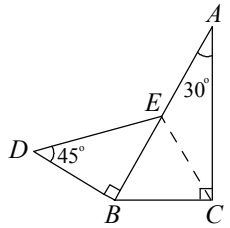
重點：三角形的全等性質　　【93 年第一次】

甲：SSA作圖可能如右圖，$\triangle ABC$或$\triangle ABC'$

乙：SAS作圖　　丙：SSS作圖　　丁：RHS作圖

答案選（A）

12. 如右圖，有兩個直角三角形ABC、BDE，三內角分別為$30^{\circ}-60^{\circ}-90^{\circ}$、$45^{\circ}-45^{\circ}-90^{\circ}$。已知$\overline{BD}=\overline{BC}$，求$\angle DEC=$？【93 年第一次】



(A) 90°　　(B) 105°　　(C) 135°　　(D) 150°

重點：特殊直角三角形的角度

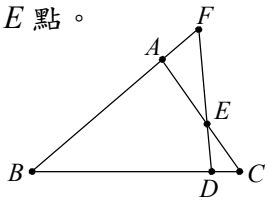
$\because \overline{BD}=\overline{BE}$ 且 $\overline{BD}=\overline{BC}$，

$\therefore \overline{BE}=\overline{BC} \quad \Rightarrow \quad \angle BEC=\dfrac{180^{\circ}-60^{\circ}}{2}=60^{\circ}$

$\angle DEC=45^{\circ}+60^{\circ}=105^{\circ}$

答案選（B）

13. 如右圖，$\triangle ABC$中，D點在$\overline{BC}$上，F點在直線AB上，$\overline{DF}$交$\overline{AC}$於E點。若$\angle B=40°$，$\angle C=55°$，$\angle DEC=43°$，則$\angle F=$？【93 年第二次】



(A) 40°　　(B) 42°　　(C) 43°　　(D) 55°

重點：三角形的內角

$\angle BDF=\angle C+\angle DEC=55^{\circ}+43^{\circ}=98^{\circ}$

$\angle F=180^{\circ}-\angle B-\angle BDF=180^{\circ}-40^{\circ}-98^{\circ}=42^{\circ}$

答案選（B）

14. 已知有長 3 公分、6 公分之兩線段，下列敘述何者錯誤？ 【94 年第一次】

(A) 若另有一長為 3 公分的線段，則此三線段可構成等腰三角形

(B) 若另有一長為 6 公分的線段，則此三線段可構成等腰三角形

(C) 若另有一長為 $3\sqrt{3}$ 公分的線段，則此三線段可構成直角三角形

(D) 若另有一長為 $3\sqrt{5}$ 公分的線段，則此三線段可構成直角三角形

重點：三角形的邊長範圍

（A）$3+3=6\ngtr 6$ ∴不可構成等腰三角形

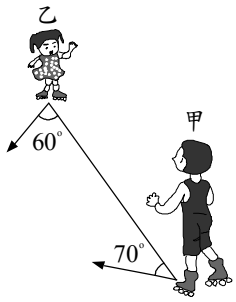
（B） $3+6=9>6$ ∴可構成等腰三角形

（C）$3^2+(3\sqrt{3})^2=9+27=36=6^2$ ∴可構成直角三角形

（D）$3^2+6^2=9+36=45=(3\sqrt{5})^2$ ∴可構成直角三角形

答案選（A）

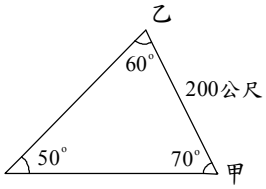
15. 如右圖，甲、乙兩人在同一水平面上溜冰，且乙在甲的正東方 200 公尺處。已知甲、乙分別以東偏北 70°、西偏北 60° 的方向直線滑行，而後剛好相遇，因而停止滑行。對於兩人滑行的距離，下列敘述何者正確？ 【94 年第一次】



(A) 乙滑行的距離較長 (B) 兩人滑行的距離一樣長

(C) 甲滑行的距離小於 200 公尺 (D) 乙滑行的距離小於 200 公尺

重點：大角對大邊

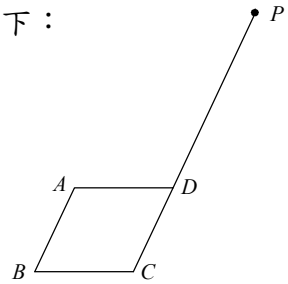


∵$70^\circ>60^\circ$，利用三角形中，大角對大邊的性質

∴可知乙滑行的距離較長。

答案選（A）

16. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 為一平行四邊形，P 在直線 CD 上，且 $\overline{PD}=2\overline{DC}$。甲、乙兩人想過 P 點作一直線，將平行四邊形分成兩個等面積的區域，其作法如下：



甲：取 $\overline{AD}$ 中點 E，作直線 PE，即為所求。

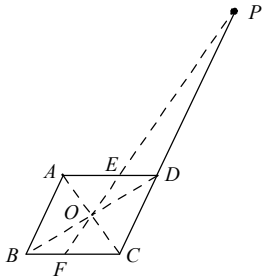
乙：連接 $\overline{BD}$、$\overline{AC}$ 交於 O，作直線 PO，即為所求。

對於甲、乙兩人的作法，下列判斷何者正確？ 【94 年第一次】

(A)甲、乙皆正確 (B)甲、乙皆錯誤

(C)甲正確，乙錯誤 (D)甲錯誤，乙正確

重點：全等三角形與等面積



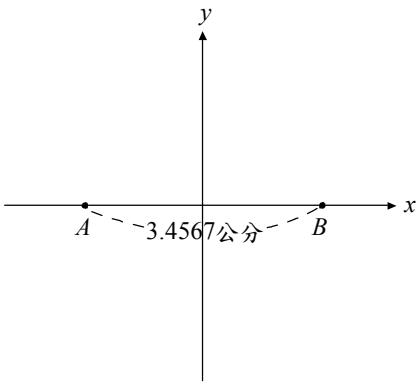
$\triangle BOF\cong\triangle DOE$，$\triangle AOE\cong\triangle COF$，$\triangle ABO\cong\triangle CDO$

∴ 乙正確，甲錯誤 答案選（D）

17. 如圖（九），坐標平面上，A、B 兩點均在 x 軸上，$\overline{AB}=3.4567$ 公分，且 y 軸為 $\overline{AB}$ 的中垂線。若在平面上找一點 C，使得 $\overline{AC}=1.5$ 公分、$\overline{BC}=3$ 公分，則 C 點可能在下列何處？【94 年第一次】

(A) x 軸　　(B) y 軸

(C) 第一象限　　(D) 第三象限



圖（九）

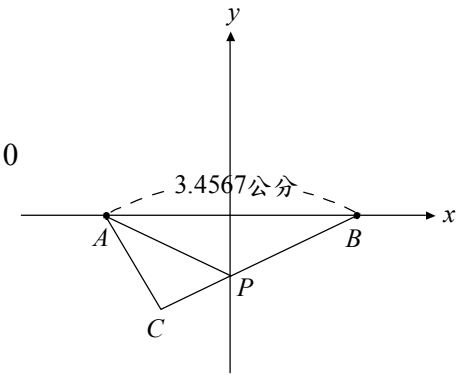
重點：三角形的兩邊和大於第三邊

Θ $\overline{PA}=\overline{PB}$

且 $\overline{BC}+\overline{AC}=(\overline{PA}+\overline{PC})-\overline{AC}=\overline{PA}+\overline{PC}-\overline{AC}>0$

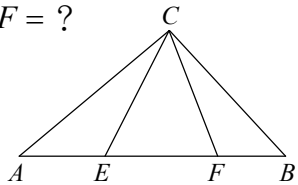
$\therefore C$ 點是在第二象限或第三象限

答案選（D）



18. 如右圖，$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=102^{\circ}$，$\overline{AF}=\overline{AC}$ 、$\overline{BE}=\overline{BC}$ ，求 $\angle ECF=$？

(A) 34°　　(B) 39°　　(C) 45°　　(D) 56°　　【94 年第二次基測】



重點：等腰三角形的內角性質

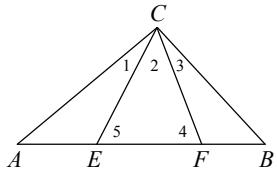
$\because \triangle AFC$ 為等腰三角形，$\therefore \overline{AF}=\overline{AC}\Rightarrow \angle 4=\angle 1+\angle 2$ Λ (1)

$\because \triangle BCE$ 為等腰三角形，$\therefore \overline{BE}=\overline{BC}\Rightarrow \angle 5=\angle 2+\angle 3$ Λ (2)

(1)+(2) 得 $\angle 4+\angle 5=\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 2$，左右同加 $\angle 2$

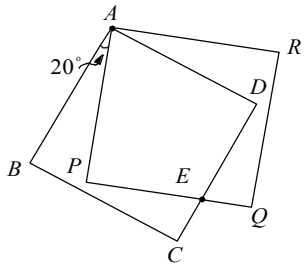
$\Rightarrow \angle 2+\angle 4+\angle 5=\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 2+\angle 2\Rightarrow 180^{\circ}=102^{\circ}+2\angle 2$

$\angle 2=39^{\circ}\Rightarrow \angle ECF=39^{\circ}$　　答案選（B）



19. 如右圖，四邊形 $ABCD$、$APQR$ 為兩全等正方形，$\overline{CD}$ 與 $\overline{PQ}$ 相交於 E 點。若 $\angle BAP=20°$，則 $\angle PEC=$？【94 年第二次】

(A) 60°　　(B) 65°　　(C) 70°　　(D) 75°



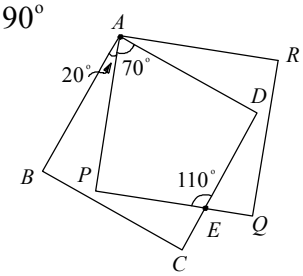
重點：三角形的內角和與外角和

$\because \angle PAD=90^{\circ}-20^{\circ}=70^{\circ}$ 且 $\angle P=\angle D=90^{\circ}$

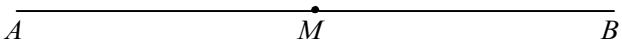
$\therefore \angle PED=360^{\circ}-70^{\circ}-90^{\circ}-90^{\circ}=110^{\circ}$

$\therefore \angle PEC=180^{\circ}-110^{\circ}=70^{\circ}$

答案選（C）



20. 如右上圖，$\overline{AB}$ 為一條拉直的繩子，M 為此繩子的中點。若以 $\overline{AB}$ 為周長，A 為頂點，將繩子圍成△AXY ，如右下圖所示，則關於 M 點在△AXY 上的位置，下列敘述何者正確？【94 年第二次】

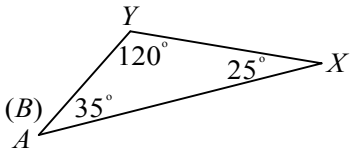


(A) 在 $\overline{XY}$ 的中點上

(B) 在 $\overline{AX}$ 上，且距 X 點較近，距 A 點較遠

(C) 在 $\overline{XY}$ 上，且距 X 點較近，距 Y 點較遠

(D) 在 $\overline{XY}$ 上，且距 Y 點較近，距 X 點較遠



重點：大角對大邊

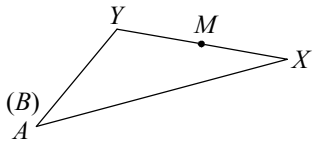
∵繩子既然可以圍成△AXY ，

∴M 必不在 X 或 Y 上⇒ M 應在 $\overline{XY}$ 上

如右圖，若 M 為 $\overline{XY}$ 之中點，則 $\overline{AY}+\overline{MY}<\overline{AX}+\overline{MX}$ 與 M 為 $\overline{AB}$ 之中點互相矛盾

又Θ $\overline{AY}+\overline{XY}>\overline{AX}$ ⇒ M 距離 X 點較近，距離 Y 點較遠。

答案選（C）



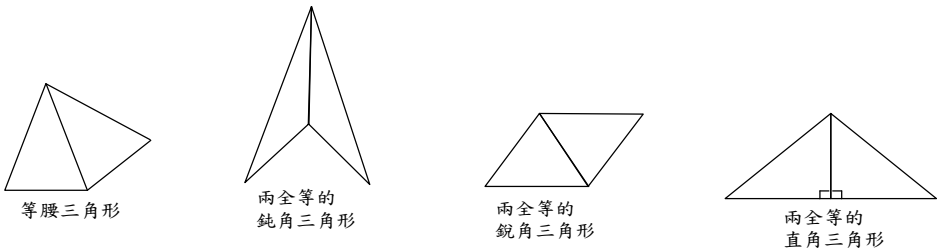
21. 若使用兩塊全等的三角形紙板可緊密拼出一個大三角形，則原來的小紙板須是何種圖形？（A）等腰三角形　（B）鈍角三角形　（C）銳角三角形　（D）直角三角形

重點：三角形內角和的綜合觀念　【95 年第一次基測】

兩個全等的三角形要能緊密拼出一個大三角形，其中的一個三角形的任一個角的角度必須與另一個三角形的任一個角的角度加起來為180^0。

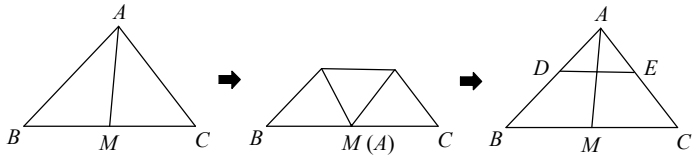
四個答案裡面只有（D）直角三角形的兩個直角相加一定是180^0，其餘答案皆不一定。

答案選（D）



22. 如附圖，$\overline{AM}$ 為 ΔABC 的中線，$\angle C > \angle B$。將 A 點摺向 M 點，使得 A、M 兩點重疊，出現摺線 $\overline{DE}$，如下圖中。若展開，如下圖右所示，則對於 $\overline{DE}$ 的敘述，下列哪一個選項是正確的？ 【95 年第二次】

(A) $\overline{DE}$ 平行 $\overline{BC}$　(B) $\overline{DE}$ 垂直 $\overline{AM}$　(C) $\overline{DE}$ 平分 $\overline{AB}$　(D) $\overline{DE}$ 平分 $\overline{AC}$



重點：三角形應用性質、對稱軸

連線 $\overline{DM}$　Θ $\Delta ADF \cong \Delta MDF$ (SSS 全等)

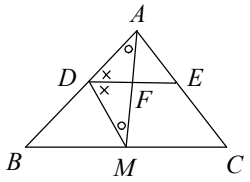
$\therefore$ $\angle DAF = \angle DMF$ ，$\angle ADF = \angle FDM$

又Θ $\angle DAF + \angle ADF + \angle FDM + \angle DMF = 180^{\circ}$

$\Rightarrow$ $2\angle DAF + 2\angle ADF = 180^{\circ}$

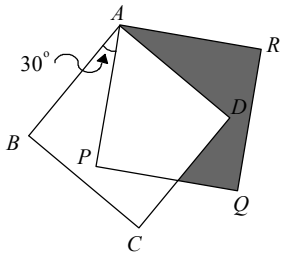
$\Rightarrow$ $\angle DAF + \angle ADF = 90^{\circ}$

$\therefore$ $\angle AFD = 90^{\circ}$ ，即 $\overline{DE}$ 垂直 $\overline{AM}$



答案選（B）

23. 如右圖是兩全等的正方形 $ABCD$ 與 $APQR$ 重疊情形。若 $\angle BAP = 30^{\circ}$，$\overline{AB} = 6\sqrt{3}$，則圖中灰色部分面積為何？ 【95 年第二次】



(A) 48　(B) 54　(C) $81-18\sqrt{3}$　(D) $108-36\sqrt{3}$

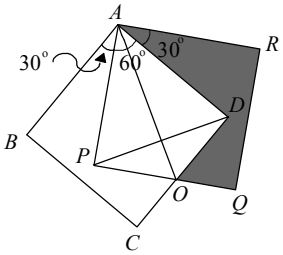
重點：直角三角形應用性質與計算

連接 $\overline{DP}$、$\overline{AO}$

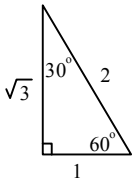
$\because \Delta AOP \cong \Delta AOD$ (SAS 全等)且 ΔAOP 為 $30^{\circ}-60^{\circ}-90^{\circ}$ 的直角三角形

因此 $\overline{OP} = \dfrac{\overline{AB}}{\sqrt{3}} = \dfrac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 6$

$\therefore$灰色部份面積 $= 6\sqrt{3} \times 6\sqrt{3} - 2 \times \dfrac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{3} = 108 - 36\sqrt{3}$

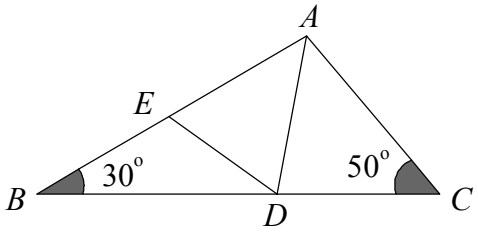


答案選（D）



24. 如圖(三)，$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC = 30^\circ$，$\angle ACB = 50^\circ$，且 D、E 兩點分別在 $\overline{BC}$、$\overline{AB}$ 上。若 $\overline{AD}$ 為 $\angle BAC$ 的平分線，$\overline{AD} = \overline{AE}$，則 $\angle AED =$？

(A) 50° (B) 60° (C) 65° (D) 80°



圖(三)

重點：三角形的內角性質 【96 年第一次】

$\angle BAC = 180^\circ - 50^\circ - 30^\circ = 100^\circ$

$\because \overline{AD}$ 為 $\angle BAC$ 的平分線

$\therefore \angle DAE = 100^\circ \div 2 = 50^\circ$

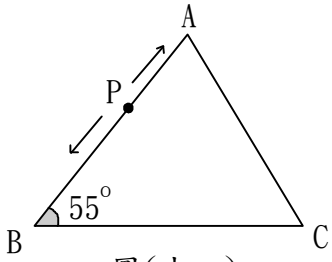
又 $\because \overline{AD} = \overline{AE}$ ($\triangle ADE$ 為等腰三角形)

$\therefore \angle AED = (180^\circ - 50^\circ) \div 2 = 130^\circ \div 2 = 65^\circ$

答案選（C）

25. 如圖（十三），在 $\triangle ABC$ 中，$\overline{AB} = \overline{BC}$、$\angle B = 55^\circ$。若有一點 P 在 $\overline{AB}$ 上移動，則 $\angle BPC$ 可能是下列哪一個角度？【96 年第二次】

（A）55° （B）60° （C）80° （D）130°



圖(十四)

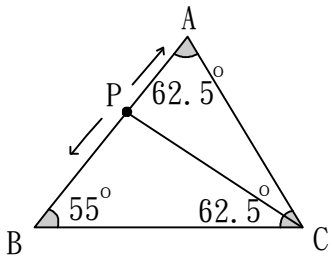
重點：三角形內角和關係

$\because 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$

$125^\circ \div 2 = 62.5^\circ$

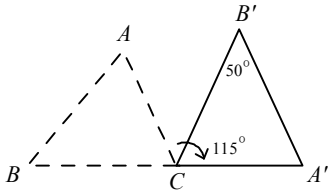
$\therefore 62.5^\circ < \angle BPC < 125^\circ$

答案選（C）



26. 如右圖，將 $\triangle ABC$ 以 $\angle C$ 為支點，依順時針方向旋轉 115°，使 B、C、A' 三點剛好成一直線，已知 $\angle ABC = 50^\circ$，則 $\angle B'A'C$ 的度數為下列何者？

(A) 45° (B) 55° (C) 65° (D) 75°



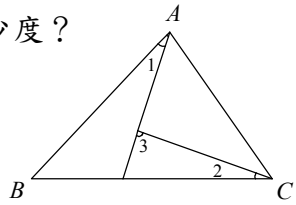
重點：三角形的內角與外角

$\angle ACB = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$

$\angle B'A'C = \angle A = 180^\circ - 50^\circ - 65^\circ = 65^\circ$

答案選（C）

27. 如右下圖，$\triangle ABC$ 中，$\angle B=85^{\circ}$，試求 $\angle 1+\angle 2+\angle 3$ 的度數和是多少度？



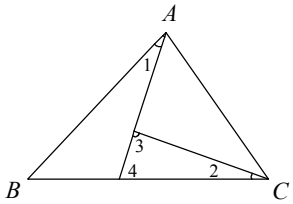
(A) 75°　(B) 85°　(C) 95°　(D) 105°

重點：三角形的內角和

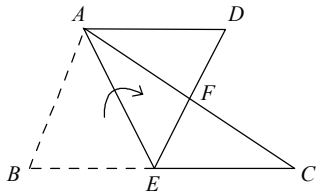
$\angle 4=\angle 1+\angle B$，$\angle 3+\angle 2+\angle 4=180^{\circ}$

$\angle 3+\angle 2+\angle 1+\angle B=180^{\circ}$，$\angle 1+\angle 2+\angle 3=180^{\circ}-85^{\circ}=95^{\circ}$

答案選（C）



28. 如右圖，將 $\triangle ABC$ 中的 B 點沿著摺痕 $\overline{AE}$ 疊合到 D 點，且 $\overline{AC}$ 剛好是 $\overline{DE}$ 的中垂線，$\overline{AB}=\overline{AE}$，$\angle B=60^{\circ}$，則 $\angle C$ 是幾度？



(A) 30°　(B) 40°　(C) 50°　(D) 60°

重點：特殊直角三角形的角度

$\triangle ABE$ 中，$\overline{AB}=\overline{AE}$ 且 $\angle B=\angle ABE=60^{\circ}$，故 $\angle AEB=60^{\circ}$（等腰三角形）

$\triangle AED$ 中，$\overline{AB}=\overline{AD}$ 且 $\angle B=\angle D=60^{\circ}$，故 $\angle AED=60^{\circ}$（等腰三角形）

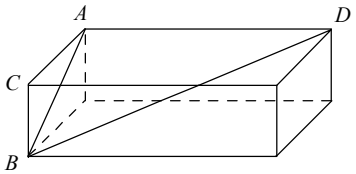
故 $\angle CEF=180^{\circ}-\angle AEB-\angle AED=60^{\circ}$

$\overline{AC}$ 為 $\overline{DE}$ 的中垂線，即 $\angle EFC=90^{\circ}$ ^{0}

$\angle C=180^{\circ}-90^{\circ}-60^{\circ}=30^{\circ}$

答案選（A）

29. 如圖，有一長方體的盒子，$\overline{AC}=\overline{BC}=\sqrt{2}$，$\overline{AD}=2\sqrt{3}$，其對角線之夾角 $\angle ABD=$？



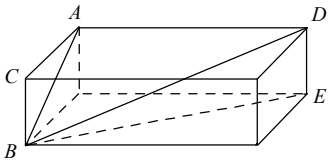
(A) 30°　(B) 40°　(C) 50°　(D) 60°

重點：特殊直角三角形的邊長比例

$\overline{AB}=2$

$\overline{BD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BE}^2=\overline{DE}^2+\overline{AD}^2+\overline{AC}^2=2+12+2=16 \Rightarrow \overline{BD}=4$

$\triangle ABD$ 的邊長比為 $\overline{AB}:\overline{AB}:\overline{AB}=2:2\sqrt{3}:4=1:\sqrt{3}:2$



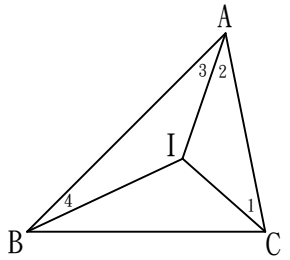
故 $\angle ABD=60^{\circ}$

答案選（D）

30. △ABC 中，$\overline{AB}>\overline{BC}>\overline{AC}$，∠A、∠B 和∠C 的角平分線交於 I，若有甲、乙、丙三隻螞蟻分別由 A、B、C 三點同時出發，沿 $\overline{AI}$、$\overline{BI}$、$\overline{CI}$ 前進，且前進速率相同，請問哪一隻螞蟻先到達 I 點？

(A) 甲 (B) 乙 (C) 丙 (D) 同時到達

重點：三角形邊與角的關係



$\because \overline{AB}>\overline{BC} \Rightarrow \angle BCA>\angle BAC$

$\therefore \angle 1>\angle 2 \Rightarrow \overline{IA}>\overline{IC}$

又 $\because \overline{BC}>\overline{AC} \Rightarrow \angle CAB>\angle CBA$

$\therefore \angle 3>\angle 4 \Rightarrow \overline{IB}>\overline{IA}$

故 $\overline{IB}>\overline{IA}>\overline{IC}$ 答案選(C)

31. 三角形的邊長為 2、4、$x-1$，且 $A=\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{64-16x+x^2}$，則 $A=$？

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8

重點：三角形邊長的關係

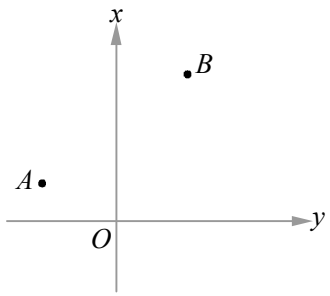
$\because 4-2<x-1<4+2$

$\therefore 2<x-1<6 \Rightarrow 3<x<7$

$A=\sqrt{(x-2)^2}+\sqrt{(8-x)^2}=|x-2|+|8-x|=x-2+8-x=6$

答案選(C)

32. 如右圖，A 點坐標為(-3, 3)，B 點坐標為(5, 12)，今欲在 x 軸上找一點 P，使 $\overline{PA}+\overline{PB}$ 為最小值，則 P 點坐標為多少？



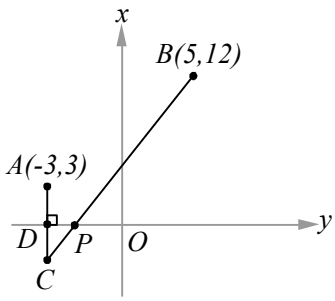
(A) (0, 0) (B) (-2, 0) (C) $(-\frac{8}{5}, 0)$ (D) $(-\frac{7}{5}, 0)$

重點：三角形邊長的關係

作 $\overline{AC}\perp x$ 軸於 D，且 $\overline{AD}=\overline{CD}$

∴C 點坐標為(-3, -3)

通過 C、B 兩點的直線方程式為 $y=\frac{15}{8}x+\frac{21}{8}$

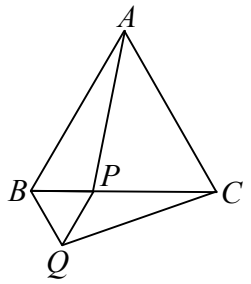


令 $y=0$ $\therefore x=-\frac{7}{5}$

∴P 點坐標為 $(-\frac{7}{5},0)$

答案選(C)

33. 如右圖，△ABC 與△BPQ 均為正三角形，若∠APB＝98^0，
則∠PQC＝？(A) 28^0 (B) 38^0 (C) 40^0 (D) 48^0



重點：三角形全等性質

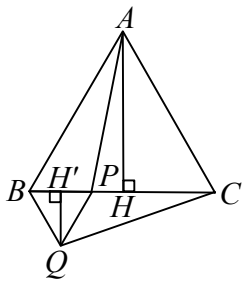
在△ABP 與△CBQ 中

∵$\overline{AB}=\overline{BC}$，$\overline{BP}=\overline{BQ}$，∠ABP＝∠CBQ＝$60^0$

∴△ABP≅△CBQ（SAS 全等） ⇒∠BQC＝∠APB＝98^0

∴∠PQC＝$98^0-60^0=38^0$ 答案選(B)

34. 承上題，若$\overline{AC}$＝6 公分，$\overline{BQ}$＝2 公分，則△PQC 面積：△APC 面積：△BPQ 面積＝？
(A) 2：3：1 (B) 2：4：1 (C) 2：6：1 (D) 3：6：2



重點：三角形面積

△PQC 面積：△APC 面積

$=\overline{QH'}:\overline{AH}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2:\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6=2:6=1:3$

△PQC 面積：△BPQ 面積

$=\overline{PC}:\overline{BP}=(6-2):2=2:1$

∴△PQC 面積：△APC 面積：△BPQ 面積＝2：6：1

答案選(C)